

[美] STEVEN A. TRETTER 著

王平孙 译 管致中 校

离散时间信号处理导论

高等教育出版社

7660/34 03

# 离散时间信号处理导论

[美] STEVEN A. TRETTER 著

王平孙 译 管致中 校



## 内 容 简 介

本书全面地论述了离散时间信号处理的基础理论。全书共十四章。第一章是绪论。第二章至第五章提供抽样数据系统的经典分析方法,着重展现了均匀抽样和 $Z$ 变换的理论。第六章将状态空间方法用于抽样数据系统。第七章介绍线性系统和均匀抽样的随机过程。第八章至第十章讨论数字滤波器的设计方法。最后四章论述信号估计,包括功率谱密度估计、线性参数估计、希尔伯特空间的基本原理及递推估计算法(卡尔曼滤波)。本书不仅内容丰富,而且论述周密,文笔简练。

书中附有大量习题,有助于读者深入理解书中论述的基本理论和基本方法,部分习题还扩充了正文的讨论内容。

本书适于通信、雷达、声纳、自动控制、生物医学工程、遥感技术、核能工程以及地质勘探等专业或学科的大学高年级学生和研究生阅读,也适于科研人员及工程技术人员参考之用。

中译本责任编辑 王忠民

## INTRODUCTION TO DISCRETE-TIME SIGNAL PROCESSING

STEVEN A. TRETTER

JOHN WILEY & SONS, 1976.

### 离散时间信号处理导论

【美】STEVEN A. TRETTER 著

王平孙 译 管致中 校

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北香河印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 15.75 字数 376,000

1982年4月第1版 1983年10月第1次印刷

印数 00,000- 6,000

书号 15010·04 05 定价 2.40 元

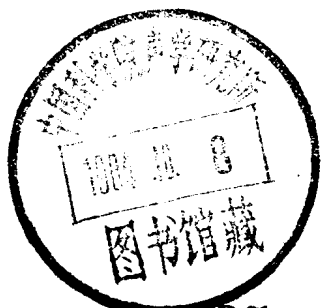
## 译者序

离散时间信号处理是一门具有悠久历史的学科，有些方面可以远溯至十七和十八世纪，近年来，又焕发青春，生机勃勃。其应用，则已深入国民经济各个部门以及文教、科研、卫生、军事、治安等等领域，连家用电器及儿童玩具也由此而锦上添花。

论述离散时间信号处理的专著，在国际上已多得令人目不暇接。这一方面的译、著，在国内也在陆续出版。屈雷特(S. A. Tretter)所著的《离散时间信号处理导论》，是受到人们注意的一本新著。它全面地介绍离散时间信号处理的各个方面，编入了其它著作尚未包括的一些内容。七十年代前期刚在期刊中出现的一些研究成果，在该书中也已得到反映。该书不仅内容丰富，而且论述周密，文笔简练，是一本较好的基础理论著作，因而值得译成中文向我国广大读者推荐。

在译书过程中，有几个专业术语的汉译，曾求教于我的老师常邈教授，又有几个数学问题，曾向我的同事朱起秀同志请教，在此表示深切的谢意。我尤其要感谢南京工学院的管致中教授，承他挤出时间仔细校订全部译稿，使本书得以免除不少谬误。

限于译者的水平，本书一定还有谬误不妥之处，恳切盼望广大读者指正。



王平孙  
1982年3月

4012885

# 离散时间信号处理导论

## 前 言

自1969年以来,笔者一直定期地在马里兰大学讲授一学期的研究生电工课程,本书源出于此。笔者把一般的抽样数据理论、利用差分方程和快速傅里叶变换方法的数字滤波技术、经典的线性参数估计方法和卡尔曼滤波器均包括在本课程之内。在那时还找不到一本现成的教科书能充分论述这些重要而互有联系的课题。

本书的重点在于离散时间系统和信号处理。而离散时间系统几乎总是要同连续时间系统相连接,在总系统设计中将这些接口的影响考虑在内便属十分重要。因而,本书不仅包括了严格的离散时间系统的分析方法,还包括了兼涉连续时间与离散时间的混合系统(即抽样数据系统)的分析方法。

要透彻领会本书的内容,读者还须先掌握下列诸方面:(1)复变函数理论,包括用留数方法计算围线积分;(2)大学高年级程度或研究生第一年程度的傅里叶变换、拉普拉斯变换和线性系统分析方法;(3)大学高年级程度或研究生第一年程度的随机过程知识(例如在巴普里斯所著《概率、随机变量和随机过程》一书中所提供的内容)。一般说来,随着本书章节的展开,所需数学知识的复杂程度也跟着提高。虽然本书是为研究生课程而撰写,但具备大学数学扎实基础的实习工程师和实习研究人员,也能够理解第一至第六章和第八至十章的大部分内容。这几章提供了数字滤波方面充足的实用知识。要理解第七、十一、十三和十四章中的大部分理论

推导, 还需具备研究生初阶段程度的随机过程知识。

本书第一章是简短的绪论。第二至五章提供可谓经典的方法, 用以分析具有确定输入的抽样数据系统, 尤其介绍了均匀抽样的效果和  $Z$  变换的理论。第六章提供了较新的状态空间方法来表示和分析一个系统, 并为第十四章提供背景知识。第七章把关于连续时间的平稳随机过程和线性系统的一般结果推广到抽样数据系统。第八至十章讨论了具有规定频率响应的数字滤波器的设计方法, 以及用差分方程或快速傅里叶变换来实现这些滤波器时所涉及的一些实际问题。第十一章是关于功率谱密度估计问题的导论。第十二至十四章构成对线性参数估计问题的导论。第十二章引入了希尔伯特空间的初步知识, 为线性估计的统一方法提供数学基础。第十三章讨论从固定长度的数据记录来估计常参数向量, 而第十四章则提供称为卡尔曼滤波器的递推估计算法。

透彻掌握一门技术学科的一个重要方面在于演题, 因而在本书引入了约 240 个习题。其中有些是简单的练习题, 而另一些则扩充了本书的论述内容。

本书内容比一学期课程所能容纳者为广, 使导师有选择论题的余地, 可对进取心强的学生提供较高深的内容, 也可向实习工程师和实习研究人员提供参考资料。笔者个人喜欢选作较高深的研究生课程的章节依次为: 第一章, 2.1 至 2.4 节, 3.5 至 3.9 节, 4.1 至 4.8 节, 4.11 节, 4.12 节, 5.1 至 5.8 节, 5.12 至 5.14 节, 7.1 至 7.8 节, 8.1 至 8.5 节, 8.7 节, 8.8 节, 8.10 节, 9.1 至 9.7 节, 第十章, 第十二章(两节 50 分钟的讲课), 13.5 节, 6.1 至 6.5 节(一节 50 分钟的讲课)和 14.1 至 14.3 节。有些教师也许喜欢用第十一章“功率谱密度的估计”来取代第六章和论述线性参数估计的第十二至十四章。

数字计算机工艺方面异常巨大的进展, 已使本书讨论的信号

处理技术应用于许多场合成为现实可行。笔者认为，有关离散时间信号处理技术的知识，现在就该成为训练有素的电气工程师的必备知识，或者很快将会如此。

最后，笔者向普林斯敦大学的斯泰格列兹(K. Steiglitz)教授表示谢意，感谢他在1963年热情地将笔者引入这一学科领域。

斯·阿·屈雷特

# 目 次

<b>第一章 绪论</b> .....	1
1.1 若干评述、定义和历史背景 .....	1
1.2 本书梗概 .....	3
<b>第二章 均匀抽样</b> .....	6
2.1 引言 .....	6
2.2 作为调制过程的抽样 .....	6
2.3 理想冲激抽样 .....	10
2.4 抽样定理 .....	13
2.5 抽样带通信号 .....	16
<b>第三章 借多项式内插和外推来再现数据</b> .....	22
3.1 引言 .....	22
3.2 多项式内插和外推 .....	22
3.3 拉格朗日插值公式 .....	24
3.4 用于均匀抽样的再现滤波器 .....	25
3.5 零阶保持电路 .....	27
3.6 一阶保持电路 .....	29
3.7 具有部分速度校正的一阶保持电路 .....	31
3.8 样本点直线连接器 .....	33
3.9 评述与结论 .....	36
<b>第四章 <math>Z</math> 变换</b> .....	37
4.1 引言 .....	37
4.2 $Z$ 变换 .....	37
4.3 $F(z)$ , $\mathcal{F}^*(s)$ 和 $F^*(\omega)$ 之间的关系 .....	43
4.4 直接从因果信号的拉普拉斯变换求其 $Z$ 变换 .....	45
4.5 $Z$ 反变换 .....	51



4.6	常用的变换关系	58
1	乘以 $e^{-st}$	58
2	频率平移	58
3	时间倒转	58
4	乘以 $t$	59
5	除以 $t$	59
6	延迟定理	60
7	单边超前定理	60
8	复共轭信号的 $Z$ 变换	61
9	实信号的 $F^*(\omega)$ 的对称性	61
10	初值定理	62
11	终值定理	62
12	单边周期性重复	63
4.7	乘积之 $Z$ 变换	63
4.8	帕什伐尔定理	68
4.9	$F^*(\omega)$ 实部与虚部的若干性质	70
4.10	希尔伯特变换的 $s$ 域类推	71
4.11	常系数线性差分方程的解	78
4.12	离散时间卷积	81
<b>第五章</b>	<b>以变换方法分析抽样数据系统</b>	<b>84</b>
5.1	引言	84
5.2	脉冲转移函数	86
5.3	递推的和非递推的离散时间系统	89
5.4	正弦稳态频率响应	91
5.5	用于实现有理脉冲转移函数的等效结构	94
5.6	抽样数据反馈系统	100
5.7	离散时间系统的稳定性	104
5.8	改进的舒尔-科恩检验法	106
5.9	用于离散时间系统的奈奎斯特准则	108
5.10	用于确定极点位置的根轨迹法	116
5.11	以惯用的连续时间方法经双线性变换作稳定性分析	118
5.12	修正的 $Z$ 变换以及抽样数据系统在抽样瞬时之间的性状	120
5.13	以快速输出抽样来估计抽样瞬时之间的性状	122

5.14 以慢速输出抽样来缩减数据 .....	124
<b>第六章 抽样数据系统的状态空间表示 .....</b>	<b>130</b>
6.1 引言 .....	139
6.2 动态系统及其状态的概念 .....	131
6.3 线性离散时间动态系统 .....	154
6.4 非时变线性离散时间动态系统 .....	146
6.5 常系数线性差分方程的状态空间表示 .....	141
6.6 转置系统 .....	135
6.7 线性连续时间动态系统 .....	158
6.8 非时变线性连续时间动态系统 .....	163
6.9 常系数线性微分方程的状态空间表示 .....	166
6.10 具有抽样输入的线性连续时间动态系统 .....	167
<b>第七章 线性系统和均匀抽样的随机过程 .....</b>	<b>173</b>
7.1 引言 .....	173
7.2 离散时间随机过程的功率谱密度 .....	174
7.3 对有理的谱密度从 $S_{xx}(\omega)$ 求 $S_{xx}(s)$ .....	177
7.4 通过线性离散时间滤波器的离散时间随机过程 .....	179
7.5 利用无限多个过去的样本进行离散时间随机过程的最佳线性 滤波 .....	182
7.6 利用最后 $N$ 个样本进行一步线性预测 .....	191
7.7 兼涉连续时间和离散时间的混合系统 .....	202
7.8 最佳再现滤波器 .....	207
7.9 普通的次佳再现滤波器: 零阶保持电路、一阶保持电路和样本 点直线连接器 .....	215
7.10 评述 .....	217
<b>第八章 用于数字滤波的脉冲转移函数的设计 .....</b>	<b>218</b>
8.1 引言 .....	218
8.2 以 $s$ 平面上极点、零点的布局屢试来设计简单滤波器 .....	220
8.3 借保险滤波器和 $Z$ 变换使模拟滤波器转换为数字滤波器 .....	223
8.4 匹配的 $Z$ 变换 .....	223

8.5	借双线性变换使模拟滤波器转换为数字滤波器	224
8.6	数字全通滤波器	231
8.7	线性相位非递归滤波器	234
8.8	设计非递归数字滤波器的傅里叶级数和窗函数方法	236
8.9	按最小加权误差平方积分来设计非递归数字滤波器	246
8.10	频率抽样滤波器	248
8.11	将原型低通数字滤波器变换成其它数字滤波器	255
8.12	计算机辅助设计技术简介	260
8.13	评述与结论	262

## 第九章 数字滤波器中量化与有限字长算法的影响 ..... 264

9.1	引言	264
9.2	模-数转换引入的量化噪声	265
9.3	由系数量化引起的非递归滤波器频率响应误差的界限	269
9.4	系数量化对数字滤波器极点与零点位置的影响	270
9.5	定点有限字长算法	273
9.6	在递归滤波器的输出中由定点有限字长算法引起的噪声	275
9.7	递归滤波器的静带效应	280
9.8	采用定点有限字长算法的递归数字滤波器极限环的边界	283
9.9	浮点有限字长算法	288

## 第十章 离散傅里叶变换: 理论、高效率运算及在数字滤波 与相关中的应用 ..... 292

10.1	引言	292
10.2	离散傅里叶变换与离散傅里叶反变换	293
10.3	离散傅里叶变换的频率选择性	294
10.4	若干常用的变换关系式	295
1	线性特性	295
2	时间倒转	296
3	循环的时间与频率位移	296
4	复共轭序列的离散傅里叶变换	297
5	实 $f_n$ 对应的 $F_n^*$ 的条件	297
10.5	循环卷积和循环相关	297

10.6	诸积之和	300
10.7	快速傅里叶变换——计算离散傅里叶变换的高效率算法	301
10.8	输入序列为实数时的快速傅里叶变换程序的高效率使用	312
10.9	利用快速傅里叶变换作有限长序列的寻常卷积和相关	313
10.10	快速傅里叶变换用于长序列的滤波	317

## 第十一章 功率谱密度的估计 .....323

11.1	引言	323
11.2	自相关函数的估计	324
11.3	利用快速傅里叶变换计算相关函数	326
11.4	周期图	330
11.5	周期图的期望值	331
11.6	周期图的方差	336
11.7	对诸分离的周期图求平均来估计功率谱密度	340
11.8	对单个周期图取平滑来估计功率谱密度	345
11.9	借自回归模型估计功率谱密度	350

## 第十二章 希尔伯特空间的基本原理 .....354

12.1	引言	354
12.2	向量空间与子空间	354
12.3	线性无关与维数	357
12.4	赋范向量空间与收敛	358
12.5	内积与希尔伯特空间	360
12.6	正交向量与射影定理	364
12.7	将希尔伯特空间分解成正交子空间	363
12.8	向给定的有限向量集产生的子空间上射影	369
12.9	对偶逼近问题	371
12.10	产生一正交向量集的格拉姆-施密特过程	372
12.11	傅里叶级数	373

## 第十三章 线性参数估计 .....376

13.1	引言	376
13.2	线性最小二乘方逼近	377

13.3	向量随机变量	379
13.4	线性最小方差无偏估计	381
13.5	线性最小均方误差估计	386
<b>第十四章 递推估计</b>		<b>391</b>
14.1	引言	391
14.2	用更新过程进行估计	393
14.3	滤波与预测	396
14.4	平滑	406
14.5	评述	410
<b>附录 A 留数理论简介</b>		<b>411</b>
<b>附录 B 因果信号的 Z 变换表</b>		<b>416</b>
习题		418
文献及参考资料		463
英汉词汇对照		475

# 第一章 绪 论

## 1.1 若干评述、定义和历史背景

数字电路工艺的最新进展,尤其是大规模集成工艺的发展,已经在系统设计方面引起一场革命。许多功能,几年前还以模拟电路作为最实用的实现手段,现在用数字形式来实现已更为可行。采用数字手段,设计人员已不必再顾虑模拟器件可实现性方面的限制因素。结果,现在可以选择复杂得多的算法来解决问题。

数字系统工作于离散时序。因而,当模拟器件代之以数字系统时,连续时间输入信号必须转换成数列。这一步骤通常是借对输入信号在均匀间隔的时刻上进行抽样来完成的。我们将称样本序列为离散时间信号。抽样也可因其他缘故而出现于系统中。例如,转动的雷达天线在每转一圈时只能看到特定目标一次。若在一系统的某些环节出现连续时间信号而在另一些环节上出现离散时间信号,则该系统称为抽样数据系统。仅有离散时间信号出现的系统称为离散时间系统。例如,将输入序列转换成输出序列的计算算法便是一离散时间系统。

抽样数据系统理论在四十年代后期开始了有力的发展。整个五十年代,研究力量集中于抽样数据控制系统的设计与分析上。这些系统通常涉及低频信号,考虑利用当时具备的简单数字电路工艺来制造数字控制器是理所当然的。后来借 $Z$ 变换的应用,设计模拟控制系统的经典技术又推广到抽样数据控制系统。到1958年,这一学科已是相当系统化了,并出现了第一批教科书<sup>[60,114]</sup>。随着五十年代后期航天时代的到来和数字化工艺的改进,研究力

量又转到借时域状态空间手段而非经典的频域变换手段来设计控制系统上。

在本书中,我们主要关心信号处理(即滤波和估计)而非控制系统的设计。信号处理与控制系统设计之间的区别在于所要实现的目标不同。在控制系统设计方面,目标是使系统输出的性状表现为某种与输入有关的所需形式,这通常是借采用合适的反馈来实现的。控制系统必须实时工作。沿反馈环的延迟须保持于最低限度,以维持稳定性。而滤波之目标(例如在一通信系统中)则是以某种所需方式改变接收到的信号的频谱。适度的总延迟,若为实现给定的滤波器频率响应所必需,通常是完全可以容许的。估计的目标则是估计为噪声所掩盖的信号的参数、自相关函数和功率谱密度,等等。信号处理常常在非实时状态脱机完成。

在高速数字计算机研究成功之前,离散时间信号处理仅限于采用相当简单的算法。数字计算机工艺的进展揭示了计算机的巨大潜力,为发展复杂的离散时间信号处理技术所作的广泛研究工作也随着开始了。1958年,勃莱克曼(Blackman)和图基(Tukey)在“贝尔系统技术杂志”(BSTJ)上发表经典性论文,叙述了如何从有限的信号样本集来估计功率谱<sup>[10]</sup>。设计离散时间滤波器(通常又称为数字滤波器)来密切逼近给定频率响应的技术也发展起来了。贝尔实验室的凯塞(J. F. Kaiser)是早期对数字滤波器设计领域作出贡献的主要科学家之一。在《以数字计算机作系统分析》<sup>[8]</sup>一书中,他所执笔的第七章是最早在书本中出现的对数字滤波器设计方法所作的全面论述。那时所用的标准方法是把数字滤波器作为差分方程来实现。1965年库利(Cooley)和图基发表一篇论文<sup>[9]</sup>,叙述了在一集均匀间隔的点上非常有效地计算傅里叶级数的算法。这种算法现在称为快速傅里叶变换(FFT)。FFT改变了数字功率谱估计的手段,大大减少了计算时间。FFT

也提供了数字滤波的频域手段，可与时域差分方程手段相竞争。航天工业的需要又促进了离散时间参数估计技术的发展。卡尔曼在 1960 年发表文章<sup>[67]</sup>，提出估计线性动态系统状态的递推算法（现在称为卡尔曼滤波器）。他这篇文章是估计技术发展过程中的里程碑。

## 1.2 本书梗概

本书第二至五章提供了可谓经典的方法，用以分析具有确定输入的线性抽样数据系统。在第二章中考察了对一信号于均匀间隔的时刻进行抽样在频域产生的影响。一般说来，抽样要引起一种不可消除的现象，称为混叠。然而我们将会看到，当信号频带不超过抽样率之半时，可由其诸样本值准确地再现此信号。这一结论称为抽样定理，是离散时间信号处理的理论基础。借多项式内插与外推，从一信号的诸样本来近似再现此信号的实际技术，将在第三章讨论。在第四章论述  $Z$  变换的理论。 $Z$  变换对离散时间系统所起的作用，犹如拉普拉斯变换对连续时间系统所起的作用。第五章提出以傅里叶变换或拉普拉斯变换同  $Z$  变换相结合来分析抽样数据系统的方法。我们将会看到，线性非时变离散时间系统的时域特性可用线性常系数差分方程来描述。我们也会发现，此类系统象连续时间系统一样，在  $z$  域能用一转移函数来描述，该函数是系统对单位脉冲的响应的  $Z$  变换。我们又看到，系统的正弦稳态频率响应可借计算其在  $z=e^{j\omega T}$  时的转移函数而求得，此处  $T$  为抽样周期而  $\omega$  为频率变量。该章还提出检验离散时间系统稳定性的方法。也讨论到修正的  $Z$  变换以及快速输出抽样方法，后者用来确定抽样数据系统在抽样瞬时之间的特性。该章又论及利用跳越抽样来缩减数据。研读此书时很快就会明白，连续时间系统的所有标准分析方法和结果，在离散时间系统中都有



直接的对应关系。

第六章引入表示离散时间与连续时间系统的状态空间方法。状态空间表示法广泛应用于现代的控制理论和系统理论。该章为第十四章提供了背景知识。

第七章提出了具有随机输入之抽样数据系统的可谓经典的理论。该章仅考虑均匀抽样的线性非时变系统和平稳随机过程。我们将会看到,抽样随机过程的功率谱密度就是其自相关函数的 $Z$ 变换。该章还导出了公式,用来计算通过线性离散时间滤波器后的离散时间随机过程的相关函数和功率谱密度,这些公式十分类似于连续时间情况中的对应公式。该章也讨论了维纳(Wiener)滤波器的离散时间形式,又解决了用最后 $N$ 个样本作最佳的一步线性预测的问题。线性预测器最近已在语言分析和综合方面获得应用。该章还提供了若干方法,用以分析具有随机输入的兼涉连续时间与离散时间的混合系统,并将这些方法用于最佳信号再现问题。

在第八、九和十章中讨论了数字滤波。在第八章中提供了求出密切逼近所需频率响应的数字滤波器转移函数的方法,并考察了设计递推与非递推滤波器的方法。第八章中的设计方法是基于滤波器能够完满实现这一假设上。第九章讨论了当滤波器按数字方法来实现时必须考虑的一些实际问题。该章探讨了量化、有限字长算法和极限环等问题。在第十章提出了通过采用离散傅里叶变换(DFT)而作数字滤波的频域方法。在发现了能高效率地计算DFT的FFT算法以后,这一方法已成为很实用的了。在此之前,几乎一概采用时域差分方程的方法。这两种方法各有优、缺点。二者之间的选择取决于具体问题的诸限制因素。

在第十一章讨论如何从均匀间隔样本的有限长序列来估计自相关函数与功率谱密度。该章提出了估计功率谱密度的三种方