信号与系统

张谧　赫慧辉　编

诸维明　审

人民邮电出版社

信 号 与 系 统

张 谧 赫慈辉 编
诸维明 审

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书为无线电技术、通信、计算机、自动化等电子类型各专业的基础课"信号与系统"课程的教材，也可供有关专业的技术人员自学和参考。

本书对连续系统的时域分析、频域分析、复频域分析及离散系统、状态变量等作了比较深入的讨论，内容严谨，选材适当，语言通顺。为了使读者较好地掌握基本内容，书中编入了较多例题和习题，部分习题附有答案。

信 号 与 系 统

张 谨 赫慈辉 编

诸维明 审

特约编辑：舒贤林

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

开本：850×1168 1/32　　1987年3月第 一 版

印张：17 12/32页数：278　　1987年3月河北第1次印刷

字数：461千字　　印数：1—4,000册

统一书号：15045·总3266—教738

定价：3.00 元

序

在通信、自动控制、光学、生物电子学、地震勘探等不同学科中，都存在传输信号与处理信号的实际问题。近年来由于电子技术和集成电路工艺的迅速发展，电子计算机已成为各种学术领域处理信号的通用手段，因此不同学科已有互相渗透，互相交流并组成边缘学科的趋势。虽然在这些不同学科中，有关信号的理论有很多相同之点；但是由于研究对象的物理性质的差异，另外还由于发展历史、分析方法，以及名词、术语等的不同，在这些学科之间学术思想的交流还是较困难的。因此有必要建立一门新的统一学科，它不管信号的物理性质和系统的内部结构如何，而专门研究二者的共性，以便于不同学科的研究成果互相吸收并借镜。这就是当前在无线电技术、通信、以及自动化等专业中设置“信号与系统”课程的主要原因之一。

自从1978年以来，北京邮电学院已为六届不同专业的学生开设了“信号与系统”这门课程。自编教材已在北邮内部铅印过两版。本书为修订后的第三版。在编写本书时，我们的指导思想有两点：首先对于一门理论性较强的课程，为了使初学者较牢固地掌握本课程的基本概念和基本理论，课程所涉及的知识面不宜太广，但主要内容的叙述应力求详尽，不宜过于简练。其次我们认为从特殊到一般是人们认识新事物的普遍规律，同时又为了使理论较紧密地联系实际；因此在所有重要章节中都编入了大量例题。有一些在本文中容易忽略的细节问题，我们往往在有关例题中加以说明。

本书共分七章。第七章状态变量分析法和其他标有＊号的章节可作为选用部分。前六章的教学时数为51至54学时。在学习本课程时，我们只要求学生已学过先修课程“电路分析基础”和“线性代数”，而不要求学生具有积分变换方面的知识。

在第一章中，除了信号与系统的性质，分类和其他基本概念之外，我们还以较多篇幅叙述了信号波形的微分、积分、位移等运算过程。这对于学生学习以后章节是有帮助的。

在第二章中我们对卷积积分的难点，即上下限的确定，作了较详细地说明。

鉴于正交函数系在信号分析的近代理论中占有重要的地位，在本书中我们为正交函数专设了单独一章（第三章）。目的在于说明任意信号用完备正交函数系展开的基本思想和统一观点。但是由于本书为基础教材，故在这一章中并未列举各种正交函数系。我们认为只要领会并掌握这种方法，学生在遇见新的正交函数系时，自已也会处理的。因此只介绍了频谱分析中至关重要的正弦函数和虚指数函数系。

早在1953年，美国麻省理工学院*E.A.Guillemin*教授就已提出了一种计算付氏级数谱系数的简便方法。这种方法是以付氏级数的微分性质和奇异函数为基础的，并可推广到付氏变换和拉氏变换。在第四章中将经常应用这种方法，以避免繁琐的积分运算。

在解差分方程式时，从教学实践中我们感到初学者往往混淆了自由分量和零输入分量之间的差别。二者虽然都是差分方程式的齐次解，但其意义和决定常数的方法却有显著的不同之点。因此在第六章中专门叙述了这个问题。

有些内容在正文中未曾讨论。例如，激励信号为奇异函数时微分方程的一般解法，双边拉普拉斯变换等较深入的问题，为了便于参考，均列于附录中。书末还附有卷积的数值计算等方面的计算机程序供读者参考。这些程序均在*TRS*-80型计算机中通过。

本书由张谨、赫慈辉编写，江淑倩整理习题和答案，齐立特编制程序，孙荣宝绘制插图，诸维明审。

北京邮电学院电工教研室参与审阅的同志有侯自立、霍锡真、江执中、朱斌传、江淑倩、张文冬等。本书在编写过程中还得到教研室许多同志多方面的支持和帮助，在此一并致谢。

限于水平，书中难免有错误与不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

一九八五年三月

目　　录

第一章　时间信号与线性时不变系统…………………………（ 1 ）

§1-1　时间信号的表示方法 ……………………………（ 1 ）

§1-2　系统的概念 ……………………………………（ 9 ）

§1-3　奇异函数 ………………………………………（ 18 ）

§1-4　δ 函数及其导数的性质 ……………………………（ 27 ）

习题……………………………………………………（ 33 ）

第二章　连续系统的时域分析法…………………………………（ 39 ）

§2-1　冲激响应 ………………………………………（ 40 ）

§2-2　用 δ 函数序列表示任意信号 ……………………（ 50 ）

§2-3　任意信号作用于线性系统的零状态响应的求法 …………………………………………（ 53 ）

§2-4　卷积积分的图解说明 ……………………………（ 58 ）

§2-5　任意信号和冲激信号的卷积 ………………………（ 63 ）

§2-6　卷积的性质 ……………………………………（ 66 ）

§2-7　杜阿密尔积分 …………………………………（ 73 ）

习题……………………………………………………（ 79 ）

第三章　用完备正交函数系表示任意信号………………………（ 87 ）

§3-1　能量信号和功率信号 ……………………………（ 88 ）

§3-2　矢量的分解 ……………………………………（ 92 ）

§3-3　信号的分解 ……………………………………（ 95 ）

§3-4　以完备正交函数系逼近任意信号 …………………（ 101 ）

习题……………………………………………………（ 106 ）

第四章　连续系统的频域分析法…………………………………（ 110 ）

§4-1　周期性信号的频谱分析 …………………………（ 110 ）

§4-2　周期信号作用于线性系统的稳态响应 ………（ 132 ）

§4-3　周期信号的功率谱 ……………………………（138）
§4-4　周期矩形脉冲的频谱与周期的关系 …………（141）
§4-5　非周期信号的频谱分析—付里叶变换 ………（147）
§4-6　典型非周期信号的付里叶变换 ………………（155）
§4-7　付里叶变换的性质 ……………………………（163）
§4-8　周期信号的付里叶变换 ………………………（177）
§4-9　卷积定理 ………………………………………（182）
§4-10　非周期信号的能量谱…………………………（187）
§4-11　连续系统的频域分析法………………………（189）
§4-12　无失真传输……………………………………（203）
§4-13　理想低通滤波器的冲激响应…………………（206）
§4-14　理想低通滤波器的阶跃响应…………………（209）
§4-15　调制与解调……………………………………（212）
习题……………………………………………………（217）
第五章　连续系统的复频域分析法…………………（234）
§5-1　拉普拉斯变换 …………………………………（235）
§5-2　基本信号的拉普拉斯变换 ……………………（240）
§5-3　拉普拉斯变换的性质 …………………………（244）
§5-4　拉普拉斯反变换 ………………………………（261）
§5-5　瞬态分析的拉普拉斯变换法 …………………（273）
§5-6　系统函数以及零点和极点的概念 ……………（298）
§5-7　系统函数的时间特性和频率特性与零、极点的关系 ……………………………………………（306）
* §5-8　系统的稳定性 …………………………………（317）
* §5-9　罗斯—霍尔维兹稳定准则 ……………………（321）
习题……………………………………………………（326）
第六章　离散信号和离散时间系统…………………（341）
§6-1　离散信号 ………………………………………（341）
§6-2　抽样定理 ………………………………………（346）

§ 6-3　离散时间系统的数学模型—差分方程式 ……（ 360 ）
§ 6-4　线性差分方程式的解法 ……………………（ 364 ）
§ 6-5　离散量的卷积 ……………………………（ 377 ）
§ 6-6　离散系统的冲激响应和零状态响应 …………（ 382 ）
§ 6-7　离散信号的Z变换 …………………………（ 392 ）
§ 6-8　Z变换的性质 ………………………………（ 398 ）
§ 6-9　反Z变换 …………………………………（ 408 ）
§ 6-10　系统函数的零、极点分布与时间特性的关系（ 418 ）
• § 6-11　系统函数的零、极点分布与频率特性的关系（ 424 ）
• § 6-12　数字滤波器的一般概念……………………（ 429 ）
习题………………………………………………（ 436 ）
第七章　系统的状态变量分析法…………………………（ 449 ）
§ 7-1　状态和状态变量的意义 ……………………（ 450 ）
§ 7-2　连续系统的状态方程和输出方程 ……………（ 453 ）
§ 7-3　状态方程式的模拟 …………………………（ 459 ）
§ 7-4　离散系统的状态方程 ………………………（ 465 ）
§ 7-5　状态方程式的变换域解法 ……………………（ 468 ）
§ 7-6　状态方程式的时域解法 ……………………（ 477 ）
§ 7-7　由状态方程判断系统的稳定性 ………………（ 487 ）
习题………………………………………………（ 489 ）
附录 A　激励信号为奇异函数时微分方程的一般解法……（ 493 ）
附录 B　常用信号的付里叶变换表…………………………（ 496 ）
附录 C　单位冲激序列 $\delta_T(t)$ 的付里叶变换 ………………（ 500 ）
附录 D　拉氏反变换—约当（*Jordan*）引理……………（ 503 ）
附录 E　双边拉氏变换……………………………………（ 510 ）
附录 F　几何级数的求值公式表…………………………（ 519 ）
THE PROGRAMS…………………………………………（ 520 ）
参考书………………………………………………………（ 534 ）
部分习题答案………………………………………………（ 535 ）

第一章　时间信号与线性时不变系统

§1-1　时间信号的表示方法

1-1-1　连续信号和离散信号

信号是传送或记录信息的手段或工具。信号所含有的信息往往存在于某种变化方式之中。例如，当我们用示波器观察放大器的输出电压时，它的波形是随着时间变化的。这种信号通常用时间函数来描写，例如

$$f(t)=10\cos 120t$$

即当 $t=0$ 时，信号的值为10；当 $t=\frac{\pi}{240}$ 时，其值为零等等。自变量为时间 t 的信号称为时间信号。有些信号的值也可以随着空间位置在改变。例如，在某一特定瞬间，一个振动的弦的位移只和弦上的位置有关。此外，信号也可以与空间和时间同时发生关系，传输线上电流和电压就是一个熟知的例子。

从数学上来讲，一个信号可以看作一个或多个独立变量的函数。如果它的值只是一个独立变量的函数，那么这种信号称为一维信号。假使独立变量有 n 个，它就称为 n 维信号。在大多数情况中，时间信号是一维信号，因为它的自变量仅仅是时间 t。

在某一时间内，除了个别的间断点之外，表示信号的函数在该时间内所有瞬间都有定义，那么这个信号就称为连续信号，例如

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \cos\pi t & t\geqslant 0\end{cases}$$

这个信号可用图1-1-1(a)中的波形来表示。另外，我们还必须注意到，一个连续信号可能含有间断点。假定在 $\varepsilon>0$ 的条件下，下面

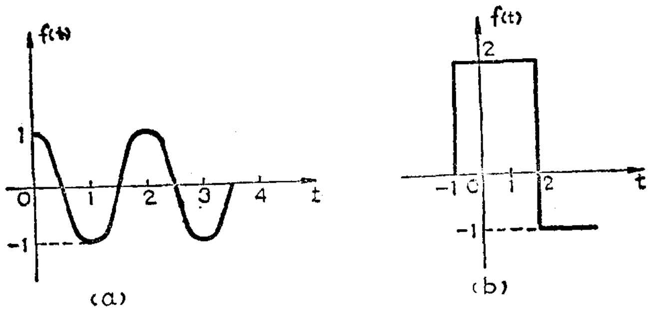

图 1-1-1 具有间断点的连续信号

的不等式是成立的：

$$\lim_{\varepsilon\to 0} f(t_0+\varepsilon) \neq \lim_{\varepsilon\to 0} f(t_0-\varepsilon) \qquad (1-1-1)$$

那么连续信号$f(t)$在$t=t_0$处就具有一个间断点。今后我们将用$f(t_0^+)$表示$\lim\limits_{\varepsilon\to 0} f(t_0+\varepsilon)$，而用$f(t_0^-)$表示$\lim\limits_{\varepsilon\to 0} f(t_0-\varepsilon)$。函数$f(t)$在间断点$t_0$的突变值则定义为

$$f(t_0^+)-f(t_0^-)$$

例如在图1-1-1(a)中，这个信号在$t=0$处含有一个间断点。由于$f(0^-)=0$和$f(0^+)=1$，所以其突变值为1。对于图1-1-1(b)信号来说，在$t=-1$和$t=2$处存在两个间断点。在$t=-1$处的突变值为2而在$t=2$处的突变值为-3。

相对于连续信号，离散信号只有在分隔的瞬间才有定义，因此离散信号实际上就是数字序列。由于离散信号以后将用专章讨论，这里就不作介绍了。

1-1-2 信号的运算

两个信号之和构成另一个信号，它在任何瞬间的值等于两个信号在同一瞬间的值之代数和。这种加法可以根据信号的波形或表达式来进行。在求两个信号的乘积时，同样必须把所有相同瞬间的值一一相乘。例如，有下列两个信号：

$$x(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \sin\pi t & t\geqslant 0\end{cases}$$

和 $$y(t)=-\sin\pi t$$

两者之和为 $$x(t)+y(t)=\begin{cases}-\sin\pi t & t<0\\ 0 & t\geqslant 0\end{cases}$$

其乘积为 $$x(t)\cdot y(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ -(\sin\pi t)^2=\frac{1}{2}\cos 2\pi t-\frac{1}{2} & t\geqslant 0\end{cases}$$

在实际工作中，我们经常会发现某些信号是其它一些信号之和或乘积。例如对于图1-1-2(a)中的简单电路来说，如果开关 S 从 $t=0$ 开始交替地断开和接通（启闭时间各为一秒钟），那么信号 $y(t)$ 就可以看作 $x(t)$ 和 $z(t)$ 的乘积，信号 $z(t)$ 的波形如图 1-1-2(b) 所示。因此设信号 $x(t)$ 的波形如图1-1-2(c)所示，于是图1-1-2(d) 的波形就是二者的乘积 $y(t)$。在通信系统中为实现信号传输需要进行调制和解调，调制过程是把信号托附于不同频率的载波上，将信号频谱搬移到所需较高的频率范围，通常采用的方法是把载波和信号相乘。在图1-1-2中，$z(t)$ 就是载波，$x(t)$ 为调制波。已调波 $y(t)$

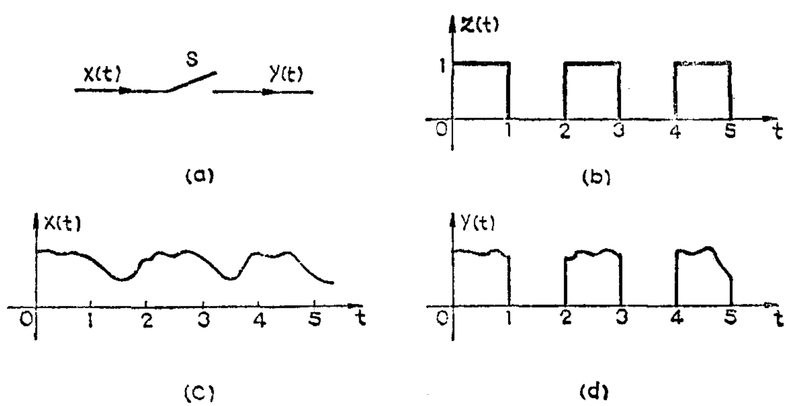

图 1-1-2 两个信号相乘

的幅度跟随着$x(t)$作相同的起伏变化。

一个连续时间信号$f(t)$的积分定义为

$$g(t)=\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$$

也就是从$-\infty$到任一瞬间 t，曲线$f(\tau)$下覆盖的面积(见图1-1-3)。

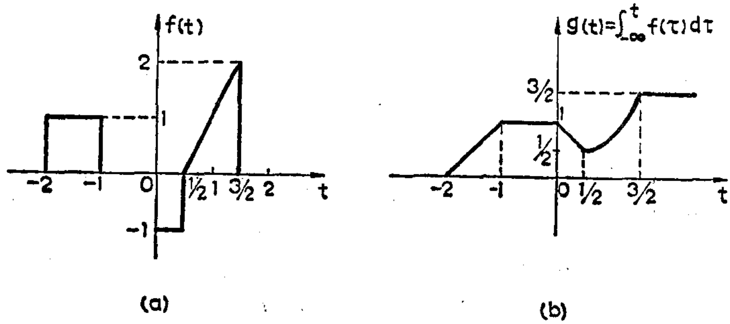

图 1-1-3 时间信号$f(t)$及其积分$g(t)$

一个时间信号$f(t)$ 的导数$\dfrac{df(t)}{dt}$就是其波形的各点的变化率。如果一个时间信号$f(t)$具有间断点，那么从普通函数的概念来说，在间断点上不存在导数。这个问题还将在§1-3中讨论。

如果把时间信号的自变量乘以一个正系数 a，则信号波形就会有相应的改变〔信号的表达式$f(t)$变为$f(at)$〕。例如

$$f(t)=\begin{cases} e^{2t}-1 & t<0 \\ \sin\pi t & t\geqslant 0 \end{cases} \tag{1-1-2a}$$

则有

$$f(2t)=\begin{cases} e^{4t}-1 & t<0 \\ \sin 2\pi t & t\geqslant 0 \end{cases} \tag{1-1-2b}$$

和

$$f\left(\frac{t}{2}\right)=\begin{cases} e^{t}-1 & t<0 \\ \sin(\pi/2)t & t\geqslant 0 \end{cases} \tag{1-1-2c}$$

从物理意义来说，时间变量乘以一系数等于改变观察时间的标

度。具体言之，把时间变量 t 乘以一个大于 1 的正常数，其结果等于压缩波形，也就是信号的持续时间变短了；反之把 t 乘以一个小于 1 的正常数，那么对于信号来说，其效果相当于扩展。这种压缩和扩展的例子，如图1-1-4(a)(b)(c)所示。图中的三个波形对应于表达式为（1-1-2a）式、（1-1-2b）式和（1-1-2c）式。

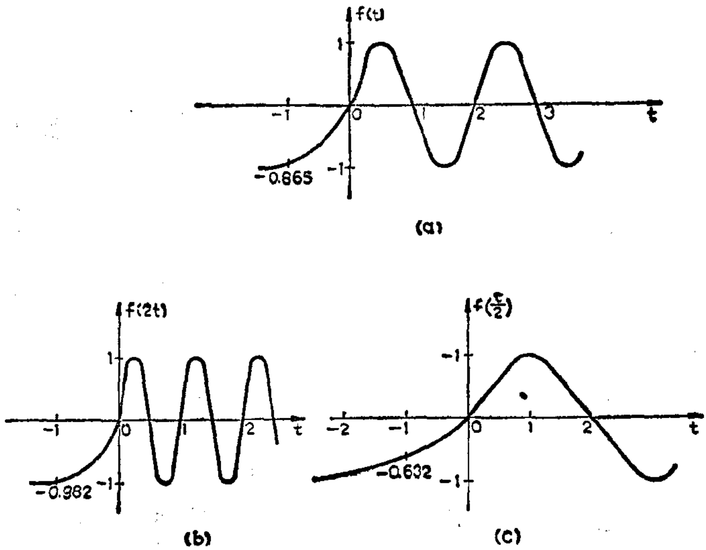

图 1-1-4 压缩和扩展信号的持续时间的例子

把时间信号$f(t)$的表达式内的独立变量 t 换以 $t+b$（ b 可以是正实数或负实数），则其作用就相当于移动整个波形。当 $b>0$ 时，整个波形比原波形提前发生，即在时间轴上波形向左移动。当 $b<0$ 时，信号波形推迟发生，即波形向右移动。例如，设（图1-1-5(a)）。

$$f(t)=\begin{cases} 0 & t<-1 \\ t+1 & -1\leqslant t<0 \\ 1 & 0\leqslant t<1 \\ 0 & 1<t \end{cases} \qquad (1\text{-}1\text{-}3a)$$

则有

$$f(t+2)=\begin{cases}0 & (t+2)<-1\\(t+2)+1 & -1\leqslant(t+2)<0\\1 & 0\leqslant(t+2)<1\\0 & 1<(t+2)\end{cases}\qquad(1\text{-}1\text{-}3b)$$

简化为(见图1-1-5(b))

$$f(t+2)=\begin{cases}0 & t<-3\\t+3 & -3\leqslant t<-2\\1 & -2\leqslant t<-1\\0 & -1<t\end{cases}\qquad(1\text{-}1\text{-}3c)$$

同样，有(见图1-1-5(c))

$$f(t-1)=\begin{cases}0 & t<0\\t & 0\leqslant t<1\\1 & 1\leqslant t<2\\0 & 2<t\end{cases}\qquad(1\text{-}1\text{-}3d)$$

以上信号波形的移位可以简单地归结为：找出移位后函数的宗量不变时所对应的坐标。例如对于图1-1-5(a)中的波形$f(t)$，$f(t)|_{t=0}=$

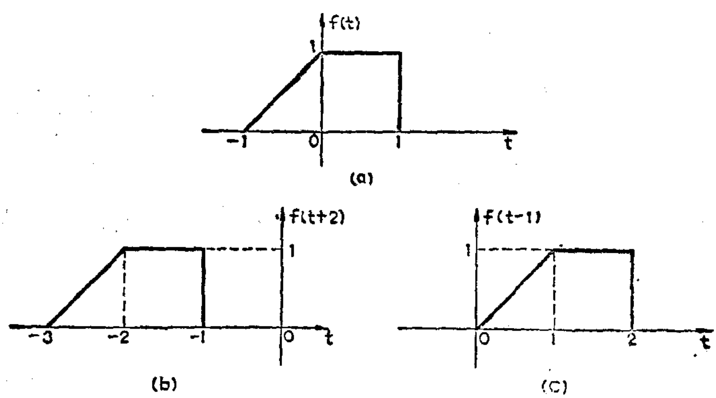

图 1-1-5　信号在不同移位后的波形

$f(0)=1$，而对于$f(t+2)$来说，$f(0)=1$的这个瞬时值发生在$t=-2$处。这就是说，波形$f(t+2)$相当于$f(t)$的整个波形向左移过两个单位。

所谓信号的倒置就是在$f(t)$的解析式内以$-t$代替自变量t。直观地说，倒置意味着一个时间信号的过去和未来可以对调。由于任何一个物理系统都不能够实现倒置这个功能，因此它只有数学上的意义。以（1-1-3b）式为例，将式中的t换以$-t$，则有

$$f(-t+2)=\begin{cases} 0 & (-t+2)<-1 \\ (-t+2)+1 & -1\leqslant(-t+2)<0 \\ 1 & 0\leqslant(-t+2)<1 \\ 0 & 1<(-t+2) \end{cases} \quad (1\text{-}1\text{-}4a)$$

简化为

$$f(-t+2)=\begin{cases} 0 & t>3 \\ -t+3 & 2<t\leqslant 3 \\ 1 & 1<t\leqslant 2 \\ 0 & t<1 \end{cases} \quad (1\text{-}1\text{-}4b)$$

如何根据$f(t)$来决定$f(-t+2)$的波形是很有意义的。波形的倒置和移动可以用两种方法进行。对于图1-1-6(a)中的信号$f(t)$，我们先决定超前信号$f(t+2)$的波形，如图1-1-6(b)所示，然后把超前信号倒置为图1-1-6(c)中的$f(-t+2)$。另一种方法是如同在图1-1-7(b)那样，先决定倒置信号$f(-t)$的波形，然后把倒置信号$f(-t)$推迟为$f(-t+2)$。

假设时间信号$f(t)$的波形已经给定，求$f(at+b)$的波形也可以用两种方法：一种方法是把$f(t)$位移成$f(t+b)$，然后用常数a进行标度转换；另一种方法是把时间标度已转换过的信号$f(at)$移动b/a。

作为一个例子，我们将图1-1-5(a)波形变换成$f(3t+5)$。在作图时，可以先画出$f(t+5)$，如图1-1-8(a)所示，然后变换时间标度将波形压缩三倍；或者先定出$f(3t)$，即把原波形$f(t)$压缩三

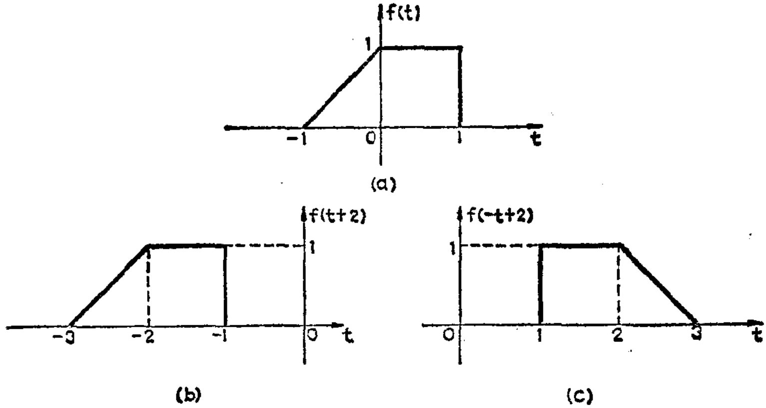

图 1-1-6 信号先位移，后倒置

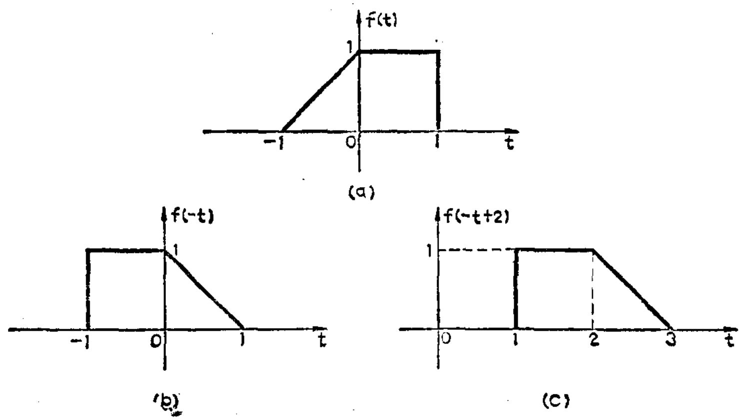

图 1-1-7 信号先倒置，后位移

倍，得图(b)，由于$f(3t+5)=f[3(t+5/3)]$，因此把图(b)左移过5/3也能得到同一结果。用这两种方法所得波形如图(c)所示。

我们必须注意$f(t)$这个符号可以有两种不同的理解：它既指整个波形又可表示某一指定瞬间t的瞬时值。在一些书籍中，为了避免二义性，采用了两种符号，以$f(\cdot)$表示整个信号波形，$f(t)$只表示某一瞬间的值。这种区别是有必要的，否则在讨论信号推迟发生时，$f(t-t_0)$这个符号就会有两种不同的意义。本书为了避免引