工程随机变量优化设计方法

——原理与应用

陈立周　何晓峰　翁海珊　任婷婷　著

科学出版社

国家自然科学基金委员会资助出版

工程随机变量优化设计方法

——原理与应用

陈立周　何晓峰　翁海珊　任婷婷　著

科学出版社

1997

内 容 简 介

工程随机变量优化设计是近代优化设计技术发展中的一个非常有实际意义的研究领域，它将为含有一些不同分布的随机因素的不确定性问题的最优决策提供一种新的分析原理与设计方法，以使问题的解决更趋科学化和适用化。

本书较系统地介绍了工程随机变量优化设计原理、方法及其应用。全书共分十章。前两章主要介绍工程随机变量优化设计的基本概念；第三至六章介绍随机模型的建模原理及一些概率分析与数值计算方法；第七至九章介绍随机变量的优化算法、软件设计及其考核比较结果；第十章主要阐述随机变量优化方法在工程设计中的应用。

本书内容新颖、系统，概念清晰。书中介绍的概率分析原理和优化方法也可用于运筹学、管理科学等领域。

本书可供从事优化技术研究与应用的科研人员、工程设计与规划人员阅读，亦可作为高等工科院校的教师、研究生和高年级本科生学习相近课程时的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

工程随机变量优化设计方法—原理与应用/陈立周等著.
北京：科学出版社，1997
ISBN 7-03-005730-9

Ⅰ. 工…　Ⅱ. 陈…　Ⅲ. 工程-随机变量-最佳化-设计
Ⅳ. TB21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 22604 号

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1997 年 7 月第 一 版　开本：787×1092 1/16
1997 年 7 月第一次印刷　印张：18 3/4
印数：1—1000　字数：429 000

定价：30.00元

前　　言

在近代工程技术科学中，最优化“Opt.”为工程设计与规划工作开拓了一个新的前景，对一些复杂问题的解决在某种程度上达到了更加合理化与完善化的程度。

优化设计是工程设计学发展中的一个分支，但至今工程界对于优化设计技术的研究与应用多数还仅限于一些确定型的问题，然而实际问题的不确定性乃是普遍的。经验表明，当工程设计问题中含有随机的不确定因素时，采用传统的优化设计技术是很难对它给出满意解答的。因而，如何模拟包含随机因素的不确定型问题，以及如何正确地对它作出适用的、最佳的设计决策，就成为当前工程优化设计技术发展中的一个迫切需要研究的问题，也是近代工程设计理论与方法的一个重要发展问题，而且，近代的概率论与数理统计原理、计算机及计算技术的发展，亦已为这类问题的研究与解决提供了重要的数学依据和计算工具。

近年来，我们在国家自然科学基金的资助下，较系统地开展了工程随机变量优化设计原理、方法、软件及其应用等方面的研究，比较好地得出了随机模型的分析原理及其计算方法，研制出5种不同算法原理的随机变量优化方法和程序，并建立了随机变量优化方法软件包SOD和概率分析软件包PROB。这些软件具有良好的可移植性和简便性，它为随机变量优化设计技术在工程中的推广应用提供了可能性。同时，这项研究的成果在实际应用中亦已取得较好的技术与经济效益，得到了同行与用户的较高评价。我们认为，这些方法和软件不仅在工程设计与规划中有重要的应用价值，而且在运筹学、管理科学等一些领域亦有广泛的应用前景。

本书是在总结工程随机变量优化设计理论与方法的研究成果基础上编写而成的，也可以说它是《工程离散变量优化设计方法——原理与应用》(机械工业出版社，1989，北京)的姊妹著作。本书在编写中力求系统，在阐述原理与方法的基础上，结合实际问题介绍几类随机模型（统计均值模型、概率约束模型、可靠性模型、风险设计模型、容差设计模型等）的应用及其计算示例，以突出本书内容的实践性。

我由衷地感谢叶小钢、叶乃威、张炳祥、丁文英、谢华龙和吴加忠等几位研究生，他们在此专题方面做了许多工作，开发出不少计算机程序，做了一些实际应用题目；在完成书稿的过程中，也得到了他们的协助。在出版过程中得到了第六编辑室同志的具体指导，在此表示衷心的感谢。

希望本书的出版能对工程优化设计技术的研究与应用起到促进作用。书中不足之处，竭诚欢迎读者批评指正。

陈立周

1996年6月于北京

目　录

第一章 绪　论

1.1 引　言

在工程设计中，随着近代数学、力学和计算机科学的发展，越来越普遍地应用了设计模型的概念和各种数值计算方法，而且一个鲜明的特点是，在建模方面更认真地考虑到了问题的实际性质——不确定性；在设计计算方面也更多地应用了以近代数学为基础的计算机方法。

客观事物的不确定性是一个普遍的现象，如工作载荷、材料的物理与力学性能、风力和下雨量等的随机性，以及对产品质量评价、风力强度和地震烈度定级等的模糊性等。因而，目前对工程设计中不确定性问题的研究，已形成了两个具有本质区别而又有深刻联系的领域：一个是用概率论和数理统计学的方法研究与处理由于随机因素造成的不确定性问题；另一个是用模糊数学的方法研究与处理由于事物本身界限的不明确性而造成的不确定性问题。在概念上，这两种不确定性是不相同的。前者对事物具有明确的含义但对事物的发生是不可预知的，因而是一种对因果律掌握不住（偶然性）而造成的不确定性；后者对事物的本身没有明确的"边界"，因而是一种排中律被破坏而造成的不确定性。为了对事物随机性进行不确定性研究，在概率论中是用概率密度函数或分布函数将随机性加以定量化；而在模糊数学中是用隶属函数将模糊性加以定量化。但是在我们研究实际问题时也发现，有时用概率论研究随机现象发生的概率可以是确定的，也可以是模糊的。例如，在某种产品的设计中，它的主要性能指标 z 是一个随机变量，若对一批产品能满足 $P\{z_{\min}\leqslant z\leqslant z_{\max}\}\geqslant\alpha_0$，则认为产品的质量是合格的。此时，虽然概率 $P\{\cdot\}$ 值是可计算出的且是确定的，但对性能边界值 $[z_{\min}, z_{\max}]$ 的制定又是十分模糊的，特别是应将 α_0 值规定多大才合理便更有模糊性，因而又派生出了更为复杂的所谓模糊概率论问题。当然，这是随机性和模糊性这两种不确定性互相渗透的结果。

本书主要阐述含有随机因素的工程不确定性问题的优化设计原理和方法，因而也就离不开概率论与数理统计学中的一些基本概念和方法，但本节偏重于应用，这样虽不要求读者具备较深的概率论和数理统计学的知识，但清晰地理解与掌握诸如事件、样本、概率、概率分布、特征量等这些最基本概念还是非常必要的。同时，在解决含有随机因素的工程问题时，计算机的使用是绝对不可少的。因此，要求读者在弄清原理与方法的基础上，掌握算法和计算机编程技巧亦是十分重要的。

在工程技术界，虽已有一些领域应用了概率论与数理统计学的方法，如质量管理、误差分析、可靠性工程等，但在工程师的一个重要领域——设计中的应用至今还不十分普遍，在优化设计方面也不例外。最近几年来，随着对不确定性问题的建模原理、随机模型概率分析和数值计算方法、随机优化方法和最优性理论，以及其算法和程序设计等一

系列技术原理的研究，逐渐形成了优化设计中的一个有重要应用价值的新领域——工程随机变量优化设计或随机优化设计。

1.2 工程设计信息的不确定性

设计信息是解决问题的依据。在一般情况下，设计信息是指设计理论、公式、数据和经验等。值得注意的是，不论这些设计信息的可信性如何，都是在一些理想化的条件下获得的，未必都能反映实际情况，因而都存在一定的误差，由于客观事物不可避免地含有随机因素，使得这类误差亦具有不确定性。

1.2.1 与随机性有关的不确定性

实际问题含有随机因素是它的一个重要特点。一般与随机性有关的不确定性有两种基本型式。

第一种型式的随机性，是当我们测量或试验某种物品的物理或力学性质时所获得的数据的不确定性。例如，设计某一轴的名义尺寸为 $d=45$mm，但在实际制造中，由于所使用机床和操作人员技术水平的差异，不可能精确地加工出直径刚好为 45mm 的轴，于是又以公差的形式规定出这一不确定性的允许界限 $45^{+0.0462}_{-0.0580}$。显然，在实际工作中，我们是不能预测某月某日生产出来的轴的直径是多少的，但用统计学的方法，可任取 $N=300$ 根加工合格的轴，准确地测量出它的实际尺寸，再将轴径所在的范围 [44.9420, 45.0462] 划分为 17 个等分区间，每个区间的尺寸差 $\Delta d=0.006$，即可统计出 300 根轴中落在每个区间内的轴的根数 n_i，并以相对根数（频率）$R_i=n_i/N$ 为纵坐标，直径为横坐标，画出它的实际尺寸的分布图（样本直方图），如图 1-1 所示。由图可见，轴的实际直径是不确定的。

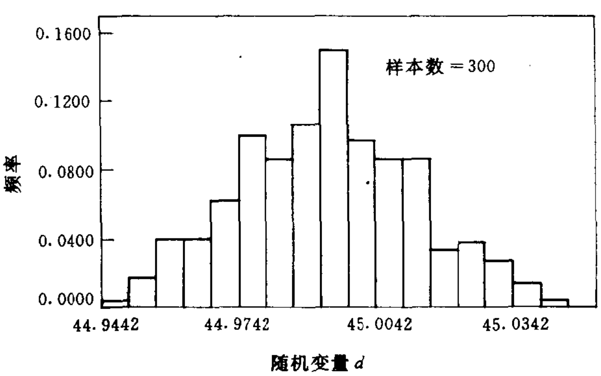

图 1-1 某轴直径测量值的样本直方图

又如，我们对 35 号钢的屈服限 σ_s 做标准试件试验，由于钢的生产质量的差异，致使 100 根试样的屈服强度限的试验值不完全相同，其最大值 $\sigma_{smax}=352.5$MPa，最小值 $\sigma_{smin}=312.5$MPa，用数理统计学的方法可作出它的直方图，如图 1-2 所示，其屈服强度限 σ_s 也是不确定的。

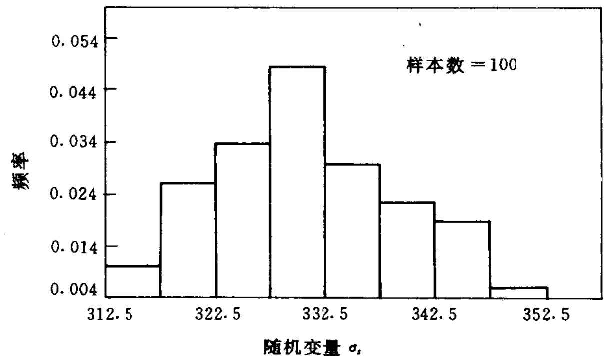

图 1-2 35 号钢试件屈服强度限的样本直方图

此外，对于机械零件和结构元件，由于不可避免地存在制造误差，因而也就不可能得到绝对精确的几何尺寸。严格说，像截面、形状、长度、表面粗糙度等几何量也都是随机的。由此可见，在设计中常用的数据，如弹性模量、抗拉强度、屈服强度、疲劳强度、硬度、冲击韧性、传热系数、膨胀系数、摩擦系数、比热以及一些几何量等，尽管在各种手册或标准中都以确定量的形式给出它们的数值，但实际上在试验中所获得的数据都具有不确定性。这类随机性主要是由于生产过程、工艺过程、质量控制过程的不稳定性所引起的。

第二种型式的随机性，是由于随机过程或偶然因素引起的不确定性。例如，我们所考察的事件有可能发生，也有可能不发生，或者发生的时间是不确定的，如机器操作开始的起动动载荷、正常工作中超载的大小等都因人而异，工作环境的温度、湿度、灰砂、腐蚀介质以及风力、地震力等的影响都随年份、季节或时间而有所不同。显然，这种差异也都是不能用确定量来描述的。在图 1-3 中给出了近 60 年某地同一季节年降雨量的统计直方图，图 1-4 所示为某沿海地区近 100 年高出平均水位的海浪高度的直方图。图 1-5 所示为压力机加工低碳钢零件的最大折弯力的直方图。

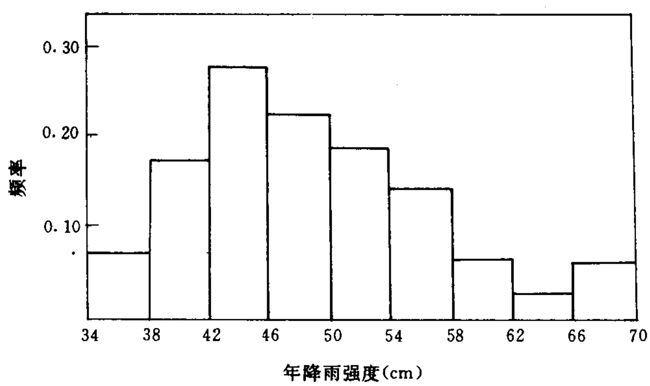

图 1-3 近 60 年某地同一季节年降雨强度

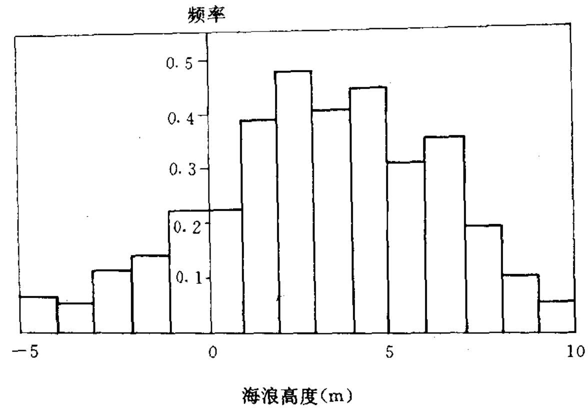

图 1-4　某沿海地区近 100 年高出平均水位的海浪高度的直方图

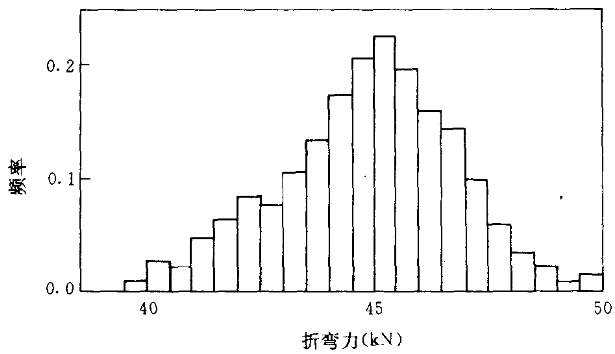

图 1-5　冲压低碳钢零件的最大折弯力的直方图

1.2.2　不能精确模拟和估计产生的不确定性

这种不确定性并不是由自然现象或过程的随机性引起的，而是通常在设计中所用的理论和公式的条件性、模拟或设计模型的近似性、实测和计算的误差以及所用计算工具的精度和截断误差所引起的计算结果上的差异，这种差异也具有随机性质的不确定性，虽与第一类不确定性有相似之处，但在某些情况下，这种不确定性可能要比第一种不确定性对设计结果的影响更为严重。例如，在传热计算中所用的热传导方程是半经验性的，因而对式中常数的取值就有相当大的不确定性，这样用它来建立模型去预测传热的行为就有可能是一个不良的模型，甚至严重到不可信的程度。因此在一些重要的设计中，也应该估计到这种不确定性的影响，但是，这是一个相当难以处理的问题——分析误差。如果 z 代表一因变量或通过数学模型计算得到的某一设计特性，则我们可以将其真值 z^* 定义为

$$z = z^* - \Delta z \tag{1-1}$$

式中 Δz 为分析误差，是具有一定概率分布的随机变量。如果给 Δz 勾划出一条主观的概率密度曲线，则如图 1-6 所示。它很可能主要分布在负区域内，因为分析模型往往是偏于

保守的。

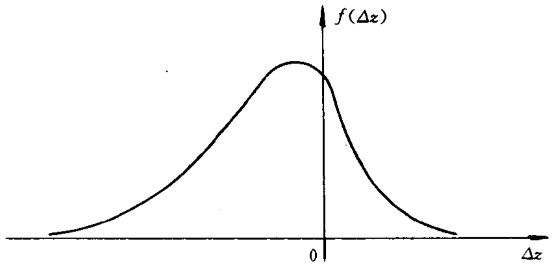

图 1-6 分析误差的概率密度函数

1.2.3 随机不确定性的量度——概率

为了能用科学的方法解决含有随机因素的工程设计问题，首先必须对这种不确定性规定出某种意义上的量度。一种最直觉的认识，就是把一种随机现象发生的可能性定义为概率。若某一随机现象肯定会发生，则其概率为 1；若不会发生，那么它的概率为 0。因此，概率是指某一随机现象发生或不发生的一种量度。

随机现象的每一种表现，或者，一种随机现象的结果（用自然的或人为的数值或函数值来鉴别）称为随机事件，或简称为事件。对随机现象的观察、测试或计数统计统称为随机试验。若用大写英文字母 A，B，C，…表示事件，那么事件发生的概率（在 0 和 1 之间的值）可记为 $P\{A\}$，$P\{B\}$，$P\{C\}$，…。对于必然事件 S 和不可能事件 ϕ 的概率分别为 $P\{S\}=1$ 和 $P\{\phi\}=0$。这样，某事件 A 的概率必为 $0\leqslant P\{A\}\leqslant 1$，而其具体值应如何确定呢?

一个最常见的简单例子是，掷一枚钱币，确定正面（或反面）出现的概率。如果钱币的材质是均匀的，则正面和反面的这两种事件的发生可能性是相等的，即

$$P\{\text{正面出现}\}=1/2=0.5=50\%$$

由此推知，若事件 A①有 N 种出现的可能性，且机会均等；②在 N 次试验中只有 n_A 次出现结果，则事件 A 发生的概率可由下式来计算：

$$P\{A\}=\frac{n_A}{N} \tag{1-2}$$

这是古典概率的定义。只要符合上述两个条件，就可直接求出它的概率。这样定义概率所代表的只是一类比较特殊的情况，它在工程上不具有普遍的意义。例如，确定一个滚子轴承保证工作 1500 小时以上的概率是多少？由于无法求出 N 和 n_A 这两个数，所以也就无法计算出它的概率值。

对工程问题比较有实际意义的是将概率定义为，当事件试验（或观测）次数趋于无穷次时的发生次数与试验次数之比（频率）的极限值，即

$$P\{A\} = \lim_{N\to\infty}\frac{n_A}{N} \tag{1-3}$$

这一定义的重要根据是，对于给定次数的试验，虽每次所获得的事件发生的频率(n_A/N)值并不相同（这是意料中的），但实践经验表明，随着次数的增多，这种差异也就越来越小，且趋于某一个稳定值，这个值就是概率值。这就是说，在工程问题中，可用事件出现的频率值 n_A/N 来近似估计其概率值，且当 N 值愈大时愈接近，其误差就愈小。

用上述概念来定义概率虽比较适用，但在工程设计中也还会遇到一些困难。如某些工程事件的发生仅可能一次或者很少几次，这就很难确定该事件发生的频率。例如，一个大型水力发电机组，短路过载是个绝对少见的事件，但在设计中又不能排除这种可能性。在这种情况下，应该怎样确定它发生的概率呢？对此，在工程界引入了风险的量度，譬如说有 5% 的风险。显然，这与事件发生频率的含义是相一致的，只不过更为主观些，因为风险是人们对所感觉的不确定性的一种估计，或者说，不确定性的主观量度就是人们对事件发生的确信程度，因此有时也称它为主观概率。

这样，在工程设计中，对于那些可以通过随机试验得出的事件发生的频率，可以认为这种对不确定性的量度是客观的；而对于那些偶然发生的事件，在确定其风险时，由于是利用了以往的统计数据，或根据实际情况已经作了修正，所以这种主观估计风险也可以说是客观的。

下面，将进一步用理性的方法来阐明概率的概念。

对于任何一种随机现象或随机事件，都可以在相同条件下进行重复的多次随机试验，然后通过对其出现的不同结果的认识便可以了解事件的随机性质。设事件 A 的每次随机试验得到一个结果——样本值 ω（用数值表示），定义 $\Omega=\{\omega\}$ 为事件 A 全部随机试验结果的集合，称它为样本空间；对 A 的所有各种事件 A_1，A_2，…将组成“事件簇”，记为 $\mathscr{T}$。若对于 $\mathscr{T}$ 中给定的事件 A 都对应有一个实数 $P\{A\}$，且满足

（1）非负性公理：对给定的 $A\in\mathscr{T}$ 有 $0\leqslant P\{A\}\leqslant 1$。

（2）规范性公理：$P\{\Omega\}=1$。

（3）可加性公理：对任意 $A_n\in\mathscr{T}\,(n=1,2,\cdots)$，$A_i\cap A_j\,(i\neq j)$ 有 $P\{\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n\}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}P\{A_n\}$，则称实值 $P\{A\}$ 为 $\mathscr{T}$ 上的概率，Ω 为事件 A 的样本空间，$\mathscr{T}$ 为事件的全体，$(\Omega,\ \mathscr{T},\ P)$ 称为概率空间。

在概率空间 $(\Omega,\ \mathscr{T},\ P)$ 内，设 X 为随机试验中的一个被观测的量，每进行一次试验，出现且只出现一个基本事件 $X\in\mathscr{T}$。在该次试验中每次观测可以相应地得到某个值 ω，因此 X 是定义在 Ω 上基本事件（样本）的单值函数 $X(\omega)$。设 a 为任意一个实数，则事件 X 取小于 a 值的概率为 $P\{X<a\}$，故称 $X(\omega)$ 为概率空间 $(\Omega,\mathscr{T},P)$ 内的一个随机变量，或简化表示为 X。更具体地说，随机变量就是对随机现象所观测的量，或是以数值形式表示的随机事件，一般用英文大写字母 X，Y，Z，T 等表示。若它们都属于概率空间 $(\Omega,\ \mathscr{T},\ P)$ 内，则一般可表示为

$$X,Y,Z,T\in(\Omega,\mathscr{T},P) \tag{1-4}$$

例如，由 ZG45 钢铸造的汽缸体经正火-回火后的硬度 HB 是一个随机事件。现在一次试验中，在相同条件下测得如下 52 个不同的 HB 值：

155.0	155.0	156.5	153.5	156.0	168.5	155.0	169.5	167.5	156.5
155.0	166.0	156.0	162.5	161.0	160.0	157.5	152.5	154.5	166.5
168.5	155.0	156.0	156.5	153.0	176.5	156.0	153.5	165.5	154.5
152.0	153.5	152.0	168.5	156.5	157.0	161.0	156.5	156.0	151.0
160.0	162.5	151.0	152.5	154.0	151.5	158.5	155.5	154.5	157.0
148.5	160.0								

在试验中所获得的每一个值就是一个样本 ω，52 个样本组合成了样本空间 Ω，当然在成批生产中，取 52 个缸体进行测定可以有多种抽取方案，这就构成了事件的全体 $\mathscr{T}$。对于随机事件 HB，其值在 151.0～155.0 之间出现的概率可以近似地估计为

$$P\{151.0 \leqslant \mathrm{HB} \leqslant 155.0\} \approx \frac{19}{52} = 36.538\%$$

下面引述有关概率的基本性质和概率计算的基本公式[36]。

1. 概率的基本性质

(1) $0 \leqslant P\{A\} \leqslant 1$；

(2) $P\{\text{必然事件}\} = P\{S\} = 1$；

(3) $P\{\text{不可能事件}\} = P\{\phi\} = 0$；

(4) 若 $\overline{A}$ 为事件 A 的对立事件（或余事件），则

$$P\{\overline{A}\} = 1 - P\{A\} \tag{1-5}$$

(5) 若事件 A 和 B 互斥或互不相容，则

$$P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\} \tag{1-6}$$

若事件 A_1，A_2，…，A_n 两两互斥，则

$$P\{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\} = P\{A_1\} + P\{A_2\} + \cdots + P\{A_n\} \tag{1-7}$$

一般

$$P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\} - P\{A \cap B\} \tag{1-8}$$

因 A，B 互不相容，即 $A \cap B = \phi$，因而 $P\{\phi\} = P\{A \cap B\} = 0$。

(6) 若 $A \supset B$，则

$$P\{A - B\} = P\{A\} - P\{B\} \text{ 且 } P\{A\} > P\{B\} \tag{1-9}$$

(7) 若 A_1，A_2，…，A_n 是两两互斥的事件完备组，则

$$P\{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\} = P\{A_1\} + P\{A_2\} + \cdots + P\{A_n\} = 1 \tag{1-10}$$

(8) 设 $A_n \in \mathscr{T}$，$A_n \supset A_{n+1}$，$n = 1, 2, \cdots$，令 $A = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n$，则

$$P\{A\} = \lim_{n \to \infty} P\{A_n\} \tag{1-11}$$

2. 概率计算的基本公式

(1) 条件概率和乘法公式：在事件 B 发生的条件下，事件 A 发生的概率称为事件 A 在事件 B 发生条件下的条件概率，记作 $P\{A|B\}$。并规定

$$P\{A|B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}} \tag{1-12}$$

当 $P\{B\} = 0$ 时，规定 $P\{A|B\} = 0$。由此得出概率乘法公式：

$$P\{A \cap B\} = P\{B\}P\{A|B\} = P\{A\}P\{B|A\} \tag{1-13}$$

$$P\{A_1 A_2 \cdots A_n\} = P\{A_1\}P\{A_2|A_1\}P\{A_3|A_1A_2\}\cdots P\{A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}\} \tag{1-14}$$

(2)独立性公式:如果事件 A 与 B 满足 $P\{A|B\}=P\{A\}$，则称事件 A 关于事件 B 是独立的。根据独立性的相互性质，B 也一定关于 A 独立，或称 A 与 B 相互独立。相互独立的必要条件是

$$P\{A \cap B\} = P\{A\} \cdot P\{B\} \tag{1-15}$$

更一般的情形，若 A_1，A_2，…，A_n 相互独立，则

$$P\{\bigcap_{i=1}^{n} A_i\} = \prod_{i=1}^{n} P\{A_i\} \tag{1-16}$$

(3) 全概率公式：如果事件组 B_1，B_2，…满足

$$B_i \cap B_j = \phi(i \neq j) \text{ 和 } P\{\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i\} = 1, P\{B_i\} > 0$$

则对任一事件 A，有

$$P\{A\} = \sum_{i=1}^{\infty} P\{A|B_i\}P\{B_i\} \tag{1-17}$$

(4) 贝叶斯公式：如果事件组 B_1，B_2，…满足

$$B_i \cap B_j = \phi(i \neq j) \text{ 和 } P\{\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i\} = 1, P\{B_i\} > 0$$

则对于任一事件 $A(P\{A\}>0)$，有

$$P\{B_i|A\} = \frac{P\{B_i\}P\{A|B_i\}}{\sum_{i=1}^{\infty} P\{B_i\}P\{A|B_i\}} \tag{1-18}$$

(5) 伯努利公式：设某事件 A 在一次试验中出现的概率为 p，则 n 次重复试验中事件 A 出现 k 次的概率 $p_{n,k}$ 为

$$p_{n,k} = \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} p^k (1-p)^{n-k}; \quad k = 0,1,2,\cdots,n \tag{1-19}$$

式中$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$为二项系数。特别是当 n 和 k 都很大时，有近似公式

$$p_{n,k} \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \tag{1-20}$$

式中 $\sigma=\sqrt{np\ (1-p)}$，　$x=\dfrac{k-np}{\sigma}$。

(6) 泊松公式：当 n 充分大且 p 很小时，有近似公式

$$p_{n,k} \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \tag{1-21}$$

式中 $\lambda=np$。

1.3　含有随机因素的某些实际问题

设计数据的随机性，如图 1-1～图 1-4 所表示的那样，其值在一个范围内按一定的频率出现，所以不可能有一个确定的值来描述它。这样，若设计问题中含有一个或许多个随机因素，则所建立的模型将是一个具有随机性的不确定型模型。关于这类模型的建模、概率分析及其求解将是本书讨论的重点。在此之前，我们先通过几个含有随机因素的工程问题来说明随机优化设计的特点。为了突出问题的特点在叙述中作了一些必要的简化。