

0663
12.87

研究生入学试题选编

(1981—1987)

北京市高等学校招生办公室编选



航空工业出版社

内 容 提 要

本书按学科门类综合选编了北京高等学校、科研单位几年来研究生入学考试的有关试题。该书共分为二部分。第一部分选编了1987年的试题，並着重增加了1987年全国研究生入学考试统考课目的马克思主义理论课、英语、数学试题；第二部分选编了1986年以前的有关试题。

这是一本适用于大专院校学生、自学青年报考研究生及用于检查自己学业水平和有关人员进行命题研究的较好的参考资料。

2-11/34

研究生入学试题选编

(1981—1987)

北京市高等学校招生办公室编选

航空工业出版社出版

新华书店北京发行所总发行 陕西省新华书店发行

全国各地新华书店经售

航空工业部〇一二基地印刷厂印刷

1987年7月第一版 1987年7月第一次印刷

787×1092毫米 1/16 印张：18

印 数：13,000 字数：544千字

统一书号：7448·6 定价：3.90元

ISBN 7-80046-002-9/G·001

前 言

1978年恢复研究生招生制度以来，招生人数和报考人数都在逐年增加，这不仅使考试科目的设置和试题编制的方式越来越受到社会的关注，而且对命题的科学程度和研究生入学的质量，提出了较高的要求。

在现行的研究生入学考试办法中，不同的学科、专业、研究方向对试题有着不同的要求。为了做好试题的编制工作，我们于1985年配合召开命题研讨会编写了一套《命题研究题集》。本书在内部使用时受到了读者的欢迎。为了能使更多的读者了解不同专业的要求和掌握学习重点、改进学习方法，我们将原《题集》重新整理，现编为《研究生入学试题选编》正式出版。本书是按照招生的学科、专业进行编排的，读者可集中查阅有关学科、专业对考试的要求，并了解考试的重点和范围，可以较方便地对同一招生专业所要求的各种不同考试科目的试题进行分析；还可以对设置同一考试科目的不同招生单位的试题进行比较。选辑的这些试题，从整体上说，反映了几年来北京地区研究生入学考试命题的基本情况，在一定程度上也反映了大部分招生专业对考生在学业方面的基本要求，以及录取研究生的学业水平。

读者在使用此书时，不应满足于能够解答本书提供的试题，而应该根据书中提供资料的启示，找出自己学习的重点、努力的方向，以取得更好的成绩。同时，对于准备报考研究生的高校学生和自学青年来说，在全面复习的基础上，通过本书可以比较系统地了解 and 熟悉有关学科、专业研究生入学考试试题的形式和要求，也有助于掌握测试的要领和提高复习的效果。所以，这本书可供读者了解硕士学位研究生入学水平和在专业学习中检查自己学业程度的综合性参考资料。

因时间仓促，不妥之处请读者指正。

（本书由王秀卿、李建立、周军、屠汉明四位同志汇编、整理）。

编 者

1987·3

目 录

第一部分 (1987)	(1)
〈一〉全国统考课目	(1)
一 马克思主义理论课试题	(1)
二 数学试题 (五类)	(5)
三 英语试题	(16)
〈二〉各类专业课试题	(27)
一 政治经济学	(27)
二 教育学	(29)
三 法学理论	(32)
四 哲学与历史	(36)
五 管理科学	(40)
六 文 学	(47)
七 环保工程	(49)
八 计算机科学	(51)
九 医 学	(66)
十 机械制造	(70)
十一 金属材料与工艺学	(78)
十二 电子学与通讯	(85)
十三 建筑工程学	(89)
十四 力 学	(90)
十五 生物学	(96)
十六 地质与地理学	(96)
十七 化 学	(96)
十八 物理学 (含光学、固体物理等)	(96)
十九 数 学	(96)
二十 自动控制	(96)
二十一 工艺美术	(96)
二十二 国际关系	(96)
二十三 土木工程	(96)
二十四 外 语	(96)
第二部分 (1981—1986)	
一 哲学	
二 经济学	
三 政治学、国际政治和国际关系	
四 教育学	

五 心理学.....	(170)
六 中国语言与文学.....	(172)
七 历史学.....	(177)
八 物理学.....	(184)
九 化学和应用化学.....	(192)
十 生物学.....	(203)
十一 力学.....	(208)
十二 电工学.....	(215)
十三 电子学与通讯.....	(221)
十四 自动控制.....	(233)
十五 计算机科学与技术.....	(240)
十六 机械制造.....	(250)
十七 金属材料.....	(257)
十八 建筑学.....	(260)
十九 地质、矿业.....	(264)
二十 农学.....	(271)
二十一 林学.....	(276)
本书高校和科研单位名称对应代号索引.....	(279)

第一部分 (1987)

〈一〉 全国统考课目

一、马克思主义理论课试题

第一类 (理科、文科考生必答)

一、填空题 (每一空格1分,共10分)

1. 根据联合国倡议, 1986年为_____年。
2. 1986年召开的六届人大第四次会议, 审议、批准了我国国民经济和社会发展_____计划。
3. 1986年8月, 国务院发布了《关于进一步推动_____经济联合若干问题的规定》。
4. 1986年9月, 中共十二届六中全会通过了《中共中央关于_____的决议》和《中国共产党第十二届中央委员会第六次全体会议关于_____的决议》。
5. 1986年下半年, _____党和国家最高领导人雅鲁泽尔斯基与_____党和国家最高领导人昂纳克先后对我国进行了访问。
6. 1986年10月, 在冰岛首都雷克雅未克举行了_____预备性会晤。
7. 1986年是红军长征胜利_____周年。
8. 1986年是伟大的民族英雄、伟大的爱国主义者、中国民主革命的伟大先驱孙中山先生诞辰_____周年。

二、单项选择题 在下列各题的备选答案中, 选出其中一个正确的答案, 并将其字母标号填入括号内。错选的不给分。(每一小题1分, 共18分)

1. 哲学的党性或党派性是指:
A 辩证法同形而上学的对立和斗争 B 可知论同不可知论的对立和斗争 C 无产阶级世界观同资产阶级世界观的对立和斗争 D 唯物主义同唯心主义的对立和斗争。
答 ()
2. 或然率是对:
A 可能性在量上的一种科学说明和测定 B 可能性在质上的一种科学说明和测定
C 事物发展偶然性的说明和测定 D 事物现象的说明和测定
答 ()
3. 现阶段我国社会的主要矛盾是:
A 工人阶级和资产阶级、社会主义道路和资本主义道路之间的矛盾 B 坚持四项基本原则和搞资产阶级自由化之间的矛盾
C 僵化的经济体制和先进的政治制度之间的矛盾 D 人民日益增长的物质文化需要同落后的社会生产之间的矛盾
答 ()

4. 所谓抽象的人性论是指:

- A 一种对人类共同人性的科学抽象的理论 B 否认人的社会性的关于人的本质的唯心主义理论
C 一种否认人的共性的错误理论 D 一种资产阶级哲学独创的理论

答 ()

5. 上层建筑对于社会发展的促进作用决定于:

- A 有效地为经济基础服务 B 适应经济基础的需要 C 掌握在哪个阶级手里
D 被服务的经济基础是否适应生产力发展的需要

答 ()

6. 人类意识产生的历史过程, 大体经历了以下三个决定性环节:

- A 概念、判断、推理 B 感性认识、理性认识、实践 C 生物的刺激感应性、动物的感觉和心理、人类意识
D 客体、主体、客体

答 ()

7. 股票价格一般是:

- A 与股息收入成正比, 与银行利率成正比 B 与股息收入成反比, 与银行利率成反比
C 与股息收入成正比, 与银行利率成反比 D 与股息收入成反比, 与银行利率成正比

答 ()

8. 假定第 I 部类的可变资本 (V) 是 2000, 剩余价值 (m) 也是 2000, 第 II 部类的不变资本 (c) 是 3000, 这时社会资本:

- A 只能进行简单再生产 B 有可能进行扩大再生产 C 既不能进行简单再生产, 也不能进行扩大再生产
D 只能进行萎缩的再生产

答 ()

9. 一个国家在一定时期内所生产的物质资料的总和构成:

- A 社会总产值 B 国民生产总值 C 国民收入 D 社会总产品

答 ()

10. 跨国公司:

- A 从事跨国界的生产、销售和其他业务活动的国际性的垄断企业 B 当前发达国家国际经济技术交流主要形式
C 发展中国家进行国际经济技术交流的组织 D 国际经济友好合作的组织

答 ()

11. 社会主义计划经济与商品经济的相互关系是:

- A 彼此对立的 B 完全一致的 C 此消彼长的 D 辩证统一的

答 ()

12. 社会主义价格形成的基础是:

- A 消费者的偏好 B 商品价值 C 商品供求关系 D 市场竞争

答 ()

13. “五四”前新文化运动提出的众多口号中, 主要口号是:

- A 反对旧礼教, 提倡新道德 B 民主与科学 C 反对文言文, 提倡白话文
D 反对封建专制, 要求人权平等

答 ()

14. 第一次国内革命战争时期, 国民党著名左派代表人物有:

- A 宋庆龄、廖仲恺、谭平山、何香凝 B 宋庆龄、谭平山、陈友仁、朱执信
C 宋庆龄、邓演达、谭平山、陈友仁 D 宋庆龄、廖仲恺、何香凝、邓演达

答 ()

15. 毛泽东在《中国的红色政权为什么能够存在?》一文中提出了:

A 以农村包围城市，武装夺取政权道路的理论 B 工农武装割据的思想 C 以乡村为中心的思想 D 实行党对军队绝对领导的原则

答 ()

16. 1936年10月中国工农红军一、二、四方面军胜利会师于:

A 吴起镇 B 会宁 C 瓦窑堡 D 延安

答 ()

17. 1938年国民党战场李宗仁将军指挥了著名的:

A 淞沪抗战 B 忻口战役 C 台儿庄战役 D 南京保卫战

答 ()

18. 1981年6月中国共产党第十一届中央委员会第六次全体会议通过了:

A 《关于加快农业发展若干问题的决定》 B 《关于经济体制改革的决定》
C 《关于建国以来党的若干历史问题的决议》 D 《关于科学技术体制改革的决定》

答 ()

三、多项选择题 在下列各题的备选答案中，有两个到五个正确答案，选出其中正确的答案，并将其字母标号填入括号内。请选或漏选的不给分。 (每一小题2分，共12分)

1. 唯物辩证法的基本范畴是:

A 对于客观事物的外部表现和内部联系之间的矛盾关系的概括和反映
B 对于客观事物的内在要素总和与要素的结构之间的矛盾关系的概括和反映
C 对于客观事物发展过程中引起现象和被引起现象之间的矛盾关系的概括和反映
D 对于客观事物的确定的发展趋势和不确定的发展趋势之间的矛盾关系的概括和反映
E 对于客观事物发展过程中发展趋势的实现和发展趋势的未实现之间的矛盾关系的概括和反映

答 ()

2. 感觉在认识中的地位，表现在它是:

A 认识的来源 B 唯一可靠的认识 C 认识的深化 D 认识的起点
E 认识的初级阶段

答 ()

3. 下列诸范畴中同价值相联系的范畴有:

A 成本 B 利润 C 税金 D 价格 E 工资

答 ()

4. 我国社会主义市场体系包括:

A 消费品市场 B 生产资料市场 C 资金市场 D 技术市场 E 黄金市场

答 ()

5. 抗日民族统一战线中的中间势力包括:

A 中等资产阶级 B 小资产阶级 C 开明绅士 D 知识分子 E 地方实力派

力派

答 ()

6. 毛泽东在《目前形势和我们的任务》中提出的新民主主义革命的经济纲领是:

A 没收封建阶级的土地归农民所有 B 发展经济、保障供给 C 公私兼顾、劳资两利
D 保护民族工商业 E 没收蒋、宋、孔、陈为首的垄断资本归新民主主义国家所有

答 ()

第二类(理科考生答)

四、判断题 判断对错,并简述理由 (每一小题5分,共30分)

1. 存在先于本质,人首先存在,经过人的自由选择,才确定其本质。
2. 辩证法对现存事物作肯定理解的同时,包含对它的否定理解。
3. 全民所有制企业实行承包、租赁后,生产资料所有制的性质发生了根本变化。
4. 生产领域中的智力劳动也创造价值,智力劳动的技术成果作为知识性产品也具有商品属性。
5. 第一次国内革命战争失败后至“九一八”事变前,跟随大地主大资产阶级反对革命的民族资产阶级,成了革命的对象。
6. 人民解放战争是经过战略防御、战略相持、战略进攻三个阶段取得全国胜利的。

五、论述题 (每一小题10分,共20分)

1. 试述第二次世界大战后主要资本主义国家生产和技术发展重要趋势。
2. 试述中国革命胜利的基本经验对社会主义现代化建设的重要意义。

六、论述题 选答其中一题 (10分)

1. 结合科学史实例,论真理问题上实践标准的确定性和不确定性的辩证关系。
2. 试论对外开放和社会主义精神文明建设的辩证关系。

第三类(文科考生答)

四、判断题 判断对错,并简述理由 (每一小题5分,共20分)

1. 在逻辑思维中从抽象到具体就是从理论到实践。
2. 全民所有制企业实行承包、租赁后,生产资料所有制的性质发生了根本变化。
3. 第一次国内革命战争失败后至“九一八”事变前,跟随大地主大资产阶级反对革命的民族资产阶级,成了革命的对象。
4. 社会主义民主承认在政治上人人平等。

五、论述题 (每一小题10分,共20分)

1. 试用政治经济学原理说明:社会主义要反对金钱至上,但这决不是否定按劳分配和商品经济。
2. 试述第一、二次国共合作的特点及对第三次国共合作的构想。

六、论述题 选答其中一题 (10分)

1. 结合认识史实例,论真理问题上实践标准的辩证法。
2. 试论我国道德建设中先进性要求和广泛性要求的辩证关系。

七、论述题 选答其中一题 (10分)

1. 简述列宁关于苏维埃俄国社会主义经济建设的理论。
2. 试述马克思主义在社会主义精神文明建设中的指导作用。

二、数学试题(五类)

数学试卷一

一、填空题(本题满分15分,每小题3分) [本题包含5个小题,将答案填入题中横线上空白处(不填解题过程),填对得3分;不填或填错一律得0分。]

(1) 与两直线 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 都平行,且过原点的平面方程为_____。

(2) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,函数 $y = x^2$ 取得极小值。

(3) 由曲线 $y = \ln x$ 与两直线 $y = (e+1) - x$ 及 $y = 0$ 所围成的平面图形的面积是_____。

(4) 设 L 为取正向的圆周 $x^2 + y^2 = 2$, 则曲线积分

$$\oint_L (2xy - 2y)dx + (x^2 - 4x)dy$$

的值是_____。

(5) 已知三维线性空间的一组基底为 $a_1 = (1, 1, 0)$, $a_2 = (1, 0, 1)$, $a_3 = (0, 1, 1)$, 则向量 $u = (2, 0, 0)$ 在上述基底下的坐标是_____。

二、(本题满分8分) 求正的常数 a 与 b , 使等式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{bx - \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}} dt = 1$$

成立。

三、(本题满分7分)

(1) (8分) 设 f, g 为连续可微函数, $u = f(x, xy)$, $v = g(x+xy)$, 求

$$\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

(2) (4分) 设矩阵 A 和 B 满足关系式 $AB = A + 2B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, 求矩阵 B 。

四、(本题满分8分) 求微分方程 $y'' + 6y' + (9+a^2)y' = 1$ 的通解(一般解), 其中常数 $a > 0$ 。

五、选择题 (本题满分12分, 每小题3分)

[本题包含4个小题, 每个小题都给出代号A, B, C, D的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 必须把所选结论的代号写在小题后的圆括号内, 选对得3分; 不选、选错或选出的代号超过一个一律得0分]

(1) 设常数 $k > 0$, 则级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$$

(A) 发散。

(B) 绝对收敛。

(C) 条件收敛。

(D) 收敛或发散与 k 的取值有关

答: ()

(2) 设 $f(x)$ 为已知连续函数,

$$I = t \int_0^1 f(tx) dx,$$

其中 $s > 0, t > 0$, 则 I 的值

(A) 依赖于 s 和 t . ✓

(B) 依赖于 s, t, x .

(C) 依赖于 t 和 x , 不依赖于 s .

✓ (D) 依赖于 s , 不依赖于 t .

答: ()

(3) 设 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^2} = -1$, 则在点 $x = a$ 处

(A) $f(x)$ 的导数存在, 且 $f'(a) \neq 0$.

(B) $f(x)$ 取得极大值.

(C) $f(x)$ 取得极小值.

(D) $f(x)$ 的导数不存在.

答: ()

(4) 设 A 为 n 阶方阵, 且 A 的行列式 $|A| = a \neq 0$, 而 A^* 为 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*|$ 等于

(A) a .

(B) $\frac{1}{a}$

(C) a^{n-1}

(D) a^n

答: ()

六、(本题满分10分) 求幂级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^{n-1}$$

的收敛域, 并求其和函数.

七、(本题满分10分) 计算曲面积分

$$I = \int_S x(8y+1)dydz + 2(1-y^2)dzdx - 4yzdxdy$$

其中 S 是由曲线 $\begin{cases} z = \sqrt{y-1} \\ x = 0 \end{cases} \quad (1 \leq y \leq 3)$ 绕 y 轴旋转一周所形成的曲面, 它的法向量与 y 轴正向的夹

角恒大于 $\frac{\pi}{2}$.

八、(本题满分10分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上可微, 对于 $[0, 1]$ 上的每一个 x , 函数 $f(x)$ 的值都在开区间 $(0, 1)$ 内, 且 $f'(x) \neq 1$. 证明在 $(0, 1)$ 内有且仅有一个 x , 使 $f(x) = x$. ✓

九、(本题满分8分) 问 a, b 为何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + & x_3 + x_4 = 0 \\ & x_2 + & 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ & -x_3 + (a-3)x_4 - 2x_4 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + & x_3 + ax_4 = -1 \end{cases}$$

有唯一解、无解、有无穷多组解? 并求出有无无穷多组解时的通解.

概率论或复变函数由考生自选一门应试

概 率 论

十、填空题

(本题满分8分, 每小题2分)

[本题包含3个小题, 每小题有2个空格, 将答案填入题中横线上空白处(不填解题过程), 填对得1分; 不填或填错一律得0分.]

(1) 设在一次试验中事件 A 发生的概率为 p , 现进行 n 次独立试验, 则 A 至少发生一次的概率为 _____;

而事件A至多发生一次的概率为_____。

(2) 三个箱子，第一个箱子中有4个黑球1个白球，第二个箱子中有3个黑球3个白球，第三个箱子中有3个黑球5个白球。现随机地取一个箱子，再从这个箱子中取出1个球，这个球为白球的概率等于_____。已知取出的球是白球，此球属于第二个箱子的概率为_____。

(3) 已知连续随机变量 x 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$ ，则 X 的数学期望为_____， X 的方差为_____。

十一、(本题满分6分) 设随机变量 X, Y 相互独立，其概率密度函数分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

求随机变量 $Z = 2X + Y$ 的概率密度函数。

复变函数

十、填空题 (本题满分6分，每小题3分)

[本题包含2个小题，将答案填入题中横线上空白处(不填解题过程)，填对得3分；不填或填错一律得0分。]

(1) $\oint_C \frac{\sin^2 z}{z^2(z-1)} dz = \underline{\hspace{2cm}}$ ，其中 C 为正向圆周 $|z| = 2$ 。

(2) $w = \frac{e^z - j}{e^z + j}$ 将带形域 $0 < \text{Im}(z) < \pi$ 映射成(区域)_____。

十一、(本题满分6分) 将函数

$$f(z) = \frac{4z-3}{(z-2)^2(z^2+1)}$$

在圆环 $1 < |z| < 2$ 内展成罗朗(Laurent)级数。

数学试卷二

一、填空题 (本题满分15分，每小题3分)

[本题包含5个小题，将答案填入题中横线上空白处(不填解题过程)，填对得3分；不填或填错一律得0分。]

(1) 与两直线 $\begin{cases} x-1 \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 都平行，且过原点的平面方程为_____。

(2) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，函数 $y = x2^x$ 取得极小值。

(3) 由曲线 $y = \ln x$ 与两直线 $y = (e+1) - x$ 及 $y = 0$ 所围成的平面图形的面积是_____。

(4) 设 L 为取正向的圆周 $x^2 + y^2 = 9$ ，则曲线积分

$$\oint_L (2xy - 2y) dx + (x^2 - 4x) dy$$

的值是_____。

(5) 已知三维线性空间的一组基底为 $a_1 = (1, 1, 0)$, $a_2 = (1, 0, 1)$, $a_3 = (0, 1, 1)$, 则向量 $u = (2, 0, 0)$ 在上述基底下的坐标是_____.

二、(本题包含两个小题, 满分14分)

(1) 计算定积分 (6分)

$$\int_{-2}^2 (|x| + x) e^{-|x|} dx.$$

(2) 求正的常数 a 与 b , 使等式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{bx - \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}} dt = 1$$

成立. (8分)

三、(本题满分7分)

设 $z = f(u, x, y)$, $u = xe^y$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

四、(本题满分8分) 求微分方程的通解(一般解), 其中常数 $a > 0$.

$$y'' + 6y' + (9 + a^2)y = 1$$

五、选择题(本题满分12分, 每小题8分) [本题包含4个小题, 每个小题都给出代号为A, B, C, D

的四个结论, 其中只有一个是正确的, 必须把所选结论的代号写在小题后的圆括号内, 选对得3分, 不选、选错或选出的代号超过一个一律得0分.]

(1) 设常数 $k > 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$

- (A) 发散. (B) 绝对收敛. (C) 条件收敛. (D) 收敛或发散与 k 的取值有关
答: ()

(2) 设 $f(x)$ 为已知连续函数, 其中 $s > 0$, $t > 0$, 则 I 的值

$$I = t \int_0^t f(tx) dx,$$

- (A) 依赖于 s 和 t . (B) 依赖于 s, t, x . (C) 依赖于 t 和 x , 不依赖于 s .
(D) 依赖于 s , 不依赖于 t .
答: ()

(3) 设 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^2} = -1$, 则在点 $x = a$ 处

- (A) $f(x)$ 的导数存在, 且 $f'(a) \neq 0$. (B) $f(x)$ 取得极大值. (C) $f(x)$ 取得极小值.
(D) $f(x)$ 的导数不存在.
答: ()

(4) 设 A 为 n 阶方阵, 且 A 的行列式 $|A| = a \neq 0$, 而 A^* 为 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*|$ 等于

- (A) a . (B) $\frac{1}{a}$ (C) a^{n-1} (D) a^n
答: ()

六、(本题满分10分) 求幂级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^{n-1}$$

的收敛域, 并求其和函数.

七、(本题满分10分) 计算曲面积分

$$I = \iint_S x(8y+1)dydz + 2(1-y^2)dzdx - 4yzdxdy,$$

其中S是由曲线 $\begin{cases} z = \sqrt{y-1} \\ x=0 \end{cases} (1 \leq y \leq 3)$ 绕y轴旋转一周所成的曲面, 它的法向量与y轴正向的夹

角恒大于 $\frac{\pi}{2}$.

八、(本题满分10分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上可微, 对于 $[0, 1]$ 上的每一个 x , 函数 $f(x)$ 的值都在开区间 $(0, 1)$ 内, 且 $f'(x) \neq 1$. 证明 $(0, 1)$ 内有且仅有一个 x , 使 $f(x) = x$.

九、(本题满分8分)

问 a, b 为何值时, 线性方程组有唯一解, 无解, 有无穷多组解? 并求出有无穷多组解时的通解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + & x_3 + x_4 = 0 \\ & x_2 + & 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ & & -x_2 + (a-3)x_3 - 2x_4 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + & x_3 + ax_4 = -1 \end{cases}$$

十、(本题满分6分) 设 λ_1, λ_2 为 n 阶方阵 A 的特征值, 且 $\lambda_1 \neq \lambda_2$, 而 x_1, x_2 分别为对应的特征向量, 试证明 $x_1 + x_2$ 不是 A 的特征向量.

数学试卷三

一、填空题 (每小题2分, 本题满分10分)

[本题包含5个小题, 将答案填入题中横线上空白处 (不填解题过程).]

(1) 设 $y = \ln(1+ax)$, 其中 a 为非零常数, 则 $y' =$ _____, $y'' =$ _____.

(2) 曲线 $y = \arctg x$ 在横坐标为1的点处的切线方程是 _____, 法线方程是 _____.

(3) 定积分中值定理的条件是 _____, 结论是 _____.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+1} \right)^n =$ _____.

(5) $\int f'(x)dx =$ _____, $\int_a^b f'(2x)dx =$ _____.

二、(本题满分6分) 求

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

三、(本题满分7分) 设

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases}$$

求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

四、(本题满分8分) 计算

$$\int_0^1 x \arcsin x \, dx$$

五、(本题满分8分) 设D是曲线 $y = \sin x + 1$ 与三条直线 $x = 0, x = \pi, y = 0$ 围成的曲边梯形, 求D绕 ox 轴旋转一周所生成的旋转体的体积.

六、(本题满分10分) 证明:

- (1) (5分) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 且导数 $f'(x)$ 恒大于零, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加.
 (2) (5分) 若 $g(x)$ 在 $x = c$ 处二阶导数存在, 且 $g'(c) = 0, g''(c) < 0$, 则 $g(c)$ 为 $g(x)$ 的一个极大值.

七、(本题满分10分) 计算

$$\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x},$$

其中 a, b 是不全为零的非负常数.

八、(本题包含2个小题、满分15分)

- (1) (7分) 求微分方程

$$x \frac{dy}{dx} = x - y \quad \text{满足条件} \quad y \Big|_{x=\sqrt{2}} = 0 \text{ 的解.}$$

- (2) (8分) 求微分方程的通解(一般解).

$$y'' + 2y' + y = xe^x$$

九、选择题(每小题4分, 本题满分16分)

[本题包含4个小题, 每个小题都给出代号为A, B, C, D四个结论, 其中只有一个结论是正确的. 必须把所选结论的代号写在小题后的圆括号内. 选对得4分, 不选, 选错或选出的代号超过一个一律得0分.]

- (1) $f(x) = |x \sin x| e^{\cos x} \quad (-\infty < x < +\infty)$ 是

(A) 有界函数. (B) 单调函数. (C) 周期函数. (D) 偶函数.
 答: ()

- (2) 函数 $f(x) = x \sin x$

(A) 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大. (B) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界. (C) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界. (D) 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限极限.
 答: ()

- (3) 设 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导, 则

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{x} \text{ 等于}$$

- (A) $f'(a)$. (B) $2f'(a)$. (C) 0. (D) $f'(2a)$.
 答: ()

(4) 设 $f(x)$ 为已知的连续函数, $s > 0, t > 0$,

$$I = t \int_0^{\frac{1}{t}} f(tx) dx,$$

则 I 的值

- (A) 依赖于 s, t, x . (B) 依赖于 s 和 t . (C) 依赖于 s , 不依赖于 t .
(D) 依赖于 t 和 x , 不依赖于 s .

答: ()

十、(本题满分10分) 在第一象限内, 求曲线 $y = -x^2 + 1$ 上的一点, 使该点处切线与所给曲线及两坐标轴围成的图形面积为最小, 并求此最小面积.

数学试卷四

一、您认为结论正确, 在括号内“√”, 否则打“×”. (每小题, 回答正确得2分, 回答错误得-1分, 不回答得0分; 全题最低得0分.) (10分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$. ()

(2) $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 \sin x dx = 0$ ()

(3) 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均发散, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 也必发散. ()

(4) 假设 D 是矩阵 A 的 r 阶子式, 且 $D \neq 0$, 但含 D 的一切 $r+1$ 阶子式都等于0, 那么矩阵 A 的一切 $r+1$ 阶子式都等于0. ()

(5) 连续型随机变量取任何给定实数值的概率都等于0. ()

二、在每小题的四种答案中, 选一正确答案将其代号填入题中空格. (10分 每小题2分).

(1) 函数_____在其定义域内连续.

(A) $f(x) = \ln x + \sin x$; (B) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0, \\ \cos x, & x > 0, \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x-1, & x > 0; \end{cases}$ (D) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{|x|}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, x_1 和 x_2 是区间 (a, b) 内任意两点, 且 $x_1 < x_2$, 则至少存在一点 ξ , 使_____.

- (A) $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)$, 其中 $a < \xi < b$;
(B) $f(b) - f(x_1) = f'(\xi)(b-x_1)$, 其中 $x_1 < \xi < b$;
(C) $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2-x_1)$, 其中 $x_1 < \xi < x_2$;
(D) $f(x_2) - f(a) = f'(\xi)(x_2-a)$, 其中 $a < \xi < x_2$.

(3) 广义积分 _____ 收敛。

$$(A) \int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx;$$

$$(B) \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x};$$

$$(C) \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2};$$

$$(D) \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$$

(4) 假设A是n阶方阵, 其秩 $r < n$, 那么在A的n个行向量中 _____。

(A) 必有r个行向量线性无关;

(B) 任意r个行向量线性无关;

(C) 任意r个行向量都构成极大线性无关向量组;

(D) 任何一个行向量都可以由其他r个行向量线性表出。

(5) 若二事件A和B同时出现的概率 $P(AB) = 0$, 则 _____。

(A) A和B不相容 (互斥);

(B) AB是不可能事件;

(C) AB未必是不可能事件;

(D) $P(A) = 0$ 或 $P(B) = 0$ 。

三、计算下列各题 (每小题4分) (16分)。

(1) 求极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + xe^x)^{\frac{1}{x}}.$$

(2) 已知

$$y = \ln \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\sqrt{1+x^2} + 1}, \text{ 求 } y'.$$

(3) 已知

$$z = \arctg \frac{x+y}{x-y}, \text{ 求 } dz.$$

(4) 求不定积分

$$\int e^{\sqrt{2x-1}} dx.$$

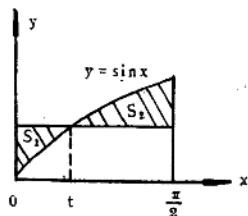


图 0-1

四、考虑函数 $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 问: (10分)

(1) t取何值时, 图(0-1)中阴影部分的面积 S_1 与 S_2 之和 $S = S_1 + S_2$ 最小?

(2) t取何值时, 面积 $S = S_1 + S_2$ 最大?

五、将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ 展成x的幂级数, 并指出其收敛区间。 (6分)

六、计算二重积分 $I = \iint_D e^{x^2} dx dy$, 其中D是第一象限中由直线 $y = x$ 和曲线 $y = x^2$ 所围成的封闭区域。 (5分)

七、已知某商品的需求量x对价格p的弹性为 $\eta = -3p^2$, 而市场对该商品的最高需求量为1(万件), 求需求函数。 (6分)

八、解线性方程组 (8分)