

# 纤维 光电子学

QIANWEI GUANGDIANZIXUE

卓尚攸 编著



国防科技大学出版社

73.7732  
338

# 纤维光电子学

卓尚攸 编著

国防科技大学出版社

[湘]新登字第 009 号

DS87/16

## 内 容 提 要

随着半导体激光器、半导体探测器、集成电路的发展，光纤应用的拓宽，光电检测的改进，光电技术应用的兴起，使光电子学的研究内容，愈来愈丰富，特别是光纤传输与传感，已深入各个测量领域，为此，本书介绍以光纤为主线的光电子学内容。

全书分为六章：1、光的电磁理论和性质；2、光纤传光基础；3、光纤的传输特性；4、光纤传感元件；5、光纤数据传输；6、光纤传感。

本书理论与实践并重，重点突出，介绍了部分实用的器件和电路，旨在加强基础，启迪新的设想，解决实际问题，可作为大、专院校本科生、研究生专业课教材和教学参考书，亦可供有关科技人员参考。

## 纤 维 光 电 学

编 著 卓尚秋

责任编辑 张建军

责任校对 胡见堂

\*

国防科技大学出版社出版发行

(长沙市北区碗瓦池正街 47 号)

邮编：410073 电话：(0731)4436564

新华书店总店北京发行所经销

省总工会机关印刷厂印装

\*

787×1092 毫米 1/32 印张：6.5 字数：152 千字

1994 年 9 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1-1000 册

ISBN 7-81024-298-9

TN · 19 定价：8.00 元

## 前　　言

随着光子对抗、激光破坏机理研究、核试验测试、等离子体诊断等新的军事应用领域的开拓,随着工业控制、计算机联网、机器人、智能检测、信息开发等领域的发展,光纤器件与技术、光纤传输与传感异军突起,成为热门技术,使光电子学的研究范围愈来愈广泛。为了适应这一新的形势,为了教学与科研需要,将原教材《光电子学》(内印),精选出以光纤为主要内容的部分,进行修订,定名为《纤维光电子学》。

本书是一本光电子学方面的教科书,主要介绍光纤传光基础、光纤性能、光纤的激励与连接、固态光纤光源、光电探测器、光纤数据传输和光纤传感,着重论述基础知识。书中论述的许多概念,把光和电磁波联系起来,把无线电和微波电子学的一些概念和技术运用到光纤传输与传感方面来。本书可作为物理系、电子学系和电机工程系高年级学生及研究生的教科书,也可供有关专业师生及科技人员参考。

本书的出版承蒙赵伊君、况蕙孙教授的关心与指导,得到张正文、邱占武、高永楣、高湘利等同志的大力支持与帮助,在此致以衷心谢意。

由于编者水平有限,错误难免,敬请同行专家和读者批评指正。

编　者  
(1994年4月于长沙)

# 目 录

## 第一章 光的电磁理论和性质

§ 1. 1 波动方程 .....	1
§ 1. 2 光的矢量性 .....	3
1. 2. 1 平面电磁波的矢量关系 .....	3
1. 2. 2 光的矢量性 .....	5
§ 1. 3 光波的一些特征量 .....	6
§ 1. 4 光量子 .....	8

## 第二章 光纤传光基础

§ 2. 1 光的折射与反射 .....	12
§ 2. 2 光在光纤中的传播 .....	13
2. 2. 1 光纤中射线传播 .....	14
2. 2. 2 光纤中模式传播 .....	17

## 第三章 光纤的传输特性

§ 3. 1 传输损耗 .....	25
§ 3. 2 传输带宽 .....	28

## 第四章 光纤传感元件

§ 4. 1 光纤分类及特征 .....	32
§ 4. 2 光纤的激励与连接 .....	38
4. 2. 1 光纤的激励 .....	38
4. 2. 2 光纤连接器 .....	40
§ 4. 3 固态光纤光源 .....	46
4. 3. 1 发光二极管 .....	46

4. 3. 2	半导体激光器 .....	66
§ 4. 4	光电探测器 .....	100
4. 4. 1	光电二极管 .....	100
4. 4. 2	雪崩光电二极管 .....	120
4. 4. 3	光电三极管 .....	130

## 第五章 光纤数据传输

§ 5. 1	概述 .....	139
§ 5. 2	光中继器 .....	145
§ 5. 3	实现超大容量传输 .....	150

## 第六章 光纤传感

§ 6. 1	概述 .....	154
§ 6. 2	干涉型光纤传感器 .....	156
6. 2. 1	干涉测量形式 .....	157
6. 2. 2	光纤干涉仪 .....	161
6. 2. 3	光纤传感器中的偏振 .....	163
§ 6. 3	光信号检测 .....	166
6. 3. 1	相位与强度的检测 .....	167
6. 3. 2	检测系统 .....	169
§ 6. 4	相位调制型光纤传感器 .....	179
§ 6. 5	强度调制型光纤传感器 .....	185
§ 6. 6	光纤旋转率传感器 .....	186
<b>参考文献</b>	.....	<b>210</b>

# 第一章 光的电磁理论和性质

## § 1.1 波动方程

麦克斯韦方程指出，迅速变化着的电磁场必定要向四周传播而形成电磁波。光波也是一种电磁波，除了波长之外，光在其它方面与电磁波也就没有什么不同了，因此，有可能用处理电磁波的方法来处理光的问题，可用麦克斯韦方程来描述。由于通常讨论的是光在透明介质中的传播，这时不存在自由电荷  $\rho$  及传导电流  $i$ ，于是，在研究光波时，可取  $i=0$  和  $\rho=0$ ，因而得到微分形式的麦克斯韦方程，电场和磁场相互关联，两者的空间和时间导数是由旋度方程相互联系

$$\nabla \times E = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.1-1)$$

$$\nabla \times H = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.1-2)$$

其散度条件

$$\nabla \cdot E = 0, \nabla \cdot H = 0 \quad (1.1-3)$$

而且有

$$D = \epsilon E, B = \mu H \quad (1.1-4)$$

其中  $D$  为电位移矢量， $E$  为电场强度， $\epsilon$  为介电常数， $B$  为磁感应强度， $H$  为磁场强度， $\mu$  为导磁率。

使用的单位制是厘米·克·秒制中的高斯制，即电学量采用绝对静电单位(CGSE)，磁学量采用绝对电磁单位(CGSM)，而

真空中的电学常数(介电常数) $\epsilon_0$ 和磁学常数(导磁系数) $\mu_0$ ,都取为等于1的无因次的量。 $H$ 的单位是奥斯特( $O_s$ ); $B$ 的单位是高斯(G); $c$ 为 CGSM 电流强度单位与 CGSE 电流强度之比,称为电动力常数。

再将两个旋度方程式中的场  $E$  和  $H$  分开。取其中一个方程式的旋度并取另一个方程式的时间导数,利用对于时间或空间的微分法次序可以颠倒的关系,于是得到

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times E) &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times H) \\ &= -\frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (1.1-5)$$

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times H) &= \frac{\epsilon\partial}{\partial t} (\nabla \times E) \\ &= -\frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (1.1-6)$$

进而用到散度条件(1.1-3)以及根据向量分析定理得到的矢量运算恒等式,对于任何矢量场  $A$  有

$$\nabla \times (\nabla \times A) \equiv \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (1.1-7)$$

因此

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times E) &= \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \\ &= -\nabla^2 E\end{aligned}$$

则

$$\nabla^2 E = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.1-8)$$

同样可得

$$\nabla^2 H = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1.1-9)$$

因此可见,场  $E$  和  $H$  满足同样形式的偏微分方程,即  $\nabla^2() = \frac{\epsilon\mu}{c^2}$

$\frac{\partial^2(\cdot)}{\partial t^2}$ . 这类方程称为波动方程。

波动方程表示电磁波以波动的形式传播，在介质中的传播速度为

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n} \quad (1.1-10)$$

在光学中，把  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  称为介质的折射率。真空中  $\epsilon_0 = 1, \mu_0 = 1$ ，此时光波速度  $v = c$ .

式(1.1-8), (1.1-9)具有平面波形式解

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0)) \quad (1.1-11)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0)) \quad (1.1-12)$$

其中  $\mathbf{r}$  代表所讨论的点在空间的位矢。此平面波在光学中相当于一束单色的平行光。

## § 1.2 光的矢量性

### 1.2.1 平面电磁波的矢量关系

由前述可知，电磁波的电场和磁场的不同笛卡儿分量各自应满足同样的基本波动方程。对于随时间和空间而变更的电场和磁场，麦克斯韦旋度方程式要求这两种变更的场永远是互相联系着的，特别是电磁波的电场和磁场之间存在着确定的关系，现讨论如下。

先确定与平面谐波相联系的一些算符的等式，平面谐波的复数形式为

$$\exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0))$$

对时间求导数得

$$\frac{\partial}{\partial t} \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0))$$

$$= -i\omega \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \quad (1.2-1)$$

同时对一个空间量(比如说对  $x$ )求偏导数

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \exp i(k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z - \omega t - \delta_0) \\ &= ik_x \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \end{aligned} \quad (1.2-2)$$

同理

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) &= ik_y \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \\ \frac{\partial}{\partial z} \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) &= ik_z \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \end{aligned}$$

由此,应用哈密顿微分算符  $\nabla$

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$$

将以上相应式子代入,不难得出

$$\begin{aligned} \nabla \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) &= i \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \\ &\quad [ik_x + jk_y + kk_z] \\ &= ik \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \delta_0) \end{aligned} \quad (1.2-3)$$

于是有如下算符关系

$$\frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow -i\omega \quad (1.2-4)$$

$$\nabla \longrightarrow ik \quad (1.2-5)$$

它们对平面谐波是适用的。这里,  $i, j, k$  是单位坐标矢量, 而  $i$  是  $-1$  的平方根, 即  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k$  是波矢

引用上述符号,前述式(1.1-1)~(1.1-3)麦克斯韦方程可改写为

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \frac{\mu}{c} \omega \mathbf{H} \quad (1.2-6)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\frac{\epsilon}{c} \omega \mathbf{E} \quad (1.2-7)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0; \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1.2-8)$$

由此可知

$$\mathbf{k} \perp \mathbf{E}, \mathbf{k} \perp \mathbf{H}, \mathbf{E} \perp \mathbf{H}$$

这表明电磁波的电矢量  $\mathbf{E}$  或磁矢量  $\mathbf{H}$  的振动方向与波的传播方向  $\mathbf{k}$  互相垂直, 因此电磁波是横波。且三个矢量  $\mathbf{k}, \mathbf{E}, \mathbf{H}$  构成一个正交三矢族, 三者两两垂直。

由式(1.2-7), 电场和磁场满足方程

$$\mathbf{E} = -\frac{c}{\epsilon \omega} \mathbf{k} \times \mathbf{H} \quad (1.2-9)$$

而它们的数值关系为

$$H = \frac{\epsilon \omega}{ck} E = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E \text{ 或 } \sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E \quad (1.2-10)$$

由上述可知: 平面电磁波是横波, 场矢量  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  彼此正交, 且均与波前进方向垂直, 其振幅大小成正比, 其相位相同。

### 1.2.2 光的矢量性

对于波面逐渐扩大的球面波, 虽然在传播方向上的分量不为零, 但一般还是可以认为光像平面电磁波那样是纯粹的横波; 波所携带的能量密度与其振幅平方成正比且沿波传播方向前进。由于有了这些特性, 因此, 光学中一般只讨论一个场矢量——电矢量  $\mathbf{E}$  在媒质中传播的情况, 而不必同时讨论  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  两个分量, 同时由  $E^2$  之值即可求出能量密度的相对值。以后就这样来研究光的性质。

当光的电矢量和磁矢量的方向在与光传播方向垂直的平面内, 且互相垂直时, 就是平面波; 若电矢量的方向总是保持不变,

则是线偏振光；若电矢量的端点描绘出的轨迹是圆或椭圆，则分别为圆偏振光或椭圆偏振光。

### § 1.3 光波的一些特征量

$$\text{频率 } v = \omega / 2\pi \quad (1.3-1)$$

其中  $\omega$  为角频率

$$\text{周期 } T = 1/v = 2\pi/\omega \quad (1.3-2)$$

$$\text{波长 } \lambda = v/v = vT \quad (1.3-3)$$

光波不论在什么介质中传播，其周期或频率总是不变的。但因  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  可知，在不同介质中， $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  是不同的，因而光波的传播速度是不同的，故同一频率的光在不同介质中将有不同的波长。设  $\lambda_0$  和  $\lambda$  分别表示频率为  $v$  的光波在真空中和在折射率为  $n$  的介质中的波长，则

$$\lambda_0 = \frac{c}{v} = \frac{c}{v}\lambda = n\lambda \quad (1.3-4)$$

除非特别指明，今后凡提到光的波长，通常均指真空中的波长。

波矢  $\mathbf{k}$  称为波矢，此波矢所指的方向就是光波传播的方向，其数值大小为

$$k = \frac{n}{c}\omega = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.3-5)$$

位相  $-(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta_0)$  称为位相，它决定了在空间任一点任一时刻电磁场的强度值，其中  $\delta_0$  称为初位相。

波阵面 波阵面又称波前，是与位相有关的概念，它是由波中等位相的点所构成的面。对单色平面波而言，其波阵面是垂直于传播方向的平面。若  $x$  轴为波传播的方向，则  $yz$  平面以及与它平行的平面都是波阵面。

位相差与光程差 设光波传播方向任意两点  $P_1$  和  $P_2$ ，它们

的矢径分别为  $r_1, r_2$  这两点的位相差

$$\delta = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \frac{\omega}{c} \mathbf{n} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (1.3-6)$$

其中  $\hat{\mathbf{n}}$  为单色平面波的传播方向的单位矢量,  $n\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  称为光程差, 用  $A$  表示, 则

$$A = n\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$$

若  $\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  方向一致, 则

$$A = n(r_2 - r_1)$$

于是

$$\delta = \frac{\omega}{c} A \quad (1.3-7)$$

能量流密度矢量  $\mathbf{S}$  电磁波是电磁场的传播, 而电磁场具有能量, 因而波的传播过程也就是电磁能量的传播过程, 光源发光就是光能不断地从光源向外辐射。

电磁场中任一点的能量密度为

$$W = \frac{1}{8\pi} (\epsilon E^2 + \mu H^2) \quad (1.3-8)$$

这种能量随着电磁波一起传播, 传播速度在真空中为  $c$ , 在介质中为  $v = c/n = c/\sqrt{\epsilon\mu}$

为了表示能量的传播情况, 通常引进能量流密度矢量  $\mathbf{S}$  (简称能流密度) 或坡印亭矢量的概念, 其大小表示单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的能量值, 其方向在各向同性介质中与电磁波的传播方向相同。由上述定义可知, 能流密度的大小可表示成

$$S = Wv = \frac{v}{8\pi} (\epsilon E^2 + \mu H^2) \quad (1.3-9)$$

根据式(1.2-9)和(1.3-5)可得

$$E = \frac{cH}{\epsilon\omega} \cdot \frac{n}{c}\omega = \frac{nH}{\epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H$$

$$\therefore \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H \quad (1.3-10)$$

则

$$S = \frac{c/\sqrt{\epsilon\mu}}{8\pi} (\sqrt{\epsilon} E + \sqrt{\epsilon} E + \sqrt{\mu} H + \sqrt{\mu} H)$$

$$= \frac{c}{8\pi \cdot \sqrt{\epsilon\mu}} (\sqrt{\epsilon} E + \sqrt{\mu} H + \sqrt{\epsilon} E + \sqrt{\mu} H)$$

$$= \frac{c}{8\pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{\epsilon\mu}} \cdot \sqrt{\epsilon} E + \sqrt{\mu} H$$

$$= \frac{c}{4\pi} EH \quad (1.3-11)$$

由于波的传播方向,电矢量和磁矢量三者互相垂直,故上式可写成矢量形式

$$S = \frac{c}{4\pi} E \times H \quad (1.3-12)$$

在光学中能量密度值就是光强  $I$  的大小。

在物理光学中,通常注意的是各点光强的相对值,因此光强可以表示为

$$I = E \cdot E^* = E_0^2 \quad (1.3-13)$$

这里的  $E^*$  是  $E$  的共轭复数

## § 1.4 光量子

爱因斯坦的光子假说 按照经典电动力学,电磁场有能量密度  $W = (\epsilon E^2 + \mu H^2)/8\pi$  和动量密度  $g = S/c^2$ ,  $W$  和  $g$  在空间是连续分布的,而“连续分布”是经典电动力学的一个特征。1905年爱因斯坦根据辐射起伏现象的研究,并结合普朗克的黑体辐

射量子论指出：辐射的能量在空间的分布是不连续的，而且辐射的动量，也是量子化的，从而提出了光子的假说，此假说的要点是：

1、光子（量子）具有能量：普朗克的理论指出，由谐振子产生的辐射能，一定是  $h\nu$  的整数倍。爱因斯坦将这一理论推广，认为辐射能本身也是量子化的，辐射能有最小单位，即光的量子或光子，并认为光子的能量是

$$\mathcal{E} = h\nu \quad (1.4-1)$$

此式与普朗克理论不同，在普朗克理论中， $\mathcal{E}_0 = h \cdot v$  表示谐振子能量的最小单位， $v$  是谐振子振动的机械频率，而(1.4-1)是对光子而言的， $\mathcal{E}$  是光子的能量， $\nu$  是辐射频率。

2、辐射本质：辐射就是一束以光速传播的光子流，其强度决定于单位体积中的光子数。

3、光子具有质量：按照相对论的质量和能量的联系定律

$$\mathcal{E} = mc^2 \quad (1.4-2)$$

具有能量  $\mathcal{E}$  的光子必然具有质量

$$m = \mathcal{E}/c^2 = h\nu/c^2 = h/c\lambda = \frac{2.209 \times 10^{-37}}{\lambda} [\text{g}] \quad (1.4-3)$$

式中  $h$  为普朗克常数  $h = (6.6256 \pm 0.0005) \times 10^{-34}$  瓦·秒<sup>2</sup>；  
 $c$  为光速

$c = (2.997925 \pm 0.000003) \times 10^{10}$  厘米·秒<sup>-1</sup>； $\lambda$  是光波波长，单位是厘米。

光子虽有质量，却没有静止质量。由于光子的运动速度  $v=c$ ，由关系式  $m_0 = m \sqrt{1 - (v/c)^2}$  得知光子的静止质量  $m_0=0$ 。

4、光子不仅具有能量和质量，而且还具有动量  $P$ ：它等于质量  $m$  和速度  $c$  的乘积，即

$$P = mc = \frac{h}{\lambda} = \frac{hv}{c} \quad (1.4-4)$$

5、光子和其他微观粒子(如电子)碰撞时,服从能量守恒和动量守恒定律。

此假说由于能很完善地说明用经典理论无法解释的光电发射效应,康普顿-吴有训效应等一系列实验事实而被确认,并成为一个学说。

**光的波粒二重性** 凡是与光的传播有关的各种现象,如衍射、干涉和偏振等要用波动理论来解释;凡是与光和物质相互作用有关的各种现象,如光的发射、吸收、散射及光电发射效应等,要用光子学说来解释。总之,为了解释所有的光学现象,必须认为光具有波粒二重性。为了较好地理解光的这种前所未知的性质,可以从粒子和波动两个观点来考察一下光在真空中的辐射密度。

1、从粒子观点来看,辐射是一束光子流,辐射的密度或光子的密度  $\rho$  就是单位体积内的光子数。一般而言,  $\rho$  是时间和空间的函数。但通常讨论辐射时采用能量密度  $W$ ,而不用光子密度  $\rho$ 。对某一单色光而言,每个光子的能量  $\mathcal{E}_v = hv$ ,因此

$$W = \rho \mathcal{E}_v = \rho hv \quad (1.4-5)$$

2、从波动观点来看,由光的电磁波理论可知,辐射的能量密度

$$W = \frac{1}{4\pi} E \cdot E^* \quad (1.4-6)$$

E 服从波动方程(1.1-8),且真空中  $\epsilon = \epsilon_0 = 1$ ,  $\mu = \mu_0 = 1$ ,则

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.4-7)$$

把(1.4-5)与(1.4-6)式进行比较可得

$$\rho \propto E \cdot E^* \quad (1.4-8)$$

结论 由上可以认为：

1、光是一束光子流，每一光子具有一定的质量  $m$ ，具有能量  $mc^2$  和动量  $mc$ ，它和物质微粒相互作用时，服从能量守恒和动量守恒定律，这些性质都与牛顿力学中的“微粒”性质一致。

2、但光子具有一些特殊的性质，如静止质量为零，各种波长不同的光子具有不同的质量、能量和动量，但它们在真空中运动的速度永远等于  $c$ ，可见光子并不服从牛顿运动方程，而是服从波动方程。

3、(1.4-8)式把  $E$  与光子的密度  $\rho$  联系起来了。又由  $\rho$  的定义

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta\tau} = \frac{dN}{d\tau} \quad (1.4-9)$$

可见， $\rho$  具有统计平均的概念。因此波动方程只是说明大量光子的统计性规律，而不是说明单个光子的运动规律。这种对波动方程的统计解释并不是凭空捏造的，而是建立在坚实的实验基础上的。