经济数学

张良栋 张达扬 巫大威 编著

四川科学技术出版社

经 济 数 学

张良栋 张达扬 巫大威 编著

柴根象 审校

四川科学技术出版社

一九八五年·成都

责任编辑：黄光驌
封面设计：符宗荣
版面设计：吴向鸣

经 济 数 学

出版：	四川科学技术出版社
印刷：	三台县印刷厂
发行：	四川省新华书店
开本：	787×1092毫米 1/16
印张：	28
字数：	690千字
印数：	1—14,900
版次：	1985年8月第1版
印次：	1985年8月第1次印刷
书号：	4298·3
定价：	5.35元

前　　言

随着我国社会主义现代化建设的飞速发展，经济科学及管理科学中提出越来越多的利用数学方法解决的实际问题，逐渐形成一门新的学科—经济数学，它的内容非常丰富，应用极为广泛，例如投入产出综合平衡、最优化、统筹方法、经济预测等等。这门学科的形成，是我国经济科学和管理科学日益完善的一个重要标志。

本书着重介绍经济数学所需要的基本知识，既对经济管理工作中所必须掌握的数学基本理论和基础知识进行了比较全面系统的论述，又对实际经济工作中涉及到的许多数学问题（包括工业、农业、商业、财政、计划、统计、财务等）进行了分析解答，并力图写成一本入门教科书。除第一章预备知识外，后四章介绍微积分、线性代数、概率论及数理统计等四个专题。为便于读者理解和掌握，本书紧密联系有关的经济问题，配有大量的实例，每章并附有习题，希望读者通过反复练习巩固学到的知识。

本书可作为有关专业举办训练班及大专班之用，也可供广大经济管理干部、科技人员参考。

由于成书时间匆促，加之我们的水平有限，谬误及疏漏之处定当不少，恳切希望读者批评指正。

编著者

一九八五年三月十四日

目　　录

第一章　预 备 知 识

第一节　初 等 集 合 论

一、集　合

集合是现代数学中最基本、最重要的概念之一，掌握集合的有关知识，不仅有助于对经济数学许多概念的理解，而且也有利于将许多复杂的经济问题按各自合适的数学形式进行分析与处理。

（一）　集合的基本概念

1.集合　具有某种属性的一些对象的全体形成一个集合。

下面是一些集合的例子：

（1）某工厂生产的所有产品；

（2）一个班级的全体同学；

（3）某农机站所有的拖拉机；

（4）从1到30的整数。

集合使用大写字母A、B、C、……表示。例如，我们常用N表示全体自然数的集合，J表示全体整数的集合，R表示全体实数的集合。

集合里的每个成员叫做集合的元素，使用小写字母a、b、c……表示。

如果a是集合A的元素，就说a属于A，记为$a\in A$；如果a不是集合A的元素，就说a不属于A，记为$a\notin A$。前者如$3\in J$、$-2\in J$等；后者如$\frac{1}{4}\notin J$、$\sqrt{2}\notin J$等。

2.集合的特性

（1）元素的确定性　对于一个给定的集合，这个集合中的元素是确定的，也就是说，我们可以判断任何对象是不是这个集合的元素。例如，3、9、171都是自然数集合的元素，而$\frac{4}{5}$、$\sqrt{3}$就不是它的元素。

（2）元素的互异性　一个集合里的元素都是彼此不同的，也就是说，在一个集合里，元素不重复出现。例如，由数3、4、5、6、7组成的集合，可以写成{3、7、5、4、6}，但不可以写成{3、4、6、3、5、7}。

（3）元素的无序性　在一个集合里通常不考虑元素之间的顺序，也就是说，集合里的元素哪一个写在前，哪一个写在后是无关紧要的。

（二）　集合的表示法

1.列举法　把集合里的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法叫做列举法。例如，由数3、4、7、9组成的集合，可以表示为{3、4、7、9}或{7、4、3、9}等。

2.描述法　把集合里的元素的公共属性（或规律）描述出来，写在大括号内表示集合的方

法叫做描述法。

例如：由所有的直角三角形组成的集合可以表示为｛直角三角形｝；

由小于6的所有自然数组成的集合，可以表示为｛小于6的自然数｝；也可表示为$\{x|x\in N,\ x<6\}$。在这种表示法里，竖线前面的字母x表示集合中的元素，后面的不等式（或其他式子）表示集合中元素的特性（约束条件）。

两种表示法相比较，列举法的优点是直观性强，用列举法写出一个集合后，一眼就能看出集合中元素是哪些，给人以清晰的印象，但当集合中的元素无限多个时，要列举全部元素却不可能，只能用描述法表示较为简洁。

（三） 集合的类型

有限集：集合中所包含的元素的个数是有限个，称为有限集合。

只含有一个元素的集合，称为单元素集合。例如：$\{3\}$、$\{x|2x+3=7,\ x\in R\}$等。

不含有任何元素的集合，称为空集，记为ϕ。虽然很难设想这样一种集合，然而，如同零在数的运算中所起的作用，空集对集合运算来说也是不能缺少的。下面是空集的例子：｛掷一枚骰子，得出的点数是大于6的整数｝，｛内角和等于180^0的三角形｝。

空集ϕ不能与含有单个元素“0”的集合$\{0\}$相混淆。如下面的集合就不是空集：

$\{x|4^x=1\}=\{0\}$

无限集：集合中所包含的元素的个数是无限个，称为无限集合。例如：$\{x|x<5,\ x\in J\}$，$\{x|3<x<8,\ x\in R\}$等。

（四） 子集、真子集、集合的相等

子集：对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A就叫做集合B的子集，表示为$A\subset B$，或$B\supset A$，读作“A包含于B”或“B包含A”。

任何一个集合都是它本身的子集，即$A\subseteq A$。

规定空集是任何一个集合的子集，即$\phi\subseteq A$。理由如下：若空集不是某一集合A的子集，则它至少有一个不属于A的元素x（即$x\notin A$），这与空集不包含任何元素相矛盾，这就得出了空集是任何集合的子集的结论。

例1 设A＝｛x|x是≤100的整数｝

B＝｛x|x是≤50的整数｝

C＝｛x|x是≤720且能被4整除的整数｝

显然B是A的子集；又C不是A的子集，因为$720\in C$，但$720\notin A$。另一方面，A也不是C的子集，因为$37\in A$，但$37\notin C$。

真子集：如果A是B的子集，且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A就叫做集合B的真子集。

显然，空集ϕ是任何非空集合的真子集。

集合间的这种包含关系，常用示意图来表示（称文氏图），例如$A\subset B$可以用图1—1—1表示。

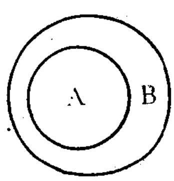

图 1—1—1

集合的相等：对于两个集合A、B，如果$A\subset B$，同时$B\subset A$，那么集合A和集合B就叫做相等，表示为$A=B$。读作“集合A等于集合B”。

例2 设$A=\{x|x$为大于1小于4的整数$\}$

$B=\{x|x$为小于5的质数$\}$

显然，A中只包含2、3两个数，B中也只包含2、3两个数，即$A=B$。

例3 设集合$A=\{0、1、2\}$、写出A的所有子集

解 A的所有子集是ϕ，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$

二、集合的运算

在研究集合与集合间的关系时，这些集合常常是某一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号I表示。也就是说，在某一特定研究中考察对象全体构成的集合，被称为该项研究的全集。

例如，若我们想研究某学校里女学生的一些特点，则该校的所有女学生就是全集；若我们研究的是学校里男女学生的一些特点，则该校的全部学生就是全集。这就是说，全集是相对的，是与研究的问题相联系的。

下面给出集合运算的定义，对所涉及的一切集合，假设已选定一个全集I。

1.补集 如果A是全集I中的一个子集，由全集I中不属于A的元素所组成的集合，叫做集合A在全集I中的补集。记作$\overline{A}$(读作A补)，即$\overline{A}=\{x|x\in I，且x\notin A\}$集合A在全集I中的补集用图1—1—2中阴影部分表示。

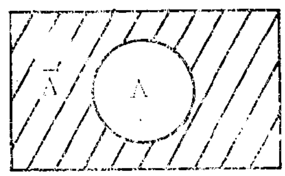

图 1—1—2

例4 若$I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,3,5,7\}$，求$\overline{A}$

解 $\overline{A}=\{2,4,6,8\}$

由定义知道一个集合的补集是相对于所选定的全集I而言的。

全集的补集，显然是空集。

$\overline{A}$的补集应是A，即$\overline{\overline{A}}=A$。

2.交集 由同时属于A和B的一切元素所组成的集合，叫做集合A与B的交集。记作$A\cap B$，(读作“A与B的交”)。A与B的交集可用图1—1—3中阴影部分表示。

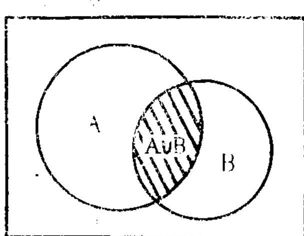

图 1—1—3

它的意义是：$A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\}$

对于任何集合A、B，有$A\cap B\subset A$和$A\cap B\subset B$。$A\cap A=A$，$A\cap\phi=\phi$，$A\cap\overline{A}=\phi$。

例5 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求$A\cap B$

解 $A\cap B=\{x|x>-2 \text{ 且 } x<3\}$

$=\{x|-2<x<3\}$

例6 若A是某厂厂党委成员的集合，而B是该厂厂务委员的集合，则$A\cap B$就是身兼上述二职的人的集合。

例7 令A是某城内年平均收入高于6000元的人的集合，而B是该城内年平均收入在3000元到5000元之间的人的集合，则$A\cap B$就是空集，因为不可能有人同时属于这两个集合。

若A与B之间有$A\cap B=\phi$的关系，就称A与B是互不相交的。

3.并集 由属于A或者属于B的一切元素所组成的集合叫做集合A与B的并集。记作$A\cup B$（读作"A与B的并"）。显然$w\in A\cup B$当且仅当w属于A，B之中至少一个。

A与B的并集可用图1—1—4或图1—1—5中阴影部分表示。

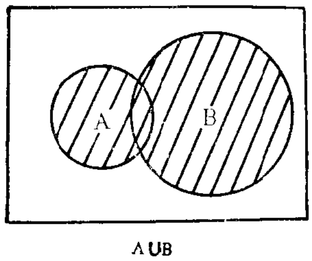

图 1—1—4

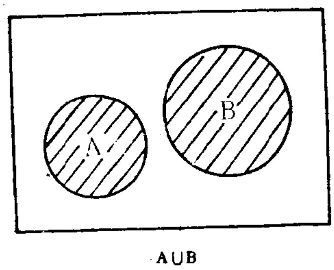

图 1—1—5

它的意义是：$A\cup B=\{x|x\in A \text{或} x\in B\}$

对于任何集合A、B、$A\cup A=A$，

$A\cup\phi=A$，　　$A\cup\overline{A}=I$。

$A\subset A\cup B$和$B\subset A\cup B$。

例8 设$A=\{x|-1<x<2\}$　　$B=\{x|1<x<3\}$，求$A\cup B$

解 $A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{x|1<x<3\}$

$=\{x|-1<x<3\}$

4.差集 由属于集合A但不属于集合B的元素所组成的集合，称为集合A与B的差集，记为$A-B$，或$A\setminus B$（读作A减B）。即$A-B=\{x|x\in A \text{并且} x\notin B\}$。

集合A和B的差集$A-B$用图1—1—6中阴影部分表示。

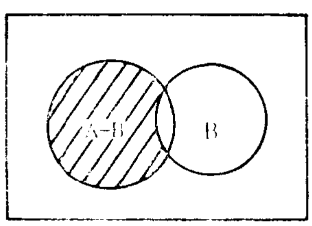

图 1—1—6

由补集定义可知$\overline{A}=I-A$（补集作为差集的一种特殊情况），且容易验证：对任何集合A，B，有$A-B=A\cap\overline{B}$

例9 某百货公司的两个门市部除去都供应普遍需要的550种商品之外，又各有特色。现知甲门市部经销900种商品，乙门市部经销750种商品，若令A＝{甲所经销商品的品种}

B＝{乙所经销商品的品种}

试叙述集合$A\cap B$，$A-B$，$B-A$的含意，并求这些集合的元素各有多少？

解 由交集及差集的定义，可得

$A\cap B$＝{甲、乙均经销的商品品种}

$A-B$＝{甲独自经销的特色商品品种}

$B-A$＝{乙独自经销的特色商品品种}

按题意，A、B包含的商品品种分别是900个和750个，而$A\cap B$包含的商品品种为550个。于是，$A-B$包含的元素的个数为

$$900-550=350$$

即甲门市部独自经销350种特色产品。类似地，$B-A$包含的元素的个数为

$$750-550=200$$

即乙门市部独自经销200种特色产品。

例10 设$A=\{a, b, c, d, e\}$

$B=\{a, c, e, f\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$，$A-B$，$B-A$

解 $A\cup B=\{a, b, c, d, e, f\}$

$A\cap B=\{a, c, e\}$

$A-B=\{b, d\}$

$B-A=\{f\}$

三、集合的运算法则

设A、B、C、I都表示集合，且I是全集，则A、B、C、I的并、交、补的运算满足下列运算法则：

1. 等幂律：$A\cap A=A$；$A\cup A=A$。
2. 同一律：$A\cap I=A$；$A\cup I=I$；

   $A\cup \phi=A$。
3. 互补律：$A\cup \overline{A}=I$；$A\cap\overline{A}=\phi$；

$\overline{I}=\phi$；　$\overline{\phi}=I$；　$\overline{\overline{A}}=A$。

4. 交换律：$A\cup B=B\cup A$；

   $A\cap B=B\cap A$。

以上四种运算律都可以按照有关集合的定义直接推得，也可以利用图形加以验证，请读者自行验证。

5.结合律：（1）$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；

（2）$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$。

证明：结合律（1）

（1）先证$(A\cup B)\cup C\subset A\cup(B\cup C)$

设任一$x\in(A\cup B)\cup C\Rightarrow x\in A\cup B$或

$x\in C\Rightarrow x\in A$或$x\in B$或$x\in C\Rightarrow$

$x\in A$或$x\in B\cup C\Rightarrow x\in A\cup(B\cup C)$

由子集的定义可知：

$(A\cup B)\cup C\subset A\cup(B\cup C)$

(2)再证$A\cup(B\cup C)\subset(A\cup B)\cup C$

设任－$x\in A\cup(B\cup C)\Rightarrow x\in A$或

$x\in B\cup C\Rightarrow x\in A$或$x\in B$或$x\in C\Rightarrow$

$x\in A\cup B$或$x\in C\Rightarrow x\in(A\cup B)\cup C$

由子集定义可知：

$A\cup(B\cup C)\subset(A\cup B)\cup C$

综合（1）与（2），由集合相等的定义可得：

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

结合律（2）请读者自己证明。

注：在集合论中，要证明两个集合A与B相等，应分两步：（1）先证$A\subset B$；（2）再证$B\subset A$，这样综合（1）与（2），根据集合相等的定义，即可得$A=B$。

6、分配律：

(1)$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(2)$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

证明：分配律（1）

（1）设任一$x\in A\cup(B\cap C)\Rightarrow x\in A$或

$x\in B\cap C$。这时只具有两种可能性

①$x\in A\Rightarrow x\in A\cup B$且$x\in A\cup C$

$\Rightarrow x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

②$x\in B\cap C\Rightarrow x\in B$且$x\in C\Rightarrow x\in A\cup B$且$x\in A\cup C\Rightarrow x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

这就证明了，若$x\in A\cup(B\cap C)$，必有$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

∴ $A\cup(B\cap C)\subset(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(2)设任一$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)\Rightarrow x\in A\cup B$且$x\in A\cup C\Rightarrow x\in A$或$x\in A\cap C$或$x\in A\cap B$或$x\in B\cap C\Rightarrow x\in A$或$x\in B\cap C\Rightarrow x\in A\cup B\cap C$

这就证明了，若$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$，必有

$x\in A\cup(B\cap C)$

∴ $(A\cup B)\cap(A\cup C)\subset A\cup(B\cap C)$

综合（1）与（2）知：

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

分配律（2），请读者自己证明。

7、反演律（德·摩根定律）：

（1） $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ 即

两个集合之交的补集是这两个集合补集的并。

（2） $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ 即

两个集合之并的补集是这两个集合补集的交。

证明：德·摩根定律（1）

设任一$x\in\overline{A\cap B}\Rightarrow x\notin A\cap B\Rightarrow x\notin A$或$x\notin B\Rightarrow x\in\overline{A}$或$x\in\overline{B}\Rightarrow x\in\overline{A}\cup\overline{B}$。

∴ $\overline{A \cap B} \subset \overline{A} \cup \overline{B}$。

（2）设任一 $x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A}$ 或 $x \in \overline{B} \Rightarrow x \notin A$ 或 $x \notin B \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow$ $x \in \overline{A \cap B}$。

∴ $\overline{A} \cup \overline{B} \subset \overline{A \cap B}$

综合（1）与（2）知：

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

德·摩根定律（2）请读者自己证明

四、集 合 的 应 用

（一） 将文字命题用集合符号表示：

例11 令A＝坐电车上班的人的集合，

B＝坐公共汽车上班的人的集合，

C＝参加体育锻炼的人的集合，

D＝参加业余进修的人的集合，

E＝看长篇小说的人的集合。

将下述语句用集合符号表示：

（1）坐电车上班且参加体育锻炼的人的集合。

（2）坐公共汽车上班且看长篇小说但不参加业余进修的人的集合。

（3）上班时要同时乘电车和公共汽车但不参加业余进修的人的集合。

（4）参加体育锻炼但不参加业余进修的人的集合。

（5）上班时坐公共汽车，而不坐电车。看小说又参加业余进修的人的集合。

解：（1） $A \cap C$， （2） $B \cap E \cap \overline{D}$，

（3） $A \cap B \cap \overline{D}$，（4） $C \cap \overline{D}$，

（5） $B \cap E \cap D \cap \overline{A}$。

（二） 集合中元素的个数

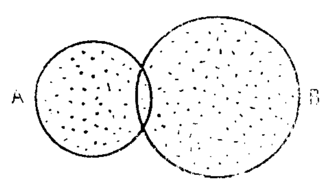

图 1—1—7

若用N（A）代表集合A中元素的个数，则从图1—1—7可看到，存在等式：

$N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$

在上面这个公式里所以要减去 $N(A \cap B)$，是因为在前二项的和 $N(A) + N(B)$ 中，$A \cap B$ 中的每一元素已被计算了二次。在三个集合A、B、C的情况下，$N(A \cup B \cup C)$ 有一个类似的公式 $N(A \cup B \cup C) = N(A) + N(B) + N(C) - N(A \cap B) - N(A \cap C) - N(B \cap C) + N(A \cap B \cap C)$。

例12 某城市有居民40000人，其中400人有电视机，10000人有自行车，300人同时拥有电视机和自行车。问该城市中这二种东西一件也没有的人有多少？

解 设A为拥有电视机的人的集合；

B为拥有自行车的人的集合；

$A\cap B$为同时拥有电视机和自行车的人的集合；

$A\cup B$为这两种东西中至少有一件的人的的集合。

由已知条件，$N(A)=400$(人)，$N(B)=10000$(人)，$N(A\cap B)=300$(人)，根据公式：

$$N(A\cup B)=N(A)+N(B)-N(A\cap B)$$
$$=400+10000-300=10100(\text{人})$$

$$\therefore\quad N(\overline{A\cup B})=40000-10100=29900(\text{人})$$

（三） 集合的划分

如果A_1，A_2，…，A_n诸集合之间是互不相交的，即对任何$i\neq j$，有$A_i\cap A_j=\phi$，而且有$A_1\cup A_2\cup\cdots\cdots\cup A_n=A$，则称它们是集合A的一个划分。

图1—1—8是$n=5$的情况，这里$A=A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4\cup A_5$，而且诸$A_i$互不相交，所以就说集合A划分为五个集合$A_1$，$A_2$，$A_3$，$A_4$，$A_5$。

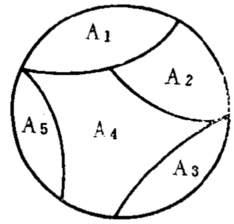

图 1—1—8

例13 设P是某厂所有产品的集合。将P按产品种类分类，可以得到P的一个划分，譬如说，显象管（P_1），日光灯管（P_2），碘钨灯（P_3），白炽灯（P_4）。于是$P=P_1\cup P_2\cup P_3\cup P_4$，而且它们是互不相交的。假设B是该厂产品中一级品的集合，则等式：

$$B=(P_1\cap B)\cup(P_2\cap B)\cup(P_3\cap B)\cup(P_4\cap B)$$

表明全部一级品的集合是一级显象管、一级日光灯、一级碘钨灯、一级白炽灯诸集合的并。

上例表明，如果A_1，A_2……，A_n是集合A的一个划分，则对A的任何子集B，有以下的表达式：

$$B=(A_1\cap B)\cup(A_2\cap B)\cup\cdots\cdots\cup(A_n\cap B)。$$

习 题 1——1

1. 分别写出下列集合中的所有元素：

（1） $\{x\mid x^4=16\}$

（2） $\{x\mid x\leqslant 28$，且x是形如$4n+1$的正整数，其中n是整数$\}$。

2. 学校里开运动会，A＝{参加百米赛跑的同学}，B＝{参加跳高的同学}，求$A\cap B$。

3. 设A＝{某公社的汽车}，B＝{某公社的拖拉机}，求$A\cup B$。

4. 设$I=\{a, b, c, d, e, f\}$，

$A=\{a, c, d\}$，$B=\{b, d, e\}$，求$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A\cap B}$。

5. 设$A=\{-3, 1, 2\}$，$B=\{-1, 0, 1\}$，

$c=\{-2, 0, 2\}$，

（1） 求$B\cup C$，再求$A\cap(B\cup C)$；

（2） 求$A\cap B$，$A\cap C$，再求$(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

（3） 由（1）和（2）可得什么结论？

6. 设$A=\{(x、y)\mid x+2y=3\}$，
$B=\{(x、y)\mid 4x+y=5\}$，求$A\cap B$。

7. 设$A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid 1<x<5\}$
求$A\cup B$。

8. 设$I=\{a, b, c\ d, e, f, g, h\}$，
$A=\{c, d, e, f\}$，　$B=\{e, f, g\}$，
求证：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$。

9. 令I＝某纺织工厂的产品，B＝一级品，C＝甲车间产品，
D＝棉纺品，　　E＝用新机器生产的产品。
将下述语句用集合符号表示：

（1） 有些一级棉纺品是用新机器生产的。

（2） 棉纺品既非甲车间生产，也不是用新机器生产。

（3） 所有甲车间的产品或者是棉纺品或者是用新机器生产的产品。

10. 对某地区居民的文娱生活进行了调查，得到了下述数据（单位为千人）：

经常听收音机节目的人数	37055
经常看电视节目的人数	29272
经常看电影的人数	52606
经常听收音机、看电视的人数	15078
经常听收音机、看电影的人数	27341
经常看电视、电影的人数	26272
经常听收音机、看电视、看电影的人数	9782

问：居民中至少参加一种娱乐活动的人有多少？

11. 某厂供销科接到一份调查报告，报告上说，在总数为1899人的对象中，使用该厂全部三种产品的有30人；757人使用产品A；574人使用产品B；472人使用产品C；132人使用产品A及B；155人使用产品A及C；47人使用产品B及C。该报告还说，不使用该厂产品的共398人。供销科长断定这份报告有差错，你是否同意？

12. 某车间生产的棒材有长度、直径和重量方面的质量要求，某日因质量不合格退回的产品共14根，造成不合格的原因分类如下：

不合格原因	重量	直径	长度
棒材数	7	5	8

又知有2根是重量和长度，1根是长度和直径，1根是重量和直径两方面不合格，还有一根是三方面均不合格，试作出相应的文氏图解，并求（1）只是重量不合格，（2）只是直径不合格，（3）只是长度不合格的棒材的根数。

13. 设有集合$A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$，试问：

（1）$A_1=\{1, 7, 2\}$，$A_2=\{4, 5\}$，$A_3=\{3, 6\}$，是A的一个划分吗？

（2）$A_1=\{1, 7, 2\}$，$A_2=\{4, 5\}$，$A_3=\{3, 6, 7\}$，是A的一个划分吗？

第二节 函 数

社会经济现象是普遍联系和相互依存的。从数量上研究社会经济现象之间的依存关系，反映出各种条件或原因对其变化的影响作用，对于加强企业管理，改进国民经济计划工作，推动社会主义建设事业的发展，都具有重要意义。

一个现象同其它现象之间的依存关系可分为函数关系和相关关系两种。函数是另一个极其重要的数学概念，它能够反映出事物之间的量的联系和变化规律。统计研究中常常应用函数的知识进行分析和预测。在经济管理中涉及的大量数量关系，都可用函数关系来表达。因此，经济工作者熟悉和掌握这个概念，是很重要的。

一、函 数 的 概 念

（一） 变 量 和 常 量

在经济活动分析中，我们常会遇到各种不同的量，如汽车的速度，商品的价格，工人的收入，劳动生产率等等。尽管这 量各自代表的意义不同，但在研究的过程中，就其变化状态来说，一般可分为两类：一类是在研究过程中不断变化的，即可取不同数值的量，叫做变量；另一类是在研究过程中相对不变的，即始终保持着同一数值的量，叫做常量。

例如，汽车在两站之间行驶，在这过程中，汽车离两站的距离，汽油的储存量就是变量，而乘客的数目，行李的重量就是常量。

又如在生产过程中，产品的产量及原材料的消耗量是变量，而在一定时期内，机床及工人数则是常量。

常量和变量不是绝对的，同一个量在某种条件下是变量，而在另一种条件下，则可能是常量。

例如，路程、速度及时间这三个量之间的关系是：

路程＝速度×时间

在这个式子中，如果速度一定（是常量），则时间与路程是变量。如果路程一定，则时间与速度是变量。

变量的性质和类型也是多种多样的。可从各个不同的角度来考虑，如从变量的变化状态和取值的范围来看，就有连续与不连续之分；有些变量在变化过程中是连续变化的，如利润、总产值、时间、路程等。而有些变量在变化过程中不是连续变化的，如产品的件数，只能取一件、两件……不能取$\frac{1}{3}$件等等。就变量的变化趋势来看，在同一变化过程中，有的变量是不断增大，有的却不断减小。如果我们能系统地研究变量的这些特点，找出它们相互联系的规律，就能利用这些规律去研究经济现象中的某些具体问题。

（二） 区 间、邻 域

在实际问题中，一个变量根据所研究问题的条件，一般地有着一定的变化范围，如果超出这个范围，就会使研究的问题失去意义。

表示一个变量的变化范围，除了用不等式表示外，还常用区间来表示。所谓区间，是指界于某两个实数之间的全体实数，而这两个实数叫做区间的端点。

1．记号（a、b）表示开区间，它是指满足不等式$a<x<b$的全体实数x。a，b本身不

属于开区间（a，b）。如图1－2－1所示（端点用“O”表示，两端点之间的线段稍画粗些）。

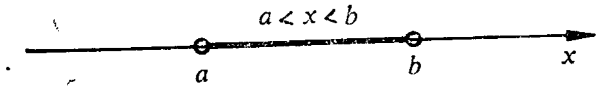

图 1—2—1

2． 记号〔a，b〕表示闭区间，它是指满足不等式a⩽x⩽b的全体实数x。a，b也属于闭区间〔a，b〕。如图1—2—2所示（端点用黑点表示）。

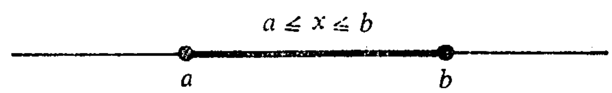

图 1—2—2

3． 记号（a，b〕或〔a，b）表示半开区间，它们分别指满足不等式

$a < x \leqslant b$ 或 $a \leqslant x < b$

的全体实数x，如图1—2—3、图1—2—4所示。

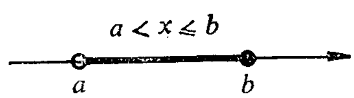

图 1—2—3

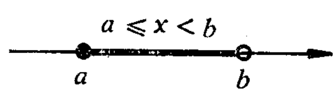

图 1—2—4

4． 如变量可取全体实数，即变量的取值范围是整个数轴，用记号（－∞，＋∞）表示，或用不等式－∞<x<＋∞表示。如图1—2—5所示。

图 1—2—5

把大于a的全体实数组成的区间，记作（a，＋∞）或记作a<x<＋∞，如图1—2—6所示。

把小于a的全体实数组成的区间，记着（－∞，a）或记作－∞<x<a，如图1—2—7所示。

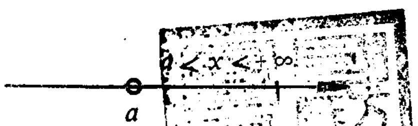

图 1—2—6

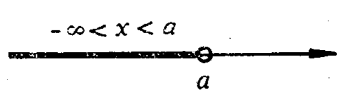

图 1—2—7

记号“＋∞”、“－∞”是[illegible]用的符号，不能作为数看待。

最后引入某点的“邻域”的概念。令σ为任意正数，a为某一实数，则满足不等式

$a - \sigma < x < a + \sigma$