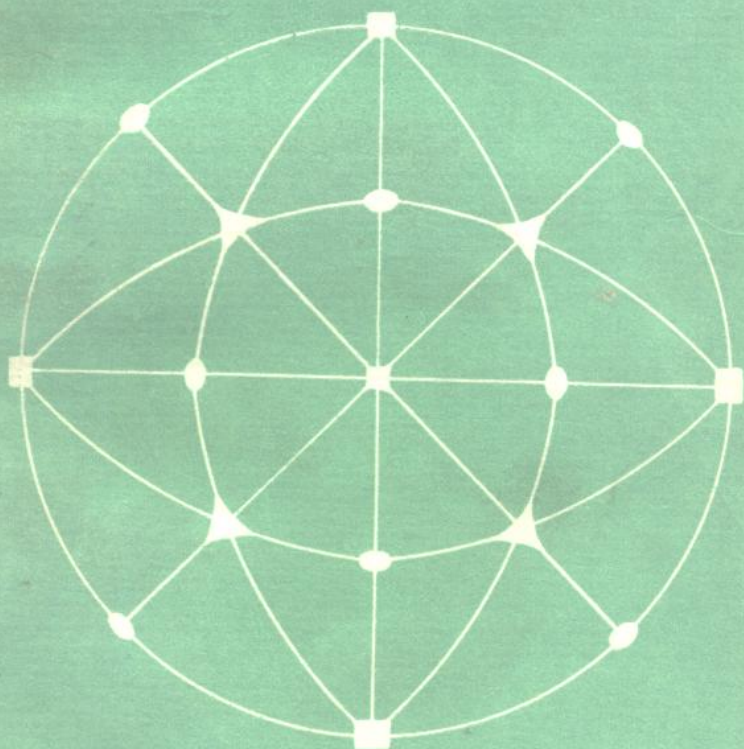


物理学中的对称性

第一卷

[英] J. P. 艾立阿特 著
P. G. 道伯尔



科学出版社

53.1
5

物理学中的对称性

第一卷

[英] J. P. 艾立阿特 著
P. G. 道伯尔

全道荣 译

阮图南 校

科学出版社

1986

内 容 简 介

本书全面系统地介绍了有限群及连续群的表示论及其在物理学中的应用。全书分两卷。第一卷为基本理论与初步应用，第二卷为进一步应用。

本书内容新颖，叙述简明通俗，数学概念清楚，具体推导严格，全书自始至终贯穿物理应用，配有大量实例及习题。适用于高等院校物理系高年级学生及研究生阅读。

J. P. Elliott & P.G. Dawber
SYMMETRY IN PHYSICS, Vol. 1
The Macmillan Press Ltd, 1979

物理学中的对称性

第 一 卷

【英】 J. P. 艾立阿特 著
P. G. 道 伯 尔
仝道荣 译
阮图南 校

责任编辑 张邦固

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1986 年 3 月第一次印刷 印张：11 3/4
印数：0001—4,800 字数：257,000

统一书号：13031·3107

本社书号：4613 13—3

定价：2.75 元

中 译 本 序

对称性是人们在观察自然和认识自然的过程中所产生的一种观念。自然界千变万化的运动,从一个侧面来说,往往会显现出各式各样的对称性,同时又通过这些对称性的演化和破缺来反映出运动演化的特点。无论什么样的对称现象,都是与把两种不同的情况比较分不开的。对称性可以概括为:如果某一现象(或系统)在某一变换下不改变,则说该现象(或系统)具有该变换所对应的对称性。

每一种对称性都和某种特定的变换相联系,对称性的千差万别也就集中反映在与之相联系的各种变换上。因此,可以根据变换所涉及的对象以及变换的性质来对对称性进行研究和分类。物理学规律中出现的对称性,体现在物理现象的时间和空间性质的描述上,还体现在一些和时间及空间的描述相独立的其它性质上,这些对称性通常分别称为时空对称性和内部对称性。随着物理学的发展,物理学规律中所体现的各种对称性,特别是在微观现象中存在的多种类型的内部对称性,日益被人们所认识。

一般说来,物理学规律中的对称性,都包含在物理学规律之内。当人们对某物理现象的规律充分了解之后,自然也了解了其中所包含的对称性。然而,在物理学发展过程中,人们对某一物理现象的规律认识之前,往往先认识其中所包含的对称性,并且对这些对称性的认识常常在进一步认识物理规律中起重要作用。物理规律中的对称性从一个重要的侧面反映了这规律的一些特有的特征。正因为如此,对物理学中对称性的研究是对物理学各个领域基本规律探索的重要方面,特别是在对未知规律的探索上起着非常重要的作用。

由于对称性和特定的变换分不开，对于对称性的描述和研究中必然要大量运用群论和群表示论的数学工具。物理学中对称性的研究相当多的部分反映为运用群论来分析、概括和研究物理学的规律。现在这类工作已成为物理学的理论概括和研究中的一个组成部分。

J. P. 艾立阿特和 P. G. 道伯尔的《物理学中的对称性》一书，对物理学中各领域中对称性的分析，包括必要的群论和群表示论等数学预备知识以及在各领域中如何应用，都有比较清楚的系统介绍。本书考虑了物理学工作者的实际需要，在数学基础方面介绍了必要的基本概念和主要结果，避免了在抽象数学性质方面的严格而过于细致的讨论和证明；在把数学工具运用来分析讨论物理问题方面作了着重的努力，使全书突出了物理内容；同时全书力图在物理学的几个重要领域内，把对称性的各种类型的表现都尽可能全面地进行讨论和介绍；在全书写法上努力作到扼要清楚，由浅入深。从这些方面来看，这本书是一本较好的参考书。这本书的翻译出版，可以起有益的作用。当然，由于物理学中的对称性涉及的面很宽，本书对有些方面没有介绍到，同时全书出版于1979年，对于七十年代后期以来的新进展没有能反映进去，这些都可以通过对照参考其它有关文献来补足和克服。

高崇寿

一九八四年九月十九日序于北京大学物理系

校 译 者 的 话

本书是一本较好的应用群论的参考书。它的特点是：概念清楚、叙述简要、内容系统、取材广泛、重在应用。书中只引进最低限度的数学概念，着重讲清群论在物理学各个领域中的应用。在写法上避免了烦杂的数学理论上的推导，但却保留了清晰的数学思路，使得内容多而不杂，范围广而不乱，水平深而不玄。因此本书很适合物理工作者阅读，特别可选作为大学物理系、化学系本科生和研究生的教材，对于关心群论在物理学中应用的数学工作者来说，本书也是一本富有启发性的参考书。读者具备线性代数和量子力学的初步知识即可阅读本书。本书每章后都配有适量习题供练习，书后并附有习题答案。这些练习对于加深数学概念的理解是不可缺少的。书后还附有若干附录，作为正文的补充，供学有余力的读者参考。

本书曾在中国科技大学近代物理系理论物理专业多次作为教材，使用后师生普遍反映良好，都认为本书是现有应用群论参考书中较好的一本，值得推荐。

参加本书校译工作的还有下列同志：马千乘同志协助校阅了第一卷，杨兆芬同志协助校阅了第二卷，夏尚达同志协助校阅了第六、九、十三、十四章，范洪义同志协助校阅了第十五、十六章。

由于水平所限，译文中的错误在所难免，敬请读者批评指正。

阮图南 全道荣

一九八五年元月于合肥

第一卷 序 言

在找出规律性或对称性之前，人们长期无法对任何物理系统进行研究。尽管一个物理系统可能很复杂，但我们可以期望，对系统的规律性总会有一个简单的解释。这种乐观情绪不仅遍及物理学，而且一般地，对其他科学也是如此，这在对称性研究中得到了证实，因为正是对称性理论，在几乎所有物理学分支，特别是量子物理学中，都得到了应用。本书的目的就是叙述对称性理论以及研究它对各种物理系统的应用。

本书是我们过去十年中在苏塞克斯大学几次讲课的产物。一次是对三年级大学生所作的关于对称性的一般性引论课程，一次是有关固体物理对称性的研究生课程，还有一次是有关原子物理、核物理和基本粒子物理对称性的研究生课程。因此，本书可供上述各专业的学生阅读。对于打算学习对称性理论的学生来说，本书第一章至第五章是起码的内容。学过大学线性代数课程的学生，将会发现第三章的大部分内容是熟悉的，因而可以读得快一点。第一卷中的第六章至第十二章包括一系列应用，这些内容对于大学生课程已完全足够了。第一卷的内容可以选择使用，例如可略去关于核物理和基本粒子物理的第十章至第十二章，或者略去关于点群的第六章和第九章。第二卷可以作为研究生的课程，以及作为好学的大学生的课外参考书。

第一卷的第一章通过一些十分简单的例子来引进对称性的概念，并列举了对称性的某些一般性推论，然后我们离开物理背景，专门用三章篇幅来为后面内容作数学准备。其中最

重要的数学工具,就是第二章和第三章的群论和线性代数.第四章把这两者结合起来讨论群的表示,群论在对称性理论中最有用的就是群的表示.第五章我们又回到物理上来,简略地论述一下量子力学的基本思想,并一般地叙述了对称性在量子系统中的作用.本书的其余部分都是对不同物理系统的应用,以及对有关群的较详细的讨论.本书在应用方面,包括从分子振动到基本粒子的广泛内容,并且在每一项应用中我们都尽量介绍足够的背景,使那些对这一特殊物理系统没有预备知识的读者,也能领会到对称性所起的作用.每一项应用在叙述上都是自足的,比较复杂的系统放在后面几章.第六章的分子振动是详细讨论的第一个物理现象.在讨论量子理论之前,我们在这一章就可以看到对称性在经典力学中的若干结果.第七章和第八章讨论旋转对称性及其对原子结构的应用.这里,我们第一次遇到含有无限多个群元或对称性变换的连续群,我们介绍了这类群的一般性质.第九章较详细地叙述了只含有限个旋转的“点群”,并利用它们来研究晶体场对原子状态的影响.在第十、十一、十二章,我们进一步讨论在核物理和基本粒子物理中所遇到的更抽象的对称性,但所用的一般理论和前面几章具体应用中的相同.在这三章中我们引进了二维、三维、四维和六维酉变换的群,并利用它们来描述在中子和质子之间所观测到的对称性,以及最近发现的某些短寿命基本粒子之间的规律性.我们还解释了“奇异性”和“夸克”的概念.

第二卷从点群对电子在分子中运动的进一步应用开始,然后在第十四章从具有一个不动点的对称性,转向讨论不连续的平移及其在晶体结构中的应用.相对论在物理学的基本原理中是极为重要的,当速度接近光速时,相对论具有实际的意义.对于第一卷中所讨论的所有系统,我们可以忽略相对

论效应，因为这些系统的粒子速度是相当小的。第十五章叙述了四维时空中的对称性，它是相对论的基础。这一章讨论了四维时空对称性的推论，特别是关于基本粒子的分类。我们利用洛伦兹群和庞加莱群对称性对动量、能量、质量和自旋的概念作了解释，在诸如光子这类零质量粒子的理论中，我们发现了自然界的一个小天地。第十六章讨论的是场，这和前面几章不同，那里所处理的是粒子或粒子系统。我们首先利用四维时空来描述经典场，例如电磁场。接着对相对论量子场论作了简要介绍，这个理论为粒子的产生和湮没以及反粒子的存在提供了一个框架。第十七章和第十八章详细叙述了两个常用的群，即 n 个对象所有置换的“对称群”和 N 维“酉群”，并讨论了这两个群之间的内在关系。这两个群的特殊情形，在前面几章已经见到过。第十九章叙述了库仑势和谐振子势这两种熟知位势中的某些意外对称性。最后一章收集了几个零散但却有趣的小课题。

本书包含许多有用的例子，并选用了一些附有答案的问题。在每一章的末尾，为那些关心更详细的物理应用，或希望深入钻研某些数学问题的读者，列出了进一步阅读的参考文献目录。

为了方便读者，我们按照通常习惯用斜体字母表示代数符号，例如 x , y 和 z ，而用正体字母表示算符以示区别。算符或矩阵都记作 T ，其矩阵元(它是一个数)将记作斜体字母 T_{ij} 。此外，黑体字母用来表示向量，在第二卷的第十五章和第十六章，我们遇到四维向量 $\hat{e}$ ，它是在字母上加上符号 $\wedge$ 。

J. P. 艾立阿特

P. G. 道伯尔

苏塞克斯大学，布赖顿，1979

第一卷 目 录

第一章 引论	1
1.1 对称性在物理学中的地位	1
1.2 对称性推论的例子	3
1.2.1 单粒子的一维运动(经典情形)	3
1.2.2 单粒子的二维运动(经典情形)	4
1.2.3 由弹簧连结的两个粒子(经典情形)	4
1.2.4 量子力学中单粒子的三维运动——球对称及简并	6
1.2.5 量子力学中单粒子的一维运动——宇称和选择定则	7
1.2.6 对称性的探索——基本粒子物理	8
1.3 小结	9
第二章 群及其性质	11
2.1 群的定义	11
2.2 群的例子	13
2.3 同构	19
2.4 子群	20
2.5 直积群	20
2.6 共轭元和共轭类	22
2.7 共轭类的例子	22
2.7.1 旋转群 $\mathcal{R}_3$	22
2.7.2 有限旋转群 D_3	24
2.7.3 对称群 $\mathcal{S}_3$	25

2.8 直积群的类结构	25
2.9 群的重排定理	26
参考文献.....	26
问题.....	26
第三章 线性代数和向量空间	28
3.1 线性向量空间	28
3.2 线性向量空间的例子	32
3.2.1 三维空间中的位移	32
3.2.2 三维空间中 N 个粒子组的位移	32
3.2.3 函数空间	32
3.2.4 有限维函数空间	33
3.2.5 波函数	34
3.3 线性算符	35
3.4 算符的乘法、逆及变换	38
3.5 算符的伴随——(酉算符和厄密算符)	40
3.6 本征值问题	41
3.7 函数的导出变换	43
3.8 线性算符的例子	45
3.8.1 xy 平面上向量的旋转.....	45
3.8.2 置换	46
3.8.3 函数空间中乘以函数的算符	46
3.8.4 函数空间中的微分	47
3.8.5 函数的导出变换	48
3.8.6 函数导出变换的其他例子	49
3.8.7 变换算符	49
参考文献.....	50
问题.....	50
第四章 群表示	52
4.1 群表示的定义	52

4.2	矩阵表示	53
4.3	表示的例子	54
4.3.1	群 D_3	54
4.3.2	群 $\mathcal{Q}_8$	56
4.3.3	函数空间	57
4.4	不变子空间的生成	58
4.5	不可约性	61
4.6	等价表示	64
4.6.1	麦施克定理的证明	65
4.7	不等价的不可约表示	66
4.8	不可约表示的正交性	67
4.8.1	舒尔第一引理证明	71
4.8.2	舒尔第二引理证明	73
4.9	表示的特征标	74
4.10	不可约表示特征标的正交关系	75
4.11	群特征标在表示约化中的应用	76
4.12	不可约准则	78
4.13	有多少个不等价不可约表示——正则表示	78
4.14	群特征标的第二正交关系	81
4.15	特征标表的构造	82
4.16	不可约表示基函数的正交性	83
4.17	两个表示的直积	85
4.18	不可约表示限制于子群的约化	89
4.19	投影算符	90
4.20	不可约算符集和维格纳-爱卡脱定理	96
4.21	直积群的表示	100
	参考文献	102
	问题	102

第五章 量子力学中的对称性	105
5.1 量子力学概要	105
5.2 量子系统对称性的定义	109
5.3 简并性及能量和本征函数的标志	110
5.4 选择定则和算符的矩阵元	111
5.5 守恒定律	113
5.6 例子	114
5.6.1 对称性群 C_3	115
5.6.2 对称性群 D_3	117
5.6.3 对称性群 S_2	118
5.6.4 对称性群 $\mathcal{R}_2$	118
5.7 群论在变分近似中的应用	120
5.8 破坏对称性的微扰	122
5.8.1 例子	124
5.8.2 分裂的大小	124
5.9 粒子的不可分辨性	125
5.10 复共轭和时间反转	127
参考文献	128
问题	128
第六章 分子振动	130
6.1 谐振近似	130
6.2 经典解	132
6.3 量子力学解	133
6.4 分子振动中对称性的效应	135
6.5 简正模式的分类	138
6.5.1 水分子	141
6.5.2 氨分子	142
6.6 振动能级和波函数	143

6.7 分子的红外吸收谱和 Raman 吸收谱	146
6.7.1 红外谱	147
6.7.2 Raman 谱	147
6.8 简正模式的位移图形和频率	149
参考文献	151
问题	151
第七章 连续群及其表示 旋转群 $\mathcal{R}_2$ 和 $\mathcal{R}_3$	153
7.1 一般性概述	153
7.2 无穷小算符	155
7.3 群 $\mathcal{R}_2$	159
7.3.1 不可约表示	160
7.3.2 特征标	161
7.3.3 表示的直积	161
7.3.4 基向量的例子	161
7.3.5 无穷小算符	162
7.4 群 $\mathcal{R}_3$	165
7.4.1 无穷小算符	166
7.4.2 不可约表示	168
7.4.3 特征标	172
7.4.4 表示的直积	174
7.4.5 基向量的例子	176
7.4.6 不可约算符集和维格纳-爱卡脱定理	181
7.4.7 等价算符	182
7.5 卡西米尔算符	183
7.6 双值表示	185
7.7 复共轭表示	188
参考文献	189
问题	189
第八章 角动量和群 $\mathcal{R}_3$ 及原子结构方面的实例	192

8.1	旋转不变性及其推论	192
8.2	粒子系统的轨道角动量	194
8.3	角动量的耦合	196
8.4	内禀自旋	197
8.5	氢原子	205
8.6	多电子原子的结构	210
8.6.1	哈密顿算符	210
8.6.2	泡利原则和壳层填充	212
8.6.3	带有多个价电子的原子—— LS 耦合	215
8.6.4	光谱项的分类	219
8.6.5	光谱项的次序	223
	参考文献	227
	问题	227
第九章	点群及其在晶体场中的应用	229
9.1	点群变换和符号	229
9.2	极射图	230
9.3	点群的枚举	232
9.3.1	正常点群	232
9.3.2	非正常点群	236
9.4	点群的类结构	239
9.4.1	真点群	239
9.4.2	非正常点群	240
9.5	晶体点群	243
9.6	点群的不可约表示	245
9.7	点群的双值表示	247
9.8	时间反转和磁点群	250
9.9	原子能级的晶体场分裂	251
9.9.1	物理问题的定义	252
9.9.2	由对称性来推导分裂的方式	253

9.9.3 磁场效应	260
参考文献	261
问题	262
第十章 同位旋和群 SU_2	264
10.1 原子核中的同位旋	265
10.1.1 同位旋标志和简并性	267
10.1.2 同位旋多重态的分裂	273
10.1.3 选择定则	276
10.2 基本粒子的同位旋	277
10.2.1 π 介子与核子的碰撞	278
10.3 同位旋对称性和电荷无关性	279
参考文献	280
问题	280
第十一章 群 SU_3 及其在基本粒子中的应用	282
11.1 一些有关的实验数据	283
11.2 超荷	288
11.3 重子数	289
11.4 群 SU_3	290
11.5 SU_3 的子群	291
11.6 SU_3 的不可约表示	293
11.6.1 复共轭表示	305
11.6.2 表示的直积	305
11.7 重子按 SU_3 多重态的分类	307
11.8 质量分裂公式	309
11.9 电磁效应	313
11.10 卡西米尔算符	314
参考文献	316
问题	316

第十二章 原子核和基本粒子中的超多重态——群 SU_4 和 SU_6 以及夸克模型	319
12.1 原子核中的超多重态	319
12.2 基本粒子的超多重态	324
12.3 三夸克模型	327
12.4 九夸克模型	333
12.5 粲数	335
参考文献	337
问题	337
附录 1 点群不可约表示的特征标表	339
附录 2 第一卷中的问题答案	347