高等学校试用教材

工程力学

下册

北京钢铁学院　东北工学院编

人民教育出版社

高等学校试用教材

工 程 力 学

下 册

运动学和动力学

北京钢铁学院　东北工学院编

人 民 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本教材是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科力学教材会议的建议，按照 120 学时的教学要求编写的。本教材主要适用于地质、采矿、冶金、热加工、材料等类专业；作适当增删后，也可适用于 100～130 学时的有关专业。本教材除作为高等学校的试用教材外，也可供有关工程技术人员参考。

本教材分上、中、下三册出版。上册为静力学，中册为材料力学，下册为运动学和动力学。

参加本书编写的有：北京钢铁学院纪炳炎（上册第一、二、三、四章），屈革（上册第五、六章，中册第二、三章），马安禧（中册第一、四、五、六章）；东北工学院于绶章（中册第七、八、九章），周康年（中册第十章），刘思汉（下册第一、二、五、六、七、九章），殷汝珍（下册第三、四、八、十章）。由刘思汉（上册、下册）、马安禧（中册）主编。

3928/20

高等学校试用教材

工 程 力 学

下 册

运动学和动力学

北京钢铁学院 东北工学院编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

沈阳新华印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8.875 字数 206,000

1979年8月第1版 1983年2月第4次印刷

印数 49,001—66,000

书号 15012·0197 定价 0.74元

序

本教材是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科力学教材会议的建议，按照120学时的教学要求编写的。本教材主要适用于地质、采矿、冶金、热加工、材料等类专业；作适当增删后，也可适用于100～130学时的有关专业。

为适应各类专业的不同要求，本教材还编写了一些带有“*”号的选学内容。各章之后附有小结、思考题和习题，以期帮助读者总结收获，澄清概念和加强基本训练。习题的数量和类型已考虑了一定的选择范围和专业需要，不足之处可另作补充。

本教材采用国际单位制，同时也介绍了工程单位制及二者的换算关系。

为使用上的方便及适应不同专业的需要，本教材分为三册出版：上册为静力学，中册为材料力学，下册为运动学和动力学，并分别独立编章。各册之间有一定的配合，也有相对的独立性。根据不同的教学要求及安排，可采用本教材的全部或其中的某一册或两册；作少量内容调整后，也可先讲授上、下册，然后再讲授中册。

本教材在编写过程中，得到许多兄弟院校的帮助和支持。初稿完成后，于一九七八年十月由教育部委托召开了审稿会议。参加会议的有中南矿冶学院、重庆大学、昆明工学院、中国矿业学院、西安交通大学、西安冶金建筑学院、武汉地质学院、河北矿冶学院、鞍山钢铁学院和上海工业大学等十个院校，由中南矿冶学院和重庆大学主审。在此一并表示谢意。

参加本教材编写的有：北京钢铁学院纪炳炎（上册第一、二、三、四章），屈革（上册第五、六章，中册第二、三章），马安禧（中册第

一、四、五、六章)；东北工学院于绶章(中册第七、八、九章)，周康年(中册第十章)，刘思汉(下册第一、二、五、六、七、九章)，殷汝珍(下册第三、四、八、十章)等同志。由刘思汉(上册、下册)、马安禧(中册)主编。

限于编者水平，同时由于编写时间匆促，本教材必然存在不少缺点和错误，殷切希望读者批评指正。

编者

一九七九年四月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

运　动　学

动 力 学

运 动 学

引 言

在静力学和材料力学中，我们已经研究了物体或构件在平衡状态下的外力计算和强度、刚度与稳定性等计算问题，现在将研究物体或构件处于运动变化时的情况。

为了研究的方便，首先从几何方面来研究物体的运动，亦即只研究物体运动的几何性质(如运动方程、速度和加速度等)，而不考虑运动和作用力的关系。在力学中，把这部分叫做**运动学**。学习运动学有两方面的意义：一方面是为学习动力学打下基础；另一方面在某些仪器和自动装置中，有时不需要对机构的受力进行计算，主要是研究怎样才能使它的运动符合一定的要求，因此，运动学又有其独立的意义。

大家知道，在不同的物体上观察同一物体的运动时，将得出不同的结果。例如，在行驶着的列车里的座椅，相对于车厢是静止的，而相对于地面则是运动的。因此，在描述某一物体的运动时，必须指出是相对于哪一个物体而说的，用力学的术语来说，就是相对于哪一个**参考系**而说的。这就是**运动的相对性**。在以后叙述中，如果不加说明的话，一般都是相对于地球而言，亦即参考系固结在地球表面上。

在描述物体的运动时，常用到**瞬时**和**时间间隔**的概念。瞬时是指物体在运动过程中某一时刻，它对应于运动的瞬时状态。而时间间隔则是指两个瞬时相隔的时间，它对应于运动的某一过程。例如，列车从北京站开出的时间是 8 点钟，到达某车站的时间是

12 点钟。8 点与 12 点即为列车开出和到达的两个瞬时，由北京站到达某车站所经历的 4 小时就是时间间隔。时间的工程制单位与国际制单位相同，均为秒(s)。

在研究物体的运动时，如果物体的大小和形状，对所研究的问题并不是主要的因素，我们就可以把这个物体抽象化为一个质点，即只具有质量而无大小的几何点。例如，在研究人造地球卫星的运行轨道时，就可以将人造卫星看成一个质点。在运动学中，由于不涉及到质量，所以把质点常简称为“点”或“动点”。

根据循序渐进、由简到繁的原则，我们先研究点的运动，然后再研究刚体的运动。

第一章　点 的 运 动

根据运动轨迹，可以把点的运动分为直线运动和曲线运动（平面曲线运动和空间曲线运动）。本章只讨论直线和平面曲线这两种运动。

§1-1　点的直线运动

直线运动是工程上和生活中最常见的运动。例如，车厢沿直线轨道的运动，锻压时落锤的运动等。这一节将讨论直线运动时，点的运动方程以及它的速度和加速度。

1. 运动方程

设点M沿直线轨道运动。取此直线为x轴，在轴上任选一点O为坐标原点，即参考点，如图 1-1 所示。于是点M在各瞬时的位置，即可用坐标x来确定。当点M运动时，它的位置随时间变化。

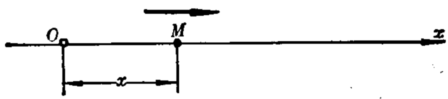

图　1-1

所以，坐标x是时间t的单值连续函数，用方程式表示为

$$x=f(t) \tag{1-1}$$

上式称为点的直线运动的运动方程。它表示M点的位置随时间的变化规律。函数$f(t)$知道后，即可确定任一瞬时点M在直线上的位置。式中长度的工程制单位与国际制单位相同，均为米(m)。

2. 速度

速度是表示点的运动快慢和方向的一个物理量。设在某一瞬

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

时 t，点在位置M，其坐标是 x。经过时间间隔 Δt 后，即在瞬时 $t'=t+\Delta t$，点在位置 M'，其坐标是$x'=x+\Delta x$，如图 1-2 所示。于

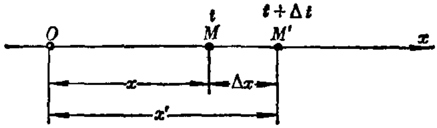

图 1-2

是点在 Δt 时间内坐标的增量是 $\Delta x=x'-x$。Δx 与 Δt 的比值，叫做点在 Δt 时间内的平均速度。以 v^* 表示，则

$$v^*=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

平均速度 v^* 只能说明点在某一段时间内运动快慢的平均情况。在工程实际中，有时需要确切地知道物体在某一瞬时的运动速度。例如，在研究炮弹飞行时，就需要了解炮弹出口瞬时的速度；研究落锤的锻打能力时，就需要了解落锤将要碰撞工件瞬时的速度；发射人造地球卫星要按预期的轨道运行，就必须使它在进入轨道的瞬时，速度达到一定的大小和方向。因此，我们必须引入瞬时速度的概念。

为此，令 Δt 趋近于零，则M'点趋近于M点，而平均速度趋近于某一极限值。这极限值叫做点在瞬时 t 的瞬时速度（以下简称速度），以 v 表示，则

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}=f'(t) \tag{1-2}$$

可见，在直线运动中，点的速度等于点的坐标对时间的一阶导数。

这样，只要知道了运动方程，求速度的问题就归结为求已知函数 $x=f(t)$的一阶导数的问题。

如果导数$\frac{dx}{dt}$在某瞬时的值为正，则表示 x 随时间而增大，因而

点沿 x 轴的正向运动。反之，如果导数$\frac{dx}{dt}$在某瞬时的值为负，则表示 x 随时间而减少，因而点沿 x 轴的负向运动。因此，速度的正负表示点沿 x 轴运动的方向。在直线运动中，速度是代数量。

速度的国际制单位与工程制单位相同，为米每秒，其代号是米/秒(m/s)。

3. 加速度

速度只能表示点运动的快慢和方向，而通常点的速度是变化的。例如，火车在刚开动时，速度逐渐增大；刹车时，速度又逐渐减小。因此，还要研究速度变化的快慢，为此须引入加速度的概念。

设在某瞬时 t，点的速度是 v。经过 Δt 时间间隔后，点的速度是 v'。于是，点的速度在 Δt 时间内的增量是 $\Delta v=v'-v$。取 Δv 与 Δt 的比值，叫做点在 Δt 时间内的平均加速度，以 a^* 表示。则

$$a^*=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a^* 表示在 Δt 时间间隔内速度的平均变化率。若令 Δt 趋近于零，则M'点趋近于M点，v' 趋近于 v；而平均加速度趋近于某一极限值。这极限值叫做点在瞬时 t 的瞬时加速度（以下简称加速度），以 a 表示。则

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt} \tag{1-3}$$

可见，在直线运动中，点的加速度等于点的速度对于时间的一阶导数。将 $v=\frac{dx}{dt}$代入上式得

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=f''(t) \tag{1-3a}$$

因此，点的加速度又等于点的坐标对时间的二阶导数。

这样，只要知道了运动方程，求加速度的问题就归结为求已知函数 $x=f(t)$ 的二阶导数的问题了。

如果 $\frac{dv}{dt}$ 在某瞬时的值为正，表示 a 的方向与 x 轴正向相同；反之，如果 $\frac{dv}{dt}$ 在某瞬时的值为负，则表示 a 的方向与 x 轴正向相反。与速度的情况一样，在直线运动中，点的加速度也是一个代数量。但必须注意，加速度的方向并不代表点运动的方向，它可以与点的运动方向（即速度方向）相同，也可以相反。如果 v 与 a 同号，则速度的绝对值越来越大，此时点作加速运动；如果 v 与 a 异号，则速度的绝对值越来越小，此时点作减速运动。

加速度的国际制单位与工程制单位相同，是米每秒平方，其代号为 米/秒^2（m/s^2）。

根据前面所述，如果已知运动方程，求点的速度和加速度时，为求导数的问题；反之，如果知道速度或加速度，要求运动规律时，则只要将式（1-2）或式（1-3）积分即得。积分常数由运动初始条件决定。

4. 匀速直线运动与匀变速直线运动

（1）匀速直线运动

如果点的速度不变，即 v 为常量，这样的运动叫做点的匀速直线运动。由等式 $v=\frac{dx}{dt}$ 得

$$dx=vdt$$

设 $t=0$ 时，$x=x_0$；在任一瞬时 t，点的坐标是 x。将上式积分

$$\int_{x_0}^{x} dx=\int_0^t vdt$$

由于 v 为常量，得

$$x-x_0=vt$$

故 $$x=x_0+vt \tag{1-4}$$
上式即为匀速直线运动时点的运动方程。

(2) 匀变速直线运动

如果点的加速度不变，即 a 为常量，这样的运动叫做点的匀变速运动。由 等 式 $a=\frac{dv}{dt}$得

$$dv=adt \tag{a}$$

设 $t=0$ 时，$v=v_0$；在瞬时 t，点的速度为 v。将式(a)积分

$$\int_{v_0}^{v} dv=\int_0^t adt$$

由于 a 为常量，得

$$v=v_0+at \tag{b}$$

将 $v=\frac{dx}{dt}$代入式(b)可得

$$\frac{dx}{dt}=v_0+at$$

由此 $$dx=v_0dt+atdt \tag{c}$$

设 $t=0$ 时，$x=x_0$；在瞬时 t，点的坐标为 x。将式(c)积分

$$\int_{x_0}^{x} dx=\int_0^t v_0dt+\int_0^t at\,dt$$

得 $$x-x_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

即 $$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \tag{1-5}$$

上式是匀变速直线运动公式，只有 a 为常量时才适用。

例 1-1. 已知点沿直线运动，其运动方程为 $x=10-6t+t^2$ (t 以 s 计，x 以m计)；求 $t=2$s 时的速度和加速度。

解：因已知点的运动方程式为

$$x=10-6t+t^2$$

故根据式(1-2)和式(1-3)，即可求得点在任意瞬时的速度和加速度为

$$v=\frac{dx}{dt}=-6+2t$$

$$a=\frac{dv}{dt}=2$$

将 $t=2$s 代人上式得

$$v=-6+2\times2=-2\ \mathrm{m/s}$$

$$a=2\mathrm{m/s}=\text{常量}$$

由于 a 为常量，并且 v 与 a 异号，故知点在该瞬时作匀减速运动。

例 1-2. 图 1-3a 为偏心驱动油泵中的曲柄导杆机构。设曲柄 OA 长为 r，自水平位置开始以匀角速度 ω 转动，即 $\varphi=\omega t$。滑槽 K-K 与导杆 B-B 制成一体。曲柄端点 A 通过滑块在滑槽 K-K 中滑动，因而曲柄带动导杆 B-B 作上下直线运动。试求导杆的运动方程，速度和加速度。

解:

(1) 分析运动　因滑槽 K-K 与导杆 B-B 制成一体，且作直线平动，故滑槽中点M的运动即可代表导杆的运动。

(2) 列运动方程　取M点的直线轨迹为 x 轴，曲柄的转动中心 O 为坐标原点。根据图示的几何关系，M点的坐标为

$$x=OM=OA\sin\varphi=r\sin\varphi$$

将 $\varphi=\omega t$ 代人上式，得

$$x=r\sin\omega t \tag{a}$$

这就是M点的运动方程。它的位置 x 随时间成正弦规律变化，称为简谐运动。

有了点的运动方程式，即可求出点的速度和加速度。将式(a)对时间 t 求一阶导数和二阶导数，便得

$$v=\frac{dx}{dt}=r\omega\cos\omega t \tag{b}$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-r\omega^2\sin\omega t \tag{c}$$

由于 $x=r\sin\omega t$，所以M点的加速度又可以表示为

$$a=-\omega^2x \tag{d}$$

(3) 分析讨论　由式(a)、(b)、(c)，可知点M的坐标、速度和加速度是随时间变化的，用曲线表示如图 1-3b，分别叫做运动图、速度图和加速度图。从图中看到：M点将以 O 点为中心沿 x 轴在 r 和 $-r$ 间作周期性往复运动。

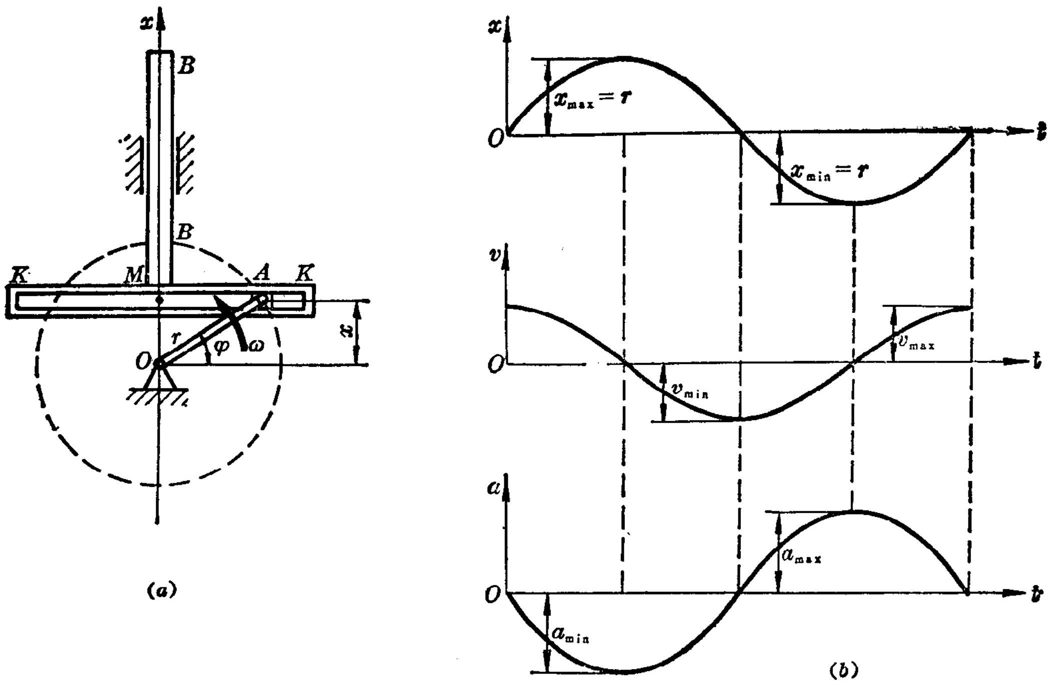

图 1-3

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com