# 电磁场理论与微波技术

王典成 编著

科学出版社

# 电磁场理论与微波技术

王典成 编著



科学出版社
1986

## 内 容 简 介

本书结合工程实际问题，系统地介绍了电磁场基本理论，重点论述了该理论在微波工程中的应用，特别注意了把近几年在实际应用中获得成功的电磁场的边值问题用于各种不均匀的波导和波导系统.

全书共分十章. 第一章介绍了电磁工程数学，基本包括了书中要用到的数学工具；第二章至第六章阐述了电磁场基础理论，它是解决微波工程中必备的理论知识；第七章至第十章分析了如何利用电磁场理论和电磁场的边值问题以解决微波工程中的实际问题，其中包括编著者的心得体会和部分科研成果，章末均附有习题，书后附有习题答案.

本书内容系统全面、论述深入浅出、物理概念清楚、理论联系实际，可供从事电磁场理论研究、微波工程设计和微波测量的技术人员参考，也可供高等院校有关专业的教师、研究生和高年级学生阅读.

电磁场理论与微波技术
王典成 编著
责任编辑 刘兴民 张兆富
科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
1986年5月第一版 开本：787×1092 1/32
1986年5月第一次印刷 印张：22 1/4
印数：0001—3,800 字数：512,000
统一书号：15031·721
本社书号：4482·15—7
定价： 5.15 元

# 序　　言

近年来，微波理论与技术发展很快，实践证明，微波理论与技术的发展是与电磁场理论紧密相关地联系在一起的．如何学习和掌握电磁场理论，并把它应用到微波工程中去，这是每一个微波工程技术人员研究的主要课题．

随着微波技术的日益发展，从事微波工程的同志都迫切需要一本既有理论又有实际工程应用的参考书籍．编著者就是针对这一情况，根据自己多年来的学习和工作经验，写成了本书．

本书在章节安排上，力图做到深入浅出，循序渐进．在内容组织上尽力把有关资料的精华部分与个人的心得体会和部分工作有机地联系在一起，便于读者为深入学习微波理论与技术，独立设计微波器件打下基础．

全书共分十章．第一章介绍电磁工程数学，主要介绍矢量分析及场论；波动方程解的方法；特殊函数；复变函数；傅立叶级数；傅立叶变换；拉普拉斯变换；变分法等基础数学，它们基本包括了本书要用到的全部数学知识．

第二章至第六章，阐述麦克斯韦方程组的实验基础；麦克斯韦方程组在静电场、稳定场和似稳场以及不稳定场中的应用．并进一步利用麦克斯韦方程组的关系导出了各种波型的亥姆霍兹方程以及它们构成电磁场的解．

第七章至第八章，论述平面电磁波在自由空间中的传播和被导电磁波，着重讨论各种有规则的馈线，特别是均匀的波导馈线．

第九章至第十章，主要分析不均匀波导中电磁场的模式，电磁场的模式展开理论及波导裂缝电桥；耦合波理论及扇形波导；微波工程的数学物理方法，即保角变换法、微扰法、变分法、有限元法、矩量法、Wiener-Hopf 法、鞍点法等。这些内容属于专题性材料，并且专业性、工程性很强，实际用途较大。

为了帮助读者理解所述内容，每章后面附有习题，书末还附有习题参考答案和参考文献资料。

本书采用实用制单位，即米，千克，秒，库仑，安培，伏特，亨利及法拉等单位制。

本书初稿，曾征求了本单位林守远和蒋仁培两位高级工程师以及魏克珠工程师的意见，编著者按照他们的意见进行了修改。整理成书稿后，又经过陈敬熊教授和李英副教授仔细审阅。他们诚恳地提出了许多宝贵意见，编著者按照他们的意见再一次进行了全面修改。在最后修改定稿过程中，朱燕章同志对书稿的文字、概念和公式进行了审校，并重新抄写全稿。书中的全部插图由徐永贵和徐敏华两位同志绘制。在此，编著者对他们一并致以深切的谢意。

由于编著者的水平有限，书中难免有不妥和错误之处，务请读者们批评指正。

王典成

一九八三年四月于南京电子技术研究所

# 目　录

# 第一章　电磁工程数学基础

在许多参考书上，都把电磁工程数学作为附录写在书的末尾．编著者为了使初学者掌握必要的数学工具，把电磁工程数学作为正文列入第一章．本章的内容基本包括了全书要用到的数学知识，以便减少初学者查阅数学参考书的时间．

## 1.1　矢量分析与场论初步

### 1.1.1　标　量　积

所谓两个矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的标量积是一个标量，它的大小等于这两个矢量的长度与它们的夹角的余弦之乘积．

标量积用记号 $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ 来记，所以

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos(\mathbf{A},\mathbf{B}).$$

由这个定义直接推出

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A},$$

就是说，对于标量积交换律成立．

若矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 相交成直角，则

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=0,$$

特别是对于单位矢量，就有

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{i}=0.$$

若矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的方向相同，则

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|,$$

如果它们的方向相反，则

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=-|\mathbf{A}||\mathbf{B}|,$$

特别是

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}=|\mathbf{A}|^2=A_x^2+A_y^2+A_z^2.$$

而且

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}=1.$$

标量积通过矢量的分量表示的表达式是

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z,$$

就是说，两个矢量的标量积等于这两个矢量对应的坐标分量乘积之和。

不难证明，对于标量积，分配律也成立，则有下面的关系式：

$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})\cdot\mathbf{C}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}.$$

由分配律性质直接推出更普遍的公式是

$$(\mathbf{A}_1+\mathbf{B}_1)\cdot(\mathbf{A}_2+\mathbf{B}_2)=\mathbf{A}_1\cdot\mathbf{A}_2+\mathbf{A}_1\cdot\mathbf{B}_2+\mathbf{B}_1\cdot\mathbf{A}_2+\mathbf{B}_1\cdot\mathbf{B}_2,$$

它表达了交叉相乘展开括号的法则。

### 1.1.2 矢　量　积

所谓矢量 $\mathbf{A}$ 乘以矢量 $\mathbf{B}$ 的矢量积是一个矢量，它的大小等于这两个矢量作成的平行四边形的面积，方向与这个平行四边形所在的平面的垂线方向相同。

矢量 $\mathbf{A}$ 乘以矢量 $\mathbf{B}$ 的矢量积，用记号 $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$ 来记。按照上述定义，它的大小等于

$$|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin(\mathbf{A},\mathbf{B}),$$

它的方向依赖于坐标系的定转方向，而且当定转方向改变时就变成相反的方向。

根据上述定义，显然有

$$\mathbf{A}\times\mathbf{A}=0,$$
$$\mathbf{B}\times\mathbf{A}=-\mathbf{A}\times\mathbf{B}.$$

由此可以看出,在矢量积的情况下,交换律不成立,并且当矢量积的因子交换位置时要变号.

对于单位矢量,显然有下列关系式:

$$\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0,$$
$$\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k},\ \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i},\ \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}.$$

同时可以用下面的行列式来表示矢量积:

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$
$$=(A_yB_z-A_zB_y)\mathbf{i}+(A_zB_x-A_xB_z)\mathbf{j}$$
$$+(A_xB_y-A_yB_x)\mathbf{k}.$$

### 1.1.3 并　　矢

在前面两节中讲了两个矢量的标量积和矢量积,但是,在电磁场问题中常常会遇到两个矢量既不是标乘,又不是矢乘,而象普通代数乘法一样,其结果代表了很具体的物理特性.

#### 1. 并矢的物理意义

在各向异性磁性材料中,相对磁导率 $\mu$ 不是常数,因为在这种材料中,磁感应方向并不都与磁场方向平行. 磁感应强度 $\mathbf{B}$ 在直角坐标系中的分量是

$$B_x=\mu_0(\mu_{11}H_x+\mu_{12}H_y+\mu_{13}H_z),$$
$$B_y=\mu_0(\mu_{21}H_x+\mu_{22}H_y+\mu_{23}H_z),$$
$$B_z=\mu_0(\mu_{31}H_x+\mu_{32}H_y+\mu_{33}H_z),$$

即为

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix},$$

或写为

$$\mathbf{B} = \overleftrightarrow{\mu} \cdot \mathbf{H}.$$

若 $\mu_0 = 1$，则

$$\overleftrightarrow{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix},$$

称为张量磁导率，也就是并矢磁导率.

## 2. 并矢

### (1) 并矢定义

设 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ 为两个矢量，它们在直角坐标系中的表示式分别是

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k},$$
$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}.$$

把这两个矢量作如下的结合:

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{\Phi} &= \mathbf{AB} \\ &= A_xB_x\mathbf{ii} + A_xB_y\mathbf{ij} + A_xB_z\mathbf{ik} \\ &\quad + A_yB_x\mathbf{ji} + A_yB_y\mathbf{jj} + A_yB_z\mathbf{jk} \\ &\quad + A_zB_x\mathbf{ki} + A_zB_y\mathbf{kj} + A_zB_z\mathbf{kk}, \end{aligned}$$

$\mathbf{A}$ 为并矢的前项，$\mathbf{B}$ 为并矢的后项.

为简化计，令

$$a_{\alpha\beta} = A_\alpha B_\beta, \quad \alpha,\beta = x,y,z,$$

于是，上面 $\overleftrightarrow{\Phi}$ 可写为

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{\Phi} &= a_{xx}\mathbf{ii} + a_{xy}\mathbf{ij} + a_{xz}\mathbf{ik} \\ &\quad + a_{yx}\mathbf{ji} + a_{yy}\mathbf{jj} + a_{yz}\mathbf{jk} \end{aligned}$$

$$+ a_{zx}\mathbf{k}\mathbf{i} + a_{zy}\mathbf{k}\mathbf{j} + a_{zz}\mathbf{k}\mathbf{k}.$$

再令

$$a_1 = a_{xx}\mathbf{i} + a_{xy}\mathbf{j} + a_{xz}\mathbf{k},$$
$$a_2 = a_{yx}\mathbf{i} + a_{yy}\mathbf{j} + a_{yz}\mathbf{k},$$
$$a_3 = a_{zx}\mathbf{i} + a_{zy}\mathbf{j} + a_{zz}\mathbf{k}.$$

则得

$$\ddot{\boldsymbol{\Phi}} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}.$$

可见并矢 $[a_{\alpha\beta}]$ 具有九个分量，$a_{\alpha\beta}$ 按照一定的次序结合．其中每一个量 $a_{\alpha\beta}$ 的意义要看讨论的问题而定，$a_{\alpha\beta}$ 称为并矢的元素．

由上述定义，可得并矢如下的一些基本性质：若

$$a_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \quad \left(\delta = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta \\ 1, & \alpha = \beta \end{cases}\right),$$

则

$$\ddot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}\mathbf{j} + \mathbf{k}\mathbf{k},$$

称为单位并矢．

若将 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}} = \mathbf{AB}$ 中的两个矢量位置交换，就得新的并矢

$$\ddot{\boldsymbol{\Phi}}_c = \mathbf{BA},$$

则 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}}_c$ 称为 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}}$ 的共轭并矢．

若

$$a_{\alpha\beta} = a_{\beta\alpha},$$

则

$$\ddot{\boldsymbol{\Phi}}_c = \ddot{\boldsymbol{\Phi}}.$$

这时的 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}}$ 称为对称并矢．在对称并矢中，与并矢 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}}$ 中主对角线相对称的诸元素各对相等，所以对称并矢可以由六个量来决定．

因此，如果 $\ddot{\boldsymbol{\Phi}}$ 为对称并矢，则必然有

$$\vec{\vec{\Phi}}_c = \vec{\vec{\Phi}}.$$

若 $a_{\alpha\beta} = -a_{\beta\alpha}$，则 $\vec{\vec{\Phi}}$ 称为反对称并矢． 在反对称并矢的主对角线上，因为 $a_{\alpha\alpha} = -a_{\alpha\alpha}$，故 $a_{\alpha\alpha}$ 等于零，且与主对角线相对称的各元素，大小相等，符号相反．反对称并矢只需要 $a_{xy}$，$a_{xz}$，$a_{yz}$ 三个数量，就可以决定．

因此，如果 $\vec{\vec{\Phi}}$ 为反对称并矢，则必然有

$$\vec{\vec{\Phi}}_c = -\vec{\vec{\Phi}}.$$

**(2) 并矢的运算与性质**

1) 并矢加法

**定义** 一元素为 $a_{\alpha\beta}$ 的并矢 $\vec{\vec{\Phi}}$ 与另一元素为 $b_{\alpha\beta}$ 的并矢 $\vec{\vec{\Psi}}$ 的和元素 $c_{\alpha\beta}$ 的并矢 $\vec{\vec{\Omega}}$，其中

$$c_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta}.$$

**定理一** 任一并矢都可以分解，而且只能用唯一的一种方法分解成为两个并矢的和，其中一个为对称并矢，另一个为反对称并矢．由定义得

$$\vec{\vec{\Omega}} = \vec{\vec{\Phi}} + \vec{\vec{\Psi}}$$

其中

$$\vec{\vec{\Phi}} = \vec{\vec{\Phi}}_c, \quad \vec{\vec{\Psi}} = -\vec{\vec{\Psi}}_c.$$

2) 并矢与矢量相乘

$$\vec{\vec{\Psi}} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{C}',$$

其中

$$\mathbf{C} = c_x\mathbf{i} + c_y\mathbf{j} + c_z\mathbf{k}.$$

因

$$\begin{aligned}\vec{\vec{\Psi}} \cdot \mathbf{C} &= (a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}) \cdot \mathbf{C} \\ &= (a_1 \cdot \mathbf{C})\mathbf{i} + (a_2 \cdot \mathbf{C})\mathbf{j} + (a_3 \cdot \mathbf{C})\mathbf{k},\end{aligned}$$

则矢量 $\mathbf{C}'$ 的三个分量分别为

$$C'_x = a_{xx}c_x + a_{xy}c_y + a_{xz}c_z,$$

$$C'_y = a_{yx}c_x + a_{yy}c_y + a_{yz}c_z,$$
$$C'_z = a_{zx}c_x + a_{zy}c_y + a_{zz}c_z.$$

又因

$$\mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\Psi} = \mathbf{C}'',$$

显然

$$C''_x = a_{xx}c_x + a_{xy}c_y + a_{xz}c_z,$$
$$C''_y = a_{yx}c_x + a_{yy}c_y + a_{yz}c_z,$$
$$C''_z = a_{zx}c_x + a_{zy}c_y + a_{zz}c_z.$$

但一般而言

$$\mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\Psi} \neq \overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C}.$$

上式展开后其中有

$$\overleftrightarrow{\mathbf{I}} = \mathbf{ii} + \mathbf{jj} + \mathbf{kk},$$

$\overleftrightarrow{\mathbf{I}}$ 称为单位并矢,或自乘子. 它具有这样的特点:

$$\overleftrightarrow{\mathbf{I}}\cdot\mathbf{C} = \mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\mathbf{I}} = \mathbf{C}.$$

所以自乘子与任意矢量的乘积还原为原来的矢量 $C$.

由并矢的运算规则,又可得出下面的一些性质:

**定理二** 若 $\overleftrightarrow{\Psi}$ 为一对称并矢,则

$$\mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\Psi} = \overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C}.$$

**定理三** 若 $\overleftrightarrow{\Psi}$ 为一反对称并矢,则

$$\mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\Psi} = -\overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C}.$$

**定理四** 由定理二得

$$\overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C} = \mathbf{C}\cdot\overleftrightarrow{\Psi}_c.$$

**定理五** $\overleftrightarrow{\Psi}(\mathbf{C}+\mathbf{D}) = \overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C} + \overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{D}.$

**定理六** $(\overleftrightarrow{\Psi}+\overleftrightarrow{\Phi})\cdot\mathbf{C} = \overleftrightarrow{\Psi}\cdot\mathbf{C} + \overleftrightarrow{\Phi}\cdot\mathbf{C}.$

### 1.1.4 标量积与矢量积之间的关系

**标量积** $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$ 表达由矢量 $\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$ 与 $\mathbf{C}$ 作成的平

行六面体的体积，它的符号依赖于坐标轴的取向，不难看出，若矢量 **B**、**C**、**A** 或 **A**、**B**、**C** 有相同的取向，且与坐标轴的取向相同，则符号为(+)号.

我们计算平行六面体的体积时，既可由矢量 **B** 与 **C** 作成的平行四边形作底，同样也可由矢量 **C** 与 **A** 作成的平行四边形作底. 因此，可得如下关系式:

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})=\mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B}).$$

矢量积为

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}+\mathbf{C})=(\mathbf{C}\cdot\mathbf{A})\mathbf{B}-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\mathbf{C}.$$

### 1.1.5 矢量的积分定理

**1. 格林公式**

格林公式是建立在沿曲面积分与沿这个曲面的界线积分之间的关系基本公式.

设 $P(x,y)$ 和 $Q(x,y)$ 是 $x,y$ 的连续函数，而 $\frac{\partial P}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 的一阶偏导数也存在，则下列的关系式必然成立:

$$\iint_s\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)ds=\oint_l(Pdx+Qdy). \tag{1.1}$$

式 (1.1) 表明: 封闭的线积分可用该封闭线为边界的曲面积分代替，通常把式(1.1)称为格林公式. 格林公式的另一种表达式，我们还可以证明为

$$\iint_s\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)ds=\oint_l[P\cos(n,x)+Q\cos(n,y)]dl. \tag{1.2}$$

**2. 斯托克斯公式**

斯托克斯公式是建立在沿空间曲面积分与沿这个空间曲