

外彈道数学

A.B. 吉尔勃托著



国防工业出版社

內容介紹

本書是根据美国芝加哥大学数学名誉教授A. B. 吉尔勃托編著的「外彈道数学」一書翻譯的。

書中講述彈道的微分方程、西亞切理論、外彈道方程的近似积分法、微分修正和飞机投彈等問題。

本書可作高等院校有关专业的教学参考，也可供兵工專業工程技術人員閱讀。

本書譯文曾由曹立凡教授校訂，特表示感謝。

美国 A. B. Gilbert
MATHEMATICS FOR
EXTERIOR BALLISTICS

國防工業出版社

北京市書刊出版業營業許可証出字第074号
机械工业出版社印刷厂印刷 新华書店發行

*

787×1092耗 $1/32$ 、印張 $4\frac{2}{16}$ ·76,000字

、一九五八年十一月北京第一版

一九五八年十一月北京第一次印刷

印数: 1—3,300册 定价: (11)0.65元

NO. 2327 統一書号15034·249

序

本書的內容是根据我在芝加哥大学講过几次的外彈道學課程的講稿編写而成，主要是想作为这类課程的教科書。在第一次世界大战的一段时期，我曾任爱堡町試驗場距离射击处数学顧問，当时深深感觉到数学能多方面而且有效的应用于外彈道學上。在下文中，我打算把实际应用的一部分数学提供出来。

第一章叙述在戰場上射击指揮官所用的数表的数据来源。以后列出彈道的微分方程并說明积分这些方程已經用过的一些方法。这些方法是計算实际应用的射表的基本方法。其中較早的一种，即所謂西亞切法，是在第一次世界大战初期美国几乎完全采用的一种方法。由于在这理論的一个环节中曾采用了近似的办法，这个方法对于当时逐漸普遍使用的高射角的彈道，經証明是并不精确的。但是它仍有重要的用途。比这个方法要优越得多的是近似积分法；在許多其他需要作微分方程解答的数学問題上以及在彈道學上所遇到的同样問題上都应用这个方法。

前段提到的积分方法是用以計算标准彈道的，而标准彈道是射表的基础。这种彈道就是那些只受到重力和空气阻力作用而未受扰动影响的彈丸的彈道。但是射表的一个重要部分是要給出計算風、空气密度、彈丸重量、装藥溫度等与标准情况差值等各种非标准情况的微分修正量的表格。第五章就專論这些修正量的計算方法。这是我所提供的理論的重要部分。叙述的方法是根据微分修正的概念即所謂綫性函数的

7
一阶微分。

第六章的标题是“飞机投弹”。这里不能把战场上从飞机往地上投弹解答中靶问题所用的方法和机构谈得很多。这些材料有关机密，非军人作者当然不能利用。但是我希望第六章里的叙述，足够说明这个问题的性质，和利用机械设备——实际上就是计算机——解答问题的可能性。

吉尔勃托·阿·勃利斯

目 录

序	6
第一章 外彈道学中数学的需要	9
1. 引言	9
2. 彈道結構是一門应用的数学科学	9
3. 略談軍用地圖	10
4. 略談火炮的定位和确定彈道的地圖射程和地圖方位	14
5. 确定修正的射程和方位的数据来源	16
6. 射表的用法	19
第二章 彈道的微分方程	22
7. 引言	22
8. 真空中的彈道和符号	22
9. 空气中彈道的微分方程	25
10. 阻力函数的形式	27
11. 标准的空气密度和标准彈道的方程	30
12. 阻力函数的实验确定	32
第三章 西亞切理論	36
13. 引言	36
14. 假速度作为自变数的微分方程	36
15. 馬耶夫斯基阻力函数和西亞切近似法	37
16. 近似方程的积分法	39
17. 西亞切理論彈道表	41
18. 印格尔斯表的符号和公式	42
19. 西亞切近似值应用于短而近似直綫的彈道上时所作的 修正	47
20. 近乎直綫形彈道的近似法	48
21. 水平飞行中固定的迎头風的影响	50

第四章 外彈道方程的近似积分法51

22. 引言.....51

23. 插值公式.....51

24. 辛普森定則.....54

25. 彈道計算導言.....56

26. 彈道計算方法.....58

27. 計算的規劃.....61

28. 微分解析机及其組成部分.....63

29. 微分解析机計算簡單解說性的方程.....66

30. 彈道計算用微分解析机.....68

第五章 微分修正72

31. 引言.....72

32. 受扰动影响的彈道的微分方程.....72

33. 彈道學中的錢函數.....74

34. 伴隨微分方程組和一個基本公式.....77

35. 伴隨方程和彈道的基本公式.....77

36. 射程的微分修正.....81

37. 落点的 z 座标, 特別是对橫風的微分修正.....83

38. 伴隨方程組的近似解法.....84

39. 葛隆威爾的伴隨方程积分法.....88

40. 权素曲綫. 彈道風和密度.....91

41. 飛行時間、最大縱座标和落角的微分修正.....95

42. 对声速与标准的变差的微分修正.....97

43. 考虑地面弯曲度时的微分修正.....99

44. 考虑地球旋轉作用的微分修正.....102

第六章 飞机投彈108

45. 引言.....108

46. 炸彈彈道.....108

47. 水平飛行时的命中条件.....110

48. 地速矢量的确定.....	112
49. 借机械方法解答命中問題的联动裝置.....	114
表 I. $\text{Log}_{10} G(v)$ 与 $v^2/100$ (以公尺計) 值对照表.....	119
表 II. $\text{Log}_{10} H(y)$ 与 y (以公尺計) 值对照表.....	126
表 III. $d \text{Log} G(v)/v dv = G'/vG$ 与 $v^2/100$ (以公尺計) 值 对照表.....	129
表 IV. $v_0=563$ 公尺/秒, $\theta_0=21^\circ 7'$, $C=2.512$, $x''=-Ex'$, $y''=-Ey'-g$ 时, 彈道的座标、速度和加速度.....	131
表 V. 表 IV 中的彈道射程修正件隨方程的解答.....	132

內容介紹

本書是根据美国芝加哥大学数学名誉教授A. B. 吉尔勃托編著的「外彈道数学」一書翻譯的。

書中講述彈道的微分方程、西亞切理論、外彈道方程的近似积分法、微分修正和飞机投彈等問題。

本書可作高等院校有关专业的教学参考，也可供兵工專業工程技術人員閱讀。

本書譯文曾由曹立凡教授校訂，特表示感謝。

美国 A. B. Gilbert
MATHEMATICS FOR
EXTERIOR BALLISTICS

國防工業出版社

北京市書刊出版業營業許可証出字第074号
机械工业出版社印刷厂印刷 新华書店發行

*

787×1092耗 $1/32$ 、印張 $4\frac{2}{16}$ ·76,000字

、一九五八年十一月北京第一版

一九五八年十一月北京第一次印刷

印数：1—3,300册 定价：(11)0.65元

NO. 2327 統一書号15034·249

目 录

序	6
第一章 外彈道学中数学的需要	9
1. 引言	9
2. 彈道結構是一門应用的数学科学	9
3. 略談軍用地圖	10
4. 略談火炮的定位和确定彈道的地圖射程和地圖方位	14
5. 确定修正的射程和方位的数据来源	16
6. 射表的用法	19
第二章 彈道的微分方程	22
7. 引言	22
8. 真空中的彈道和符号	22
9. 空气中彈道的微分方程	25
10. 阻力函数的形式	27
11. 标准的空气密度和标准彈道的方程	30
12. 阻力函数的实验确定	32
第三章 西亞切理論	36
13. 引言	36
14. 假速度作为自变数的微分方程	36
15. 馬耶夫斯基阻力函数和西亞切近似法	37
16. 近似方程的积分法	39
17. 西亞切理論彈道表	41
18. 印格尔斯表的符号和公式	42
19. 西亞切近似值应用于短而近似直綫的彈道上时所作的 修正	47
20. 近乎直綫形彈道的近似法	48
21. 水平飞行中固定的迎头風的影响	50

第四章 外彈道方程的近似积分法51

22. 引言.....51

23. 插值公式.....51

24. 辛普森定則.....54

25. 彈道計算導言.....56

26. 彈道計算方法.....58

27. 計算的規劃.....61

28. 微分解析机及其組成部分.....63

29. 微分解析机計算簡單解說性的方程.....66

30. 彈道計算用微分解析机.....68

第五章 微分修正72

31. 引言.....72

32. 受扰动影响的彈道的微分方程.....72

33. 彈道學中的錢函數.....74

34. 伴隨微分方程組和一個基本公式.....77

35. 伴隨方程和彈道的基本公式.....77

36. 射程的微分修正.....81

37. 落点的 z 座标, 特別是对橫風的微分修正.....83

38. 伴隨方程組的近似解法.....84

39. 葛隆威爾的伴隨方程积分法.....88

40. 权素曲綫. 彈道風和密度.....91

41. 飛行時間、最大縱座标和落角的微分修正.....95

42. 对声速与标准的变差的微分修正.....97

43. 考虑地面弯曲度时的微分修正.....99

44. 考虑地球旋轉作用的微分修正.....102

第六章 飞机投彈108

45. 引言.....108

46. 炸彈彈道.....108

47. 水平飛行时的命中条件.....110

48. 地速矢量的确定.....	112
49. 借机械方法解答命中問題的联动裝置.....	114
表 I. $\text{Log}_{10} G(v)$ 与 $v^2/100$ (以公尺計) 值对照表.....	119
表 II. $\text{Log}_{10} H(y)$ 与 y (以公尺計) 值对照表.....	126
表 III. $d \text{Log} G(v)/v dv = G'/vG$ 与 $v^2/100$ (以公尺計) 值 对照表.....	129
表 IV. $v_0=563$ 公尺/秒, $\theta_0=21^\circ 7'$, $C=2.512$, $x''=-Ex'$, $y''=-Ey'-g$ 时, 彈道的座标、速度和加速度.....	131
表 V. 表 IV 中的彈道射程修正件隨方程的解答.....	132

序

本書的內容是根据我在芝加哥大学講过几次的外彈道學課程的講稿編写而成，主要是想作为这类課程的教科書。在第一次世界大战的一段时期，我曾任爱堡町試驗場距离射击处数学顧問，当时深深感觉到数学能多方面而且有效的应用于外彈道學上。在下文中，我打算把实际应用的一部分数学提供出来。

第一章叙述在戰場上射击指揮官所用的数表的数据来源。以后列出彈道的微分方程并說明积分这些方程已經用过的一些方法。这些方法是計算实际应用的射表的基本方法。其中較早的一种，即所謂西亞切法，是在第一次世界大战初期美国几乎完全采用的一种方法。由于在这理論的一个环节中曾采用了近似的办法，这个方法对于当时逐漸普遍使用的高射角的彈道，經証明是并不精确的。但是它仍有重要的用途。比这个方法要优越得多的是近似积分法；在許多其他需要作微分方程解答的数学問題上以及在彈道學上所遇到的同样問題上都应用这个方法。

前段提到的积分方法是用以計算标准彈道的，而标准彈道是射表的基础。这种彈道就是那些只受到重力和空气阻力作用而未受扰动影响的彈丸的彈道。但是射表的一个重要部分是要給出計算風、空气密度、彈丸重量、装藥溫度等与标准情况差值等各种非标准情况的微分修正量的表格。第五章就專論这些修正量的計算方法。这是我所提供的理論的重要部分。叙述的方法是根据微分修正的概念即所謂綫性函数的

7
一阶微分。

第六章的标题是“飞机投弹”。这里不能把战场上从飞机往地上投弹解答中靶问题所用的方法和机构谈得很多。这些材料有关机密，非军人作者当然不能利用。但是我希望第六章里的叙述，足够说明这个问题的性质，和利用机械设备——实际上就是计算机——解答问题的可能性。

吉尔勃托·阿·勃利斯

第一章 外彈道学中数学的需要

1. 引言 炮兵連長在戰場上使用一种相当初步的数学来确定他的炮位和目标的相对地理位置，和在地理位置已經确定后来指揮射击。对于定位的問題，他需要用初步的測量方法，而对于射击指揮問題，他須是个使用射表的能手。为了上述两种目的，他必須通过一种只有熟練的軍事專家才能具备的完全訓練。

但是构成野战軍官的技术基础的，却是起着各种紧要輔助作用的一門数学。例如，軍用地圖的繪制就是一种复杂的微分几何学問題；它是火炮定位的基础学科。單單这个題目就可以写出很厚的一本書。但本書則專写数学，主要是初等微积分学和微分方程定理。这种数学是构成編制射击指揮方法所根据的射表的基础。沒有这种数学，則这些方法就会是严重的缺陷和无效。本書第一章里粗略地談一談关于炮兵連長的一些問題，却不是給專家看的，只是使讀者明了下文里面的数学推演为什么是正确的道理。

2. 彈道結構是一門应用的数学科学 外彈道学的主题是应用数学科学一个很好的范例。像每种这样的科学一样，外彈道学也包括三部分：第一、很多需要系統化和联系起来的实验数据；第二、用以配合数据并使其互相联系的純数学理論；第三、必須用已經彙集的数据或用新的实验結果来檢查理論的結論，以便看一看理論和实际的符合程度是否达到了所要求的精确度。

一般說來，在所觀察的数据和用以联系这些数据的純数学理論之間並沒有严格邏輯上的联系，而且也沒有能使實驗数据处处協調的那么一种唯一的数学理論。我們必須選擇一个和所給出的数据相适应并能达到所要求的精确度的数学理論根据，希望這項理論能够預示新的重要結果。同样也沒有什么硬性理由來說数学理論的結果为什么應該同实际事实相符合达到所期望的精确度，当然人們必須在所有的重要例証中一一用實驗来檢查。理論的邏輯部分是純数学科学結構，用以預示新的結果，并将已觀測出来的結果变得有条理。本書下文的絕大部分就是要叙述这种純数学理論。

在外彈道学理論中建立出来用以表示彈道的微分方程，常与所觀察出来的事实不严密地符合，这些方程无疑地要加以修改，并且像过去一样将来也会时时改进的。例如，一个彈丸在真空中运动的微分方程表示其彈道为一拋物綫，这恰好和一个重的物体在空气中以相当低的速度抛出时所表現的实际路綫非常符合。在那种情况之下，空气阻力的影响是相当小的。第三章所講的外彈道学上的西亞切理論对于射角低的空气中彈道是实用的，因为該理論就是为这种彈道設計的。但火炮用高射角射击时，就必须另找新的方法。就是关于这方面最新理論的微分方程，在不久的将来也无疑地会讓位于那些能更精确地表明彈丸旋轉影响的方程。

本节論述的目的在于提醒讀者不要希望有非常精确地和实验事实联系起来的外彈道唯一理論。但是現在理論中所用的各个方程都是經過實驗的而且它所得出的結果与戰場上实际觀察的数据相符，已达到目前所能期望的精度。

3. 略談軍用地圖 軍用地圖繪制者的任务是在一平面

上表示地球的一部分表面，使地球表面上的距离和方向能够精确地按比例尺保持下来，俾有用于指挥射击。数学家们很理解在平面上绘出球面时无法使所有距离都能按比例尺保持下来。假使我们企图把球的一部分在平面上按压使成平面，这在直觉上就很容易理解。这样一来球面一定要裂开。不过球面很小一部分将紧密靠合于与球面相切的平面上，而位于此两表面上的点与点之间的对应关系可以这样说明：就是裂瓣状的球面上每二点之间的距离将几乎等于平面上对应点之间的距离。本节将把在第一次世界大战中画军用地图时较为有用的两种对应画法简要地加以叙述。

第一种这样的地图叫做邦涅投影，基于简单的几何对应关系。假设图 3·1 的球想在图 3·2 平面上画成地图表示出来。我们就在球上画几个做样子的平行圆，并设有一个锥体沿平行圆中之一譬如说 FOE 上切于球。然后在图 3·2 平面上画一垂直线 $C'O'$ 与 CO 等长，并以 C' 为圆心，很容易地就画出与球面上的平行圆相对应的各同心圆。球上每一点 P 确定了弧长 OQ 和 QP 。这样的长度分别在垂直线 $O'Q'$ 和圆 $Q'P'$ 上量出来，在图 3·2 中的平面上定出一点 P' 。就这样构成的地图上，在球上的诸平行圆 QP 显然是和图 3·2 的地图上以 C' 点作圆心的诸同心圆相对应；又球体上各子午圈 NP 与平面上各弧 $N'P'$ 相对应，各弧全都通过 N' 点（对于该点）， $O'N'$ 距离等于球上弧 ON 的长度。

显然，在这样绘制出来的地图上，在弧 OQN 上和直线 $O'Q'N'$ 上各对应点之间的距离是相等的，并且在平行圆上的对应距离也保持下来了。因而在球上如有两曲线在起始子午线圈 OQ 或在起始平行圆 OE 上相交所成的角，一定会和在平

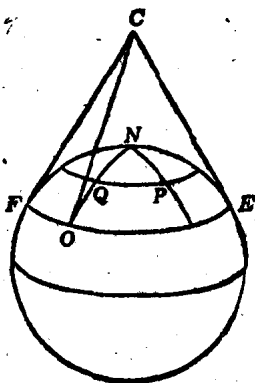


圖 3-1

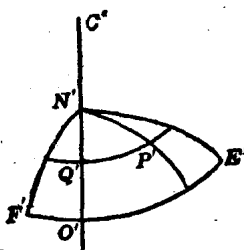


圖 3-2

面上对应曲线所成的角相同。但是在球上除方才所提的那些距离和角度之外，另外一些距离和角度在地圖上就被扭歪了。假如 O 点是取自想要繪圖的那部分球面的中心位置的一点，如果 O 的附近繪制得很小的时候，那么在地圖上距离和角度将会非常近似的保持下来。邦涅投影的另一种特点，对火炮射击不关重要，就是球与地圖上相应圖形的面积是相等的。

兰勃特投影是第二种制圖法，这种制圖法能把角度画得很准确，把距离画得十分近似，而比邦涅投影所能包容的面积范围要大得多。我們再找一个范例把圖 3-3 中球上各平行圓画下来，繪制成圖 3-4 以 C' 为圆心的各同心圓。在球上每一点 P ，其緯度为 φ ，其余緯度为 $\mu = \pi/2 - \varphi$ ，其經度为 v ，見圖 3-3 所示。設 $R(\mu)$ 为圖 3-4 中圓 $Q'P'$ 半徑，这个圓相当于圖 3-3 中具有余緯度 μ 的任一平行圓。令 l 为任意选出的常数，再令 $Q'P'$ 为圖 3-4 所指的弧，該弧在 C' 点对着角 lv 。則圖 3-3 中球上座标如所述为 (μ, v) 的每一点 P ，就确定了圖 3-4 中的唯一点 P' ； P' 点以 C' 为心及 $C'O'$ 为極