

水工結構計算

潘家錚 著

水利電力出版社

水工結構計算

潘家鏞著

水利電力出版社

內 容 提 要

這本書是由 14 篇有关水工結構計算的論文彙編而成。作者根据参加水力樞紐的各种結構設計的經驗，对一些比較复杂的計算公式加以推导和演証；并建立一些新的計算公式，使繁复的計算工作得到了进一步的簡化。例如，在第一篇土坝心墙的力学計算中，作者列举了各种心墙的計算方法；并又建立了新的計算公式，拿它和过去所采用的“碾压式土坝設計规范”中的公式作了比較，并提出了新的研究課題；在第二、三、四篇中，对攔污結構、拱形断面隧洞的襯砌及地下結構作了詳尽的应力分析，并介紹了有关設計圖表及在地下結構中对岩石的彈性能力計算方法等；在第五、六、七篇中，对圓拱、大孔口重力坝及厂房中行車大梁的应力計算推出了新的計算方法，并繪制了曲綫圖表及作了新的假定，使用起来很是方便；第八、九篇討論發電機支座及厂房排架的計算，簡述了外載对各种發電機支座和排架的桿件影响；在第十篇中作者考慮了較大軸向力对撓曲的影响，第十一篇中研究了有双重加强圈的压力輸水管在兩圈間距較大时的計算；第十二、十三、十四篇中論述了有关地震应力对上連結構物的影响，作了近似的估算等等。

本書是作者結合实际工作經驗所写成的，其中有效篇曾在“水力发电”和“工程建設”期刊發表过。本書可供高等院校師生及水电單位工程技術人員學習、設計之參考。

水 工 結 構 計 算

潘家铮著

722S101

水利电力出版社出版（北京西城德勝路二里海）

北京市書刊出版登記證出字第105号

水利电力出版社印刷厂印刷 新华书店发行

787×1092 $\frac{1}{16}$ 开本*13張印張*293千字*定价（第10类）1.90元

1958年3月北京第1版

1958年8月北京第2次印刷（2,301—4,820册）

目 录

第一篇	土坝心牆的力学計算	4
第二篇	直立式半圓欄污結構的应力分析	33
第三篇	拱形进口段及漸变段襯砌的力学計算	50
第四篇	地下水工結構的計算	71
第五篇	計算圓拱应力的曲綫和公式	101
第六篇	大孔口重力坝的应力計算——剛架法	139
第七篇	行車大梁影响綫的繪制和最大应力計算	151
第八篇	論發电机支座的計算	177
第九篇	論厂房排架計算中桿件寬度的影响	188
第十篇	論剛構分析中軸向力对撓曲的影响	201
第十一篇	有双重加强圈的压力輸水鋼管計算	228
第十二篇	論鋼管及隧洞的地震应力	242
第十三篇	論重力坝的地震应力	265
第十四篇	論厂房排架的地震应力	282

序

这本小册子中輯录了十四篇有关水工結構計算的文章，其中三篇（直立式半圓攔污結構的应力分析、拱式进口段与渐变段砌砌的力学計算及大孔口重力填的計算）曾在“水力发电”期刊中發表过。第一篇“土填心牆的力学計算”中一部分材料亦在該刊和“工程建設”中刊載过。

这些文章是在1954到1955年間結合实际工作陸續写成的。例如土填心牆，攔污結構和拱式进口段三篇文章是为了計算402工程的西导牆心牆，堤填进水口和隧洞进水口而写的，圓拱应力資料是在502工程拱填初步設計中制成的，大孔口重力填的計算是应501工程同志們的要求写的，厂房排架計算中桿件宽度影响一文是为508工程写的，地下水工結構的計算也是为了应付402和502某些地下結構計算而写成。有一部分材料是作者在上海水力发电設計院水工結構學習班上准备的講稿，例如第七、八、九、十篇。最后三篇則是对各类水工結構地震应力計算的初步研究。

写这些文章的目的，不外乎下列三种：（一）对规范或教本中比較繁复的計算公式进行推导和演証，使設計者能明了其来源；（二）提出一些特殊水工結構的計算方法，或者做了一些整理、推广和简化等工作；（三）对某些專題做了点初步研究和討論，这些課題在一般教本中很少見到，普通設計同志对之往往不甚熟悉，在写作时，著者自信是謹慎从事的，可是受到本身水平的限制，和业余写作時間及参考書籍的缺乏，文章的内容不能尽如人意。但看到無數設計同志迫切希望能有这样的資料参考，并估計它們在实际工作中和向科学进軍的行动中多少有些帮助，因此本書就先以这样不成熟的形式出版了。作者恳切的希望能得到对本書任何的批評和建議。

有几篇文章实际上是集体写成的，例如，第一篇是和北京水电設

計院施德孫同志合寫的；第二篇是和上海水电設計院苗奉生同志合寫的；第三篇得到唐敬倫、龔光麗和徐厚德許多同志的幫助；第五篇的曲綫是由金彬彥、張發華同志繪制，一部分公式由劉世康同志推導；第四篇的函數表由吳祖鎧同志協助計算；第八篇的資料由朱象誠工程師搜集和整理。此外，第一篇承大連工學院水工結構教研室詳予審閱；第九篇承科學院蔡方蔭先生審核，都提出很多寶貴意見，作者均在此敬申謝忱。最後，更應感謝“水力發電”月刊編輯部和電力工業出版社的鼓勵督促，及上海水力發電設計院領導上給予的支持，沒有這些因素，本書是不可能這樣快的出版的。

潘家鏞

1957年9月于上海水电設計院

目 录

第一篇	土坝心牆的力学計算	4
第二篇	直立式半圓欄污結構的应力分析	33
第三篇	拱形进口段及漸变段襯砌的力学計算	50
第四篇	地下水工結構的計算	71
第五篇	計算圓拱应力的曲綫和公式	101
第六篇	大孔口重力坝的应力計算——剛架法	139
第七篇	行車大梁影响綫的繪制和最大应力計算	151
第八篇	論發电机支座的計算	177
第九篇	論厂房排架計算中桿件寬度的影响	188
第十篇	論剛構分析中軸向力对撓曲的影响	201
第十一篇	有双重加强圈的压力輸水鋼管計算	228
第十二篇	論鋼管及隧洞的地震应力	242
第十三篇	論重力坝的地震应力	265
第十四篇	論厂房排架的地震应力	282

第一篇 土填心牆的力學計算

一、緒 言

土填心牆的力學計算，是一個困難的問題，有關的資料也比較少，就我們所知，只有在蘇聯電站部的“輾壓式土填設計規範”附錄中，對此有較詳細的論述。本文的目的為：（1）證明該規範中計算心牆的各公式；（2）將我們所發現的一些改進方法寫出來以供研討。本文可供水工設計同志參考。

本文完全是關於心牆計算方面的研究，對於心牆的設計和施工等概不述及。

本文所謂心牆，指土填內的硬性心牆（如混凝土或鋼筋混凝土心牆而言）。從結構分析的立場上來看，可以分為下列幾種：

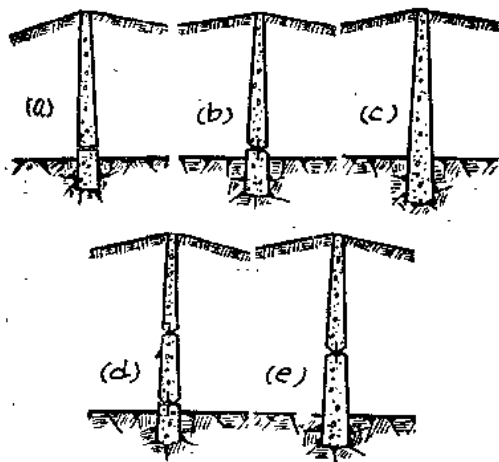


圖 1-1

1. 滑移式。心牆與基礎間，並無特別聯系；換言之，心牆底部可以有水平方向的位移，如圖 1-1a。

2. 單鉸式。心牆與基礎間做成一個鉸支承，心牆在底部可以轉動，但不得移動，如圖 1-1b。

3. 固定式。心牆與基礎固結在一起，心牆完全呈懸臂梁的作用，如圖 1-1c。

4. 雙鉸式。當心牆很高時（例如在 30 公尺以上），為了減輕心牆承受的力矩，常在中間多做一鉸，成為雙鉸式（圖 1-1d）。上部長度常取

为全長的 $\frac{1}{2}$ 。

5. 其他混合式。例如下部为固定，而上部有一铰，等等(不常見); 如圖 1-1, e。

二、心牆的荷載

心牆的結構性質是很簡單的(單向的梁或板); 分析工作之所以發生困難, 实由于其所承受的荷載(兩边土压力)很难确定。所以分析心牆的主要任务是确定土壤反力 P_h 的数值; 在这个数值定出后, 我們就很容易用靜力学計算每断面上的剪力和力矩, 从而进行断面設計。

心牆的兩边真正作用的土压力, 很难准确定出。为了克服这一困难, 工程师 П. Д. 叶夫多基莫夫 (П. Д. Евдокимов) 提出了几种近似而合理的假定。目前我們計算心牆的方法, 便以他的假定为根据。

叶氏假定作用在心牆上的荷載, 是上下游兩面上土壤主动压力之差; 計算的情况是上游水位漲至坝頂, 下游则为干土 (因为这情况最为严重), 上游土壤主动压力之强度为:

$$W_1 = (\Delta + \gamma' k_1) h; \quad (1)$$

式中 W_1 为深度 h 公尺处的土壤压力强度 (公吨/平方公尺); Δ 为水的比重 (公吨/立方公尺), γ' 为上游土壤的浮重 (公吨/立方公尺), k_1 为上游主动土压力系数。同理, 作用在下游的土壤主动土压力强度为:

$$W_2 = (\gamma_{cyx} \cdot k_2) h; \quad (2)$$

式中 γ_{cyx} 为下游土壤的干容重 (公吨/立方公尺), k_2 为下游主动土压力系数, 因此作用在心牆上的淨荷載为:

$$p = (\Delta + \gamma' k_1 - \gamma_{cyx} k_2) h. \quad (3)$$

按照苏联习惯 $(\Delta + \gamma' k_1 - \gamma_{cyx} k_2)$ 一項, 称为荷載的角度系数, 另以 μ 表示, 即: $p = \mu h$. (4)

k_1 及 k_2 为上下游主动土压力系数, 可用庫倫公式計算。令 φ_1 , φ_2 各为上下游土壤的內摩擦角, τ , ω 各为上下游土填填面和水平的交角; 叶氏給出了計算 k_1 及 k_2 的公式如下:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2(\omega + \varphi_2)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi_2 + \omega) \sin \varphi_2}{\cos \omega}} \right)^2 \\ k_2 &= \frac{\cos^2 \tau}{\cos^2(\tau + \varphi_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi_1 + \tau) \sin \varphi_1}{\cos \tau}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式和普通土壤力学中的庫倫公式有些不同，但很容易証明它是庫倫公式演变过来的。

总之，根据叶氏的假定，作用在心牆上的荷载 P 为

$$P = \mu h = \left[\Delta + \frac{\gamma' \cos^2 \omega}{\cos^2(\omega + \varphi_2)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi_2 + \omega) \sin \varphi_2}{\cos \omega}} \right)^2 - \frac{\gamma_{cyx} \cos^2 \tau}{\cos^2(\tau + \varphi_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi_1 + \tau) \sin \varphi_1}{\cos \tau}} \right)^2 \right] h; \quad (6)$$

式中 $P, \mu, h, \Delta, \gamma', \omega, \varphi_2, \tau, \varphi_1, \gamma_{cyx}$ 各值的意义及向度均見以上說明。由此可知心牆上的荷载常沿牆身按直綫規律变化，并指向下游，和水压力相似。

土壤的反力。心牆在上述荷载作用下，一定要向下游变形；这时下游土壤对心牆的压力便逐渐自主动情况增加，以維持平衡；我們可把下游土壤的最后压力分为兩部分：一部分是原来的主动压力，將它包括在荷载項內，另一部分是由于心牆側傾所引起的額外抗力，以 p_h 代表之；問題便在如何决定下游土壤額外抗力 p_h 。叶氏作出了如下的假定：在任何一点 h 处的土壤抗力 p_h 和該点心牆的側移量 y 成正比

$$p_h = k \cdot y \quad (7)$$

式中 k 为一系数，也就是彈性基础的“基础模数”（或称基础沉降系数，基础彈性系数）。不过在心牆中，我們不能認為 k 是一个常数；因为設想心牆在变位时，下部土壤給予心牆的抵抗当然較上部为大，因此叶氏再假定 k 值自上至下按直綫規律变化，也就是：

$$k = \frac{K}{H} h \quad (8)$$

式中 K 为在心牆底部之基础模数， H 为心牆全高， h 为所考虑的那

一点的深度。

规定了心牆的荷载 $p = \mu h$ 及土壤抗力的规律 $p_h = -\frac{K}{H} h y$ 以后，我們就可用数学方式解出心牆的应力，但即使在如此简化的假定下，我們所面对的问题，仍为一个含有变系数的四阶微分方程式；它的通解，尚非初等函数能力所及。因此，叶氏又作了下列假定以避免微分方程之求解，即“心牆与土壤相較可認為具有絕對的剛性”，換言之，心牆在变位后仍成为一条直綫，而忽略其彈性形变。下文中我們計算滑縫式，單鉸式及雙鉸式心牆时，都要采用这个假定，在这三种情况下，这个假定是相当合理的。在固定式的情况下，便比較不符实际，宜采用比較准确的方法。

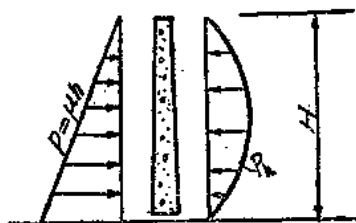


圖 1-2

三、滑縫式心牆的計算

圖 1-2 中示一滑縫式心牆的計算草圖。作用在心牆上游的是外荷载 $p = \mu h$ ，作用在心牆下游的是土壤反力 p_h ，因为位移 y 一定和 h 成直綫关系，故可命 $y = \alpha + \beta h$ ，于是土壤抗力为：

$$p_h = k \cdot y = \frac{K}{H} h y = \frac{K}{H} \alpha h + \frac{K}{H} \beta h^2 = A h + B h^2 \quad (9)$$

可見土壤抗力 p_h 一定是按拋物綫規律分佈的，上式中 A 及 B 兩常数可由下列平衡条件求出：

1. 土壤抗力总和必与外荷载及滑縫中的摩擦力 T 平衡：

$$\int_0^H (A h + B h^2) dh = \frac{\mu H^2}{2} - T;$$

2. 在心牆頂端取力矩的代数和为：

$$\int_0^H p_h h dh = \frac{\mu H^3}{3} - T \cdot H.$$

从上述兩式求出：

$$A = \mu + \frac{6T}{H^2};$$

$$B = -\frac{12T}{H^3}.$$

因而土抗力的分佈曲綫为:

$$p_h = \left(\mu + \frac{6T}{H^2} \right) h - \left(\frac{12T}{H^3} \right) h^2. \quad (10)$$

將 μh 減去 p_h 后积分, 即得各断面上的剪力:

$$Q_h = \int_0^h (\mu h - p_h) dh = T \left[4 \left(\frac{h}{H} \right)^3 - 3 \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad (11)$$

再將 Q_h 积分, 即得各断面上的力矩为:

$$M_h = \int_0^h Q_h dh = Th \left[\left(\frac{h}{H} \right)^3 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad (12)$$

因为原点取为心牆之頂端, 該处 $Q=M=0$, 故上兩式中之积分常数均为0, 式(10)(11)(12)即为計算滑縫式心牆的公式; 正号之弯矩表示上游側發生拉力, 正号之剪力表示該断面以上部分之心牆向下游方向移动, 正号的 h 表示土壤反力指向上游(以下均同)。注意滑縫式心牆上所承受之剪力及力矩, 只和摩擦力 T 有关。

例 1. 計算某滑縫式鋼筋混凝土心牆
(見圖 1-3), 已知

填高 = 30 公尺

填頂寬 = 4.5 公尺(不包括心牆的厚度);

上游填坡 1:3; 下游填坡 1:2;

上游土壤的內摩擦角 $\varphi_2 = 30^\circ$

下游土壤的內摩擦角 $\varphi_1 = 20^\circ$;

土壤的干容重 $\gamma_{cyx} = 1.7$ 吨/公方;

土壤的潛水容重 $\gamma' = 1.0$ 吨/公方;

心牆在滑縫处的內摩擦系数 $f = 0.6$;

鋼筋混凝土容重 = 2.4 吨/公方;

心牆尺寸: 頂厚 $l = 0.5$ 公尺, 在距填頂深度为 20 公尺处及 20 公尺以下的厚度 $l = 1.5$ 公尺。

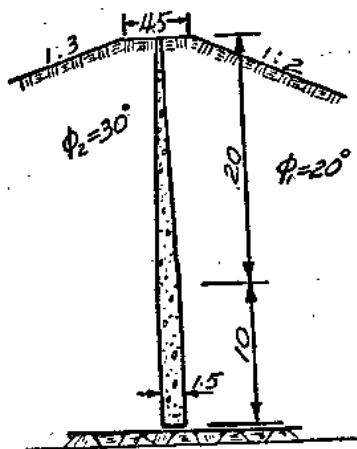


圖 1-3

茲取一公尺長的心牆来进行計算, 在滑縫处的垂直力 P , 其值等于心牆的自

重及梯形部分分界边上的土重，在心牆的上游方面考虑土壤的饱和容重 $\gamma_{HAC} = 2.0$ 吨/公方，而下游考虑干容重 $\gamma_{cyx} = 1.7$ 吨/公方。

$$P = \left(\frac{0.5 + 1.5}{2} \times 20 + 1.5 \times 10 \right) 2.4 + \frac{0.5 \times 20}{2} (1.7 + 2.0) = 102.5 \text{ 吨}.$$

$$\text{縫內摩擦力} \quad T = Pf = 102.5 \times 0.6 = 61.5 \text{ 吨};$$

距坝頂为 h 处断面上的弯矩按式(12)确定之:

$$M_h = Th \left[\left(\frac{h}{H} \right)^3 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right].$$

$$\text{确定危險断面的条件为:} \quad \frac{dM_h}{dh} = 0;$$

$$\text{由此可得:} \quad h = \frac{3}{4}H = \frac{3}{4} \cdot 30 = 22.5 \text{ 公尺};$$

$$M_{\text{max}} = \frac{61.5}{90.0} \left(\frac{22.5^4}{30.0} - 22.5^3 \right) = -195 \text{ 吨-公尺},$$

$$\text{由于} \quad \Delta = 1.0 \text{ 吨/公方}; \quad \gamma' = 1.0 \text{ 吨/公方};$$

$$\tan \omega = 0.333; \quad \omega = 18^\circ 25'; \quad \tan \tau = 0.5; \quad \tau = 26^\circ 35'.$$

故角度系数为:

$$\mu = 1 + 1.47 \frac{\cos^2 18^\circ 25'}{\cos^2 (18^\circ 25' + 20^\circ)} \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(20^\circ + 18^\circ 25') \sin 20^\circ}{\cos 18^\circ 25'}} \right)^2$$

$$- 1.7 \frac{\cos^2 26^\circ 35'}{\cos^2 (18^\circ 25' + 20^\circ)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(30^\circ + 26^\circ 35') \sin 30^\circ}{\cos 26^\circ 35'}} \right)^2$$

$$= 1 + 1.47 \times 0.275 - 1.7 \times 2.62 \times 0.01 = 0.96.$$

按此在 $h = 20.0$ 公尺时可得:

$$p_h = \left(\mu + \frac{6T}{H^2} \right) h - \left(\frac{12T}{H^3} \right) h^2 = 17.2 \text{ 吨/公尺}.$$

四、單鉸式心牆之計算

單鉸式心牆底端不能移动，換言之，該点上 $y = 0$ ，因而該处的土壤反力也为 0，所以 p_h 曲綫为拋物綫，其上下兩端通过牆的頂和底。

設 p_h 的分佈曲綫为 $p_h = Ah + Bh^2$ ；其中 A, B 兩常数可以由下列兩条件决定。

1. 当 $h = H$ 时， $p_h = 0$ ，故有:

$$0 = AH + BH^2$$

2. 在心牆底取力矩，其总和为 0，故有

$$\int_0^H p_h(H-h) dh - \frac{\mu H^3}{6} = 0$$

解上列兩方程，可得： $A=2\mu$ ； $\beta=-\frac{2\mu}{H}$ 。

$$\text{因而} \quad p_h = 2\mu h - \frac{2\mu}{H} h^2 = 2\mu h \left(1 - \frac{h}{H}\right); \quad (13)$$

將其积分，可得：

$$Q_h = \int_0^H (\mu h - p_h) dh = \mu h^2 \left(\frac{2}{3} \frac{h}{H} - \frac{1}{2}\right), \quad (14)$$

$$M_h = \int_0^H Q_h dh = \frac{\mu}{6} h^3 \left(\frac{h}{H} - 1\right). \quad (15)$$

以上三式为計算單鉸式心牆之計算公式，茲举例說明如下。

例 2 設例一中的心牆为單鉸式，其在 $h=10$ 及 20 公尺处的 Q 及 M 可以列表(表1-1)計算如下：

表 1-1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
h	h^2/H	(1)-(2)	R_2	$\frac{2}{3} \frac{h^2}{H}$	$\frac{h^2}{2}$	(5)-(6)	Q	$\frac{h^4}{H}$	h^3	(9)-(10)	M
10	3.36	6.7	12.9	22.2	50.0	-27.8	-26.7	334	1000	-666	-105.8
20	13.3	6.7	13.2	177.5	200.0	-22.6	-21.6	5340	8000	-2660	-426

五、双鉸式心牆的計算

双鉸式心牆之变位情况略如图 1-4 示，这时土壤抗力 p_h 的分佈仍为二次曲綫，不过在中間鉸以上和以下兩部的分佈曲綫并不由同一方程式表示。設中間鉸以上部分的曲綫方程式为 $p_h = ah + bh^2$ ，中

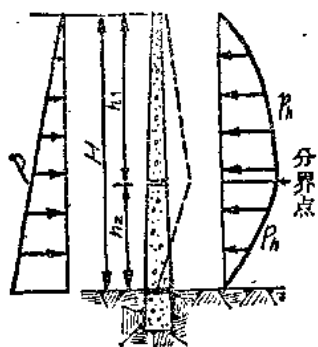


圖 1-4

間鉸以下部分的曲線方程式為 $p_h = ch + dh^2$; 這樣就有四個常數 a, b, c 及 d 須要確定。

這可應用下列四個條件來計算:

1. 在中間鉸處, 由兩式計算的抗力相等, 即 $ah_1 + bh_1^2 = ch_1 + dh_1^2$;

2. 在底鉸處的抗力為 0, 即 $cH + dH^2 = 0$;

3. 在中間鉸處, 力矩為 0, $\int_0^{h_1} (ah + bh^2)(h_1 - h) dh = \frac{\mu h_1^3}{6}$;

4. 在底鉸處力矩為 0。

如果要直接從這四個條件決定 a, b, c 及 d , 需要解一組四元聯立方程式, 計算工作很繁; 于此, 我們可利用參變數法將四個未知數簡化為 1 個。即假定中間鉸中剪力 $T = -\frac{1}{12}\beta h_1^3$; 式中 β 為一個待定常數。於是上部的心艙可當作滑縫式計算, 即

$$a = \mu + \frac{6T}{h_1^2} = \mu - \frac{\beta}{2} h_1, \quad (i)$$

$$b = -\frac{12T}{h_1^3} = \beta. \quad (ii)$$

再考慮下部的心艙。由條件(1)及(2)可將 c 及 d 以 a 及 b 來表示, 亦即以 β 來表示:

$$c = \frac{\beta}{2} \left(h_1 + \frac{h_1^2}{h_2} \right) + \mu \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right), \quad (iii)$$

$$d = -\frac{\beta}{2} \frac{h_1}{h_2} - \frac{\mu}{h_2}. \quad (iv)$$

因此, 不論 β 為何值, 若 a, b, c, d 以式(i)(ii)(iii)(iv)表之, 則條件(1)(2)(3)一定能自動地滿足, 我們只須將 a, b, c, d 之值代入條件(4)中以定出 β 值。

下段之抗力分佈為 $p_h = ch + dh^2$; 為了計算方便起見, 將坐標原

点移至心牆底端，將变数改为 x ，以資識別，則 $p_x = cx + dx^2$ ，將其积分可得：

$$\begin{aligned} \int_0^{h_2} x(cx + dx^2)dx &= \frac{ch_2^3}{3} + \frac{dh_2^4}{4} = \frac{\beta}{2} \left(h_1 + \frac{h_1^3}{h_2} \right) \frac{h_2^3}{3} \\ &+ \mu \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right) \frac{h_2^3}{3} - \frac{\beta}{2} \frac{h_1}{h_2} \frac{h_2^4}{4} - \frac{\mu}{h_2} \frac{h_2^4}{4} \\ &= \frac{\beta}{2} \left(\frac{h_1 h_2^3}{12} + \frac{h_1^2 h_2^3}{3} \right) + \mu \left(\frac{h_2^3}{12} + \frac{h_1 h_2^3}{3} \right). \end{aligned}$$

由力矩平衡条件可得：

$$\int_0^{h_2} x(cx + dx^2)dx = \frac{\mu h_1 h_2^3}{2} + \frac{\mu h_2^3}{6} + T h_2,$$

將所得积分之值代入，解出：

$$\beta = \frac{\mu}{h_1} \frac{4 + 2\gamma}{4 + \gamma + \frac{2}{\gamma}}. \quad (v)$$

式中的 $\gamma = \frac{h_2}{h_1}$ 为心牆下段和上段長度之比， $\frac{4 + 2\gamma}{4 + \gamma + \frac{2}{\gamma}}$ 为 γ 之函数，

以 γ_0 表之，則有：

$$\beta = \frac{\mu}{h_1} \gamma_0, \quad \gamma_0 = \frac{4 + 2\gamma}{4 + \gamma + \frac{2}{\gamma}}. \quad (16)$$

在表 1-2 中列出了 γ_0 之值，可以擇取。

再將 β 代入(i)及(ii)，即可求出上段的土壤抗力 p_h 和 Q, M 的分佈曲綫：

$$p_h = \mu \left[1 - \frac{1}{2} \gamma_0 \right] h + \frac{\mu \gamma_0}{h_1} h^2 = \mu h \left[1 - \frac{\gamma_0}{2} + \gamma_0 \frac{h}{h_1} \right], \quad (17)$$

$$Q_h = \int_0^h (\mu h - p_h) dh = \gamma_0 \mu h^2 \left[\frac{1}{4} - \frac{h}{3h_1} \right], \quad (18)$$

$$M_h = \int_0^h Q_h dh = \gamma_0 u h^3 \left[\frac{1}{12} - \frac{h}{12h_1} \right]. \quad (19)$$

將 β 代入(iii)及(iv), 即可求出下段的土抗力 p_h 分佈曲綫:

$$p_h = -\frac{\beta}{2} \left(h_1 h + \frac{h_1^2 h}{h_2} - \frac{h_1 h^2}{h_2} \right) + \mu \left(h + \frac{h_1 h}{h_2} - \frac{h^2}{h_2} \right), \quad (20)$$

將 μh 減去 p_h 后积分之, 可得 Q_h 之值, 但是要注意此时积分常数并不为零, 而須由边界条件(在中間鉸处 $Q=T$)定出: 此值在算出后, 即为:

$$Q_h = \beta \left(-\frac{h_1 h^2}{4} - \frac{h_1^2 h^2}{4h_2} + \frac{h_1^4}{12h_2} + \frac{h_1 h^3}{6h_2} + \frac{h_1^3}{6} \right) - \mu \left(\frac{h_1 h^2}{2h_2} - \frac{h_1^2}{6h_2} - \frac{h^3}{3h_2} \right). \quad (21)$$

將 Q_h 积分, 可得 M_h 之值:

$$M_h = \beta \left(-\frac{h_1 h^3}{12} - \frac{h_1^2 h^3}{12h_2} + \frac{h_1^4 h}{12h_2} - \frac{h_1^5}{24h_2} + \frac{h_1 h^4}{24h_2} + \frac{h_1^3 h}{6} - \frac{h_1^4}{12} \right) - \mu \left(+\frac{h_1 h^3}{6h_2} - \frac{h_1^3 h}{6h_2} + \frac{h_1^4}{12h_2} - \frac{h^4}{12h_2} \right). \quad (22)$$

式(20)(21)及(22)可化成下列形式:

$$p_h = \mu h \left(-3\gamma_1 \frac{h}{h_2} + 1 + 2\gamma_2 \right), \quad (23)$$

$$Q_h = \mu h^2 \left[\gamma_1 \frac{h}{h_2} - \gamma_2 + \gamma_3 \left(\frac{h_1}{h} \right)^2 \right], \quad (24)$$

$$M_h = \mu h^3 \left[\frac{\gamma_1}{4} \frac{h}{h_2} - \frac{\gamma_2}{3} + \gamma_3 \left(\frac{h_1}{h} \right)^2 - \frac{\gamma_3}{2} \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 \right]; \quad (25)$$

式中 γ_1, γ_2 及 γ_3 均只為 $\gamma \left(= \frac{h_2}{h_1} \right)$ 之函数, 其定义为:

$$\gamma_1 = \frac{2 + \frac{2}{3}\gamma + \frac{2}{8\gamma}}{4 + \gamma + \frac{2}{\gamma}}, \quad (26)$$