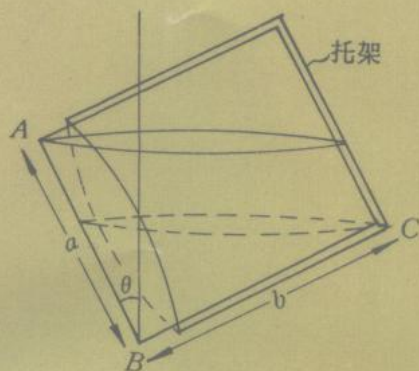


谭永基 俞文蚬 编著



大学应用数学丛书

数学模型

复旦大学出版社

C14.1.4
T26

451013

大学应用数学丛书

数学模型

谭永基 俞文钊 编著



00451013

复旦大学出版社

5

大学应用数学丛书

数学模型

谭永基 俞文魃 编著

出 版 复旦大学出版社

(上海国权路 579 号 邮政编码 200433)

发 行 新华书店上海发行所

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 850×1168 1/32

印 张 13.5

字 数 345 000

版 次 1997 年 2 月第 1 版 1999 年 3 月第 2 次印刷

印 数 1 501—3 500

书 号 ISBN7-309-01752-8/O · 169

定 价 16.00 元

本版图书如有印订质量问题,请向出版社调换。

内 容 简 介

数学模型是近年发展起来的新学科。本书通过物理、化学、生物、医学、交通、能源、人口、生态、经济管理和工程技术中众多数学模型的实例,阐明建立各种现实问题数学模型的主要方法和基本规律。阅读本书有助于增进分析问题和解决问题的能力,增进用数学与电子计算机解决实际问题的能力。

本书可用作高等学校应用数学和理工科各专业的教材,亦可供高等学校教师、研究生、科研和工程技术人员参考。

本书部分章节备有计算机辅助教学软件。

DU99/12

《大学应用数学丛书》

编审委员会

名誉主任 苏步青

主 任 谷超豪

委 员 (按姓氏笔划为序)

叶敬棠 李大潜 李立康 李训经

吴立德 汪嘉冈 俞文蚬 欧阳邕

蒋尔雄

本书责任编辑 周仲良

出版者的话

近年来,随着我国现代化建设事业的发展,许多高等学校创办了一大批重视数学理论和应用的专业和系科,如:应用数学、应用力学、计算数学、控制科学、信息科学、系统科学、运筹学、统计学、计算机科学、应用物理、管理科学等。为了满足这类专业数学教学的需要,我们组织编写和出版了一套“大学应用数学丛书”。本书即为这套丛书中的一本。

“大学应用数学丛书”重视现代数学的基本理论,强调数学的实际应用,反映现代科技的先进成果,并便于课堂教学和自学。我们希望,这套丛书的出版将有助于我国应用数学教学与研究的展开,促进数学更好地为国民经济和现代化建设服务。

在组织编写这套丛书的过程中,我们曾得到陈开明、陈有根、柳兆荣、徐公权等同志的热情帮助,在此特表谢忱。

复旦大学出版社

序 言

近几十年来,随着科学技术的发展和社会的进步,数学这一重要的基础学科迅速地向自然科学和社会科学的各个领域渗透,并在工程技术、经济建设及金融管理等方面发挥出愈来愈明显、甚至是举足轻重的作用。数学与电子计算机技术相结合,已形成一种重要的、可以实现的技术。“高技术本质上是一种数学技术”的提法,已为愈来愈多的人们所认识和接受。然而,一个现实世界中的问题,包括科学技术中的问题,往往并不是自然地以一个现成数学问题的形式出现的。要充分发挥数学的作用,首先要将所考察的现实世界中的问题归结为一个相应的数学问题,即建立该问题的数学模型。这是一个关键性的步骤,在此基础上才有可能利用数学的概念、方法和理论进行深入的分析 and 研究,从而从定量或定性的角度,为解决现实问题提供精确的数据或可靠的指导。努力提高建立数学模型方面的修养,自觉培养这方面的能力并注意积累有益的知识 and 经验,对于有志于学习与运用数学的广大大学生和研究生以及众多的应用科学工作者来说,均是一项十分重要的基本建设。

不同的现实问题,往往有不同的数学模型;即使对同一现实问题,也可能从不同的角度或根据不同精度的要求而归结出颇不相同的数学模型。另一方面,同一个数学模型又往往可同时用来描述表面上看来毫无关联的自然现象或社会规律。至于归结数学模型的方法,则更是各有千秋,多姿多彩,不可能希冀有一个可以到处生搬硬套的固定程式。尽管如此,人们在用数学工具解决各种各样实际问题的过程中,通过大量归结数学模型的实践,已逐步发现和总结了一些建立数学模型的规律,数学模型这一新的学科分支以及相应的课程设置便因此应运而生。近年来,数学模型这一新兴的课程已在国际上愈来愈多

的学校开设,它不仅成为数学系各专业的专业课程,而且引起了其他各类学科专业学生的浓厚兴趣,选修这门课程的人数日益增多。以建立数学模型为主要内容的各类数学竞赛活动,也相应地在国内外迅速开展起来,并取得了愈来愈大的影响。

本书的两位作者自 1982 年起,相继为复旦大学应用数学专业本科学生开设数学模型课程,十余年来从未间断,并多次为其他系科的学生或数学系的进修教师开设了相应的课程或讲座,还积极参与及组织了多次数学模型竞赛活动,积累了大量的素材,取得了丰富的经验。在此基础上,经过数年的酝酿和准备,这本盼望已久的教材终于脱稿并正式出版,这是很值得庆贺的。

本书通过一些经过精心选择、内容涉及物理、化学、生物、医学、经济、管理、生态、交通、能源和工程技术等众多方面的数学建模的实例,向读者展示了建立数学模型的方法和用数学解决实际问题的全过程和一般规律。特别值得指出的是:这不是一本“纸上谈兵”的作品。作者们曾经多次参加过建立数学模型、并成功解决重大实际问题的实践,有着自己切身的经验和体会。书中所列举的实例中除有相当一些取材于国内外其他教材和有关文献外,还包含了不少作者及其研究集体历年来的研究成果。这使这本教材具有了自己鲜明的特色。

根据建立数学模型的特点,学习这门课程,重要的不在于知识的积累,而应着眼于能力的提高。希望广大读者将本书提供的一些实例均作为案例来对待,通过解剖麻雀,体会建立数学模型的思路和方法,掌握数学建模的一般规律,而不要仅仅满足于学习一些数学知识,更不要满足于对个别实例的机械模仿。这样,才可能开拓思路,培养分析问题和解决问题的能力,真正达到学习这门课程的效果。

李大潜

1996 年 2 月 25 日于复旦大学

目 录

序言.....	1
第一讲 引言.....	1
§ 1 什么是数学模型	1
§ 2 研究数学模型的意义	3
§ 3 数学模型的特点与方法	8
§ 4 学习本书的建议.....	11
第二讲 驾驶问题	13
§ 1 问题的提出.....	13
§ 2 限定区域的问题.....	14
§ 3 具有优先方向的运动.....	16
§ 4 加速度有限制的运动.....	21
§ 5 曲率有限制的情形.....	24
习题	28
第三讲 流水线设计	30
§ 1 问题的提出与简化.....	30
§ 2 模型的建立.....	31
§ 3 模型的求解和应用.....	39
§ 4 进一步的讨论.....	41
习题	41
第四讲 投资效益、加工次序及其它.....	43
§ 1 投资效益问题.....	43

§ 2 加工次序问题·····	49
§ 3 两辆平板车的装载问题·····	54
§ 4 拼板问题·····	60
习题 ·····	66

第五讲 实验数据的分解问题 ····· 71

§ 1 问题的提法与分析·····	71
§ 2 选择适当的算法·····	73
§ 3 解的跟踪信息·····	74
§ 4 用数值例子说明跟踪方法·····	75
§ 5 讨论·····	77
习题 ·····	78

第六讲 房屋隔热经济效益核算 ····· 80

§ 1 问题的提出·····	80
§ 2 模型的建立·····	81
§ 3 模型的应用·····	86
习题 ·····	87

第七讲 为什么制造三级运载火箭 ····· 88

§ 1 问题的提出·····	88
§ 2 卫星的速度·····	89
§ 3 火箭推力问题·····	91
§ 4 火箭系统的质量·····	92
§ 5 理想化的可随时抛去结构质量的火箭·····	93
§ 6 多级火箭的速度公式·····	94
习题 ·····	97

第八讲 万有引力定律	98
§ 1 引言	98
§ 2 从开普勒三定律推出万有引力定律	99
§ 3 从万有引力定律推出开普勒三定律	103
习题	108
 第九讲 分子模型	 109
§ 1 平面型碳氢化合物分子	109
§ 2 图和矩阵模型	111
§ 3 奇偶顶点差的计算	114
§ 4 双键的配置	116
习题	121
 第十讲 用放射性同位素测定局部脑血流量	 123
§ 1 问题的提出	123
§ 2 假设和建模	125
§ 3 参数的辨识	130
§ 4 模型的评价	134
习题	134
 第十一讲 糖尿病检测模型	 137
§ 1 葡萄糖耐量试验	137
§ 2 假设与糖代谢调节系统模型的建立	138
§ 3 模型的应用与评价	142
习题	145
 第十二讲 生物群体模型	 149
§ 1 单物种群体模型	149

§ 2 相互竞争的二物种群体系统	153
§ 3 一种弱肉强食模型	161
习题	165

第十三讲 植物生长模型..... 168

§ 1 问题的提出	168
§ 2 植物生长过程中的能量转换	169
§ 3 初步模型	169
§ 4 考虑碳氮需求比例的模型	171
§ 5 根叶模型	176
习题	180

第十四讲 从容器中流出的液体..... 183

§ 1 问题的提出	183
§ 2 流体动力学方程组和贝努里定律	184
§ 3 液体排完时间的计算	188
§ 4 实际应用	190
习题	193

第十五讲 风险决策..... 196

§ 1 设备的定期维修问题	196
§ 2 风险决策的矩阵形式	197
§ 3 最小期望机会损失原则	199
§ 4 决策树	201
习题	203

第十六讲 对策模型..... 205

§ 1 问题的提出	205
-----------------	-----

§ 2 两人零和纯策略对策	207
§ 3 混合策略对策	211
§ 4 在水雷战中的应用	215
习题	219
第十七讲 投入产出综合平衡模型	222
§ 1 引言	222
§ 2 价值型投入产出模型	224
§ 3 开放的投入产出模型	228
习题	232
第十八讲 网络流及其应用	234
§ 1 引言	234
§ 2 什么是网络流	234
§ 3 最大流的增量算法	237
§ 4 露天矿井问题	241
§ 5 最小费用流的增量算法	243
§ 6 带有库存的生产计划问题	244
习题	246
第十九讲 交通流模型和路口交通管理	247
§ 1 交通流和连续性方程	247
§ 2 如何使隧道中的交通流量最大	249
§ 3 被火车阻隔的交通流	253
§ 4 路口交通管理	259
§ 5 路口等待时间的随机模型	264
§ 6 交通运输规划模型简介	269
习题	276

第二十讲 人口的预测与控制	278
§ 1 马尔萨斯模型和自限模型	278
§ 2 随机模型	281
§ 3 考虑年龄结构的人口模型	287
§ 4 人口控制	294
习题.....	301
第二十一讲 激光钻孔	303
§ 1 物理模型	303
§ 2 数学模型	304
§ 3 钻孔的极限速度	308
§ 4 摄动解	310
习题.....	317
第二十二讲 变分模型与有限元	318
§ 1 最速下降线和悬链线	318
§ 2 细弦和薄膜的平衡	324
§ 3 平面热传导模型和薄膜比拟	327
§ 4 差分法和有限元素法	333
习题.....	343
第二十三讲 电阻率测井的数学模型	346
§ 1 数学模型的建立	346
§ 2 变分模型	353
§ 3 有限元数值解	357
§ 4 等值面边值问题的优点	362
§ 5 测井反问题	364

习题	369
第二十四讲 计算复杂性简介	372
§ 1 算法的复杂性	372
§ 2 判定问题	376
§ 3 多项式时间归约	378
§ 4 NP 问题与 NPC 问题	380
§ 5 讨论	382
习题	382
第二十五讲 模型的数值求解与 MATLAB 软件	384
§ 1 MATLAB 的安装和运行	385
§ 2 矩阵、变量、运算和表达式	388
§ 3 复杂的矩阵运算和统计分析	392
§ 4 控制流、批命令文件和自定义函数	394
§ 5 高级数值计算和图形输出	397
§ 6 应用实例	401
§ 7 MATLAB 的主要命令	406
参考文献	411
致谢	412

第一讲 引言

随着社会的发展和科技的进步,特别是近年来电子计算机技术的发展,数学愈来愈向其他科技领域渗透,数学模型的研究愈来愈广泛和深入,数学模型也逐步成为一门独立的课程在世界各地的大学中开设.我们将首先介绍什么是数学模型,研究数学模型有什么意义,以及学习和研究数学模型的正确方法是什么.

§ 1 什么是数学模型

近年来,数学模型成为一个十分流行的词汇.经济学家经常讨论一个国家的宏观经济数学模型或某一经济行为特定的数学模型;巨型的化工或钢铁联合企业的管理人员经常研究用于生产过程自动控制的数学模型;在企业管理、医药工程、环境与人口等领域,为了得到定量化的规律,也离不开数学模型.那么,究竟什么是数学模型呢?

在现实世界中经常会遇到这样的问题,需要揭示某些数量的关系、模式或空间形式,数学就是解决这种问题的科学与技术.

数量规律和空间形式往往隐藏在各种五光十色的现象背后,要用数学去解决现实问题必须去粗取精、去伪存真,从各种现象中抽象出数学问题来.同时,现实世界的问题往往又是十分复杂的,在从实际中抽象出数学问题的过程中,我们必须忽略一些次要的因素,抓住主要的因素,作一些必要的简化,使抽象所得的数学问

题可以用适当的方法进行求解。

以解决某个现实问题为目的,从该问题中抽象、归结出来的数学问题就称为数学模型.较著名的数学模型的定义是本德(E. A. Bender)给出的,他认为,数学模型是关于部分现实世界为一定目的而作的抽象、简化的数学结构.更简洁地,也可以认为数学模型是用数学术语对部分现实世界的描述。

既然数学模型是为解决现实问题而建立起来的,它必须反映现实,也就是反映现实问题的数量方面.然而既然是一种模型,它就不可能是现实问题的一种拷贝.它忽略了现实问题的许多与数量无关的因素,有时还忽略一些次要的数量因素,作了必要的简化,从而它在本质上更加集中地反映现实问题的数量规律。

构造数学模型不是易事,建立一个好的数学模型通常需要经过多次反复,即通过对现实问题的探求,经简化、抽象,建立初步的数学模型.再通过各种检验和评价发现模型的不足之处,然后作出改进,得到新的模型.这样的过程通常要重复多次才能得到理想的模型.建立数学模型的过程称为数学建模。

不难看出,用数学解决现实问题的第一步就是建立数学模型,而数学建模是一个有丰富内涵的复杂过程.人们必须掌握数学建模的科学的方法论,才能有效地用数学解决各类现实问题。

长期以来,大学的数学教学只重视讲授数学知识和方法,而忽略了培养训练从现实问题中建立数学模型的能力.于是,当学生们面临当今世界如此众多的需要用数学解决的问题时就显得束手无策了.本世纪 60 年代起,愈来愈多的数学教育工作者意识到这一问题,陆续开设了数学模型课程.现在,在许多国家这门课程已作为学习应用数学的大学生的必修课程,还作为其它需要利用数学解决各自问题的许多学科的大学生课程。

在科学研究上,为各类应用问题探索更为有效的数学模型或者在新的领域中建立数学模型,也愈来愈受到重视.这往往还能促