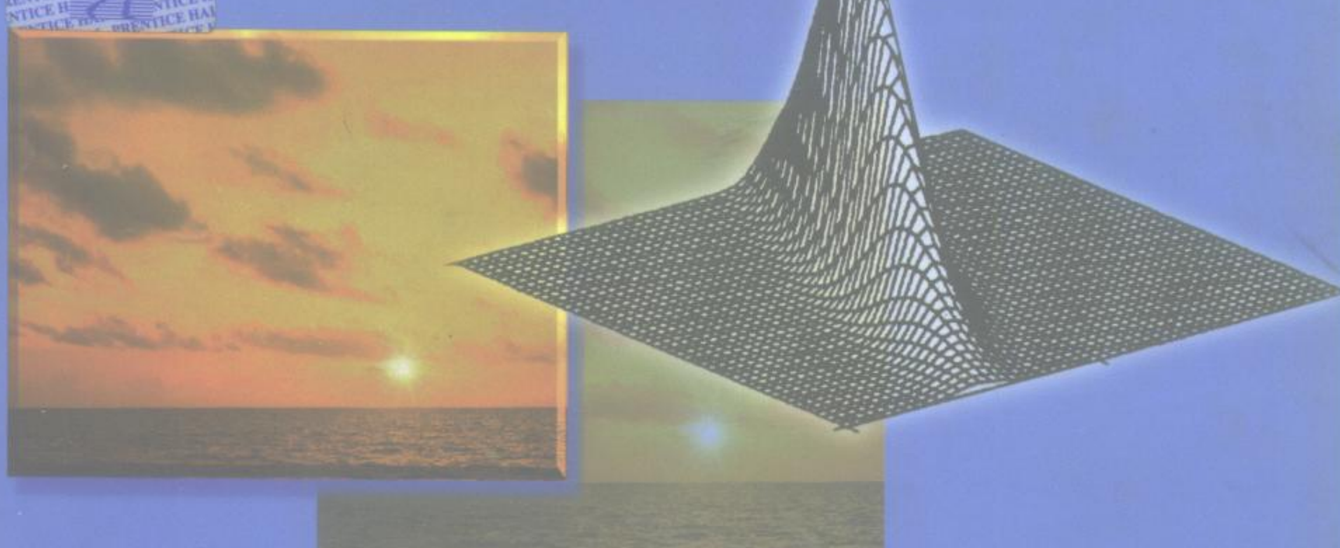
时-频分析：理论与应用

TIME-FREQUENCY ANALYSIS

〔美〕L·科恩 著 白居宪 译



西安交通大学出版社 PRENTICE HALL

时－频分析：理论与应用

〔美〕L.科恩 著
白居宪 译

西安交通大学出版社
PRENTICE HALL

内容简介

本书全面系统地阐述了时－频分析的理论与应用。全书共分19章，主要内容有：时间分析、频率分析、尺度分析、时间－带宽关系；瞬时频率；密度和局部量；短－时傅里叶变换；时－频分析；魏格纳分布；时－频表示；计算方法；综合问题；空间/空间－频率表示；时间尺度表示；算子；一般联合表示；随机信号和高阶时－频分布。每一个概念都有举例说明，而且还给出了这些方法如何推广到其它的变量，如尺度等。

本书的最大特点是：语言表达精炼，概念清晰易懂，理论与应用紧密相结合，是反映当今时－频分析这门涉及许多领域的新兴学科发展与研究水平的一部难得的佳作。

本书是作者为工作在声学、声纳、雷达、图象处理、生物医学和通信领域中的工程师、声学家、医学家，研究人员、数学家和物理学家而精心撰写的。当然，也可作为工作在上述各领域中的其它有关人员学习参考。

(陕)新登字007号

时－频分析：理论与应用

〔美〕L. 科恩　著

白居宪　译

责任编辑　吴寿锽

*

西安交通大学出版社出版发行

（西安市咸宁西路28号　邮政编码710049　电话：(029)3268316）

西安交通大学印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本：787×1092　1/16　印张：17.75　字数：417千字

1998年3月第1版　1998年3月第1次印刷

印数：1～5 000

ISBN7－5605－0958－4/TN·51　定价：30.00元

陕版出图字：25－1997－035号

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题，请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话：(029)3268357，3267874

译者序言

《时－频分析:理论与应用》是美国 Prentice Hall 出版社在 1995 年出版的一本详细而深刻阐述时－频分析的高水平著作,受到世界各国学者们的高度赞赏和评价。

本书的作者 L.科恩 1940 年 3 月 23 日出生在西班牙的巴塞罗那市。1962 年在美国纽约城市大学毕业,获得理学士学位,1966 年在美国纽黑文耶鲁大学获得物理学哲学博士学位。他现在是纽约城市大学亨特学院和研究生中心的物理学教授,美国国家物理学会会员。早在 10 年前,他就得到了 IBM T.J.沃森研究中心、新墨西哥州立大学高级研究中心和美国海军水下系统研究中心的客座研究职位。他的研究领域相当广泛,对天文学、量子力学、化学物理学、数值计算方法和信号分析都做出了重要的贡献。

时－频分析的任务是要描述信号的频谱含量怎样在时间上变化,研究并了解时变频谱在数学上和物理上是一个怎样的概念。最终的目的是要建立一种分布,以便能在时间和频率上同时表示信号的能量或者强度。为此,时－频分析必须回答如下的问题:满足我们对时变频谱直观理念的联合时－频分布是否存在?它们的解释能否作为真的密度或者分布?怎样才能构造这些函数?它们果真能表示时间和频率之间的关系吗?施加什么样的合理条件才能得到这些函数?希望它们存在,但它们并不是完全意义上的真正密度,那么怎样做才是最好的?是否有一种分布最好,或者说,对于不同的应用情况,是否有不同的分布?对于联合时－频分布有固有的限制吗?——这些就是时－频分析理论要研究、解决的问题。

在历史上,对时－频分析的研究开始于 20 世纪 40 年代。其中有许多著名的学者,特别是,伽波尔和维尔受到量子力学中类似研究的启发,他们把部分数学相似性引入时－频分析。伽波尔不仅发展了量子力学中相干状态的数学方法,而且还把解析信号的重要概念引入时－频分析。维尔推导得出魏格纳在 1932 年研究量子统计力学时所得的一种分布。他们的研究对时－频分析起了先驱作用。他们指出,经典傅里叶分析只能把信号分解成单个的频率分量,并建立起每一个分量的相对强度,但是,能量频谱并没有告诉我们那些频率在什么时候出现。而时－频分布则使我们能够知道在某一特定的时间和频率范围有多少能量,并能够计算在某一特定时间的频率分布,还能够计算这个分布的整体和局部的各矩,如平均频率及其局部扩展,等等。另外,如果我们能够有一种方法把联合时－频分布与信号联系起来,那么,这种方法就是按我们希望的特性构造信号的有力工具。具体做法是这样的:首先构造一个具有所希望

特性的联合时－频函数，然后得到产生那个分布的信号。也就是说，我们能够综合具有希望的时－频特征的信号。然而应该十分清楚：时－频分析有一些独特的特性，它将使问题变得具有多样性和挑战性，如不确定原理等。

所谓多样性和挑战性，包含数学和物理两个方面的原因。在数学上，有无数种联合时－频分布可以满足现在已经建立起来的一些分布的要求，但是不可能把它们都写出来，就连这无数种当中哪些是“正确的”也不易确定。数学作为一种工具可以指导我们约束什么是可能的，什么是不可能的，但它最终还是不能解决这个问题，回答科学问题的本质是什么，因为在许多情况下有关条件并没有唯一地规定这个问题。这个问题是一个科学、工程和要求达到特定目标的问题。两者的结合才是一个完整的理论，可惜的是目前的状况是我们还没有一个完整的理论。在物理上，要对物理思想和由来，动力、方法、理论基础和基本框架与论据加以明确的解释，说明什么是已知的，什么是未知的，什么是推测并受到我们知识的限制。作者热切地希望通过这本书能够把这些信息传递给读者——就像这个题目能以吸引他那样的魅力和雅兴来吸引读者，有更多的人投入到这个领域的研究中去！

值得庆幸的是，到现在为止，人们已经建立起来的许多思想和技术是有效的，可以使我们相当深入地了解信号的特性，在很大程度上满足了我们的要求，而且已经以巨大的成功应用于许多实际问题。作者坚信：“有人最终会得到正确的理论，无论什么时候出现，我们不必在数学上证明它的正确，这显然是正确的。”也就是说，事物总是可以认识的，自由王国终究会达到的！

这本书是作者为工作在声学、声纳、雷达、图象处理、生物医学和通信领域中的工程师、声学家、医学家、研究人员、数学家、物理学家和管理人员而精心撰写的，是一部不可多得的佳作。它的最大特点在于范围广泛，包括散布在整个专业文献中的经典内容和直到现在的许多最新的研究结果，当然也包括作者本人的研究结果，如科恩类等。它以简明扼要的语言表达、清晰易懂的理论分析和概念解释，使研究的基本思想和方法有机而系统地结合在一起，为研究频率含量随时间而变化的自然与人工信号，如：语言、声纳、雷达、光学图象、机械振动、声学信号、生物/生物医学和地球物理信号，提供了全面的理论分析和实际应用。书中还有很多研究应用实例图片可供参考。

本书的译稿由西安交通大学刘贵忠教授审阅，并请吴寿锽教授作责任编辑，我的读研究生的女儿白天琪抄写了全部译稿。译者在此表示衷心的感谢！

在翻译过程中，对于已发现的原书中的少数疏漏和排印错误都一一作了勘正，但限于译者的学识水平，加上时间仓促，错误和不妥之处，在所难免，恳望读者批评指正。

译者

1997年8月于西安交通大学

序言

变化着的频率是最基本的感觉之一，因为我们四周被变化着色彩的光，变化着音调的声音和许多在时间上周期变化的现象包围着。众所周知，日落时晚霞的美丽色彩和色彩的变化，格外引人注目。时－频分析的目的就是要描述信号的频率或者频谱含量怎样演变，并且研究所必需的物理和数学思想，以便了解什么是时变频谱。要在时间和频率上同时表示信号将是富于挑战性的，既有物理的又有数学的挑战，而且我希望本书能够传递像这个题目吸引我那样的魅力和雅兴给读者。

我的目的是要对这个领域的物理思想和由来，动力、方法、理论基础和基本框架与论据加以简单的解释说明。我已尽力企图明确地回答关于这些问题：什么是已知的、什么是未知的、什么是推测并受我们目前知识限制的。

如果我没有看到说明和介绍这些思想的一些简单的例子，我是永远不会理解或者无法学习的。自然地，我以为其他的人也像我一样。因此，只要有可能，我就举一些例子详细地说明每一个要点。

已经得出的许多基本思想和方法对那些缺乏这方面知识和经验的人来说是很容易理解的。本书是独立自足的自成体系。数学是初等的，最后几章可能有些例外。如今，人们有一种看法，应该从最“复杂”的数学开始使用，通常所说的原因是复杂的数学最终是要学习的。无论从计算的观点，还是从物理概念简明易懂的观点，我都已努力用最简单的数学来研究一切问题，而只有在确实需要时才使用复杂的方法，或者只有在有绝对的优点时才使用复杂的方法。

时－频分析跨越许多领域，包括：工程、物理、天文学、化学、地球物理学、生物学、医学和数学。我为使用最少的专业术语而努力，以便本书对广大的读者是自我完备的、可读懂的。

我对 C. 弗里什伯格(Frishberg)、P. 路林(Loughlin)、J. 皮顿(Pitton)和 T. 波斯奇(Posch)能阅读本书的原稿，并提出许多宝贵的建议表示衷心的致谢！

L. 科恩
纽约

简洁的符号表示

我们使用的主要符号表示惯例如下：

1. **积分**　无积分限的所有积分是指积分限从 $-\infty$ 到 ∞，即

$$\int = \int_{-\infty}^{\infty}$$

2. **傅里叶变换对**　我们使用 $s(t)$ 表示信号，而 $S(\omega)$ 是它的傅里叶变换，并对称地规范为：

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int s(t)e^{-j\omega t}dt \quad ; \quad s(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int S(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

对于其它的变量，由于在历史上已接受的惯例，关于因子 2π 有例外。我们一贯地使用角频率 ω。

3. **幅度和相位**　一个信号用它们各自的幅度和相位表示信号本身及其傅里叶变换常常是有利的。我们使用的符号是：

$$s(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad ; \quad S(\omega) = B(\omega)e^{j\psi(\omega)}$$

而分别使用 $\varphi(t)$ 和 $\psi(\omega)$ 表示"相位"和"频谱相位"；又分别使用 $A(t)$ 和 $B(\omega)$ 来表示"幅度"和"频谱幅度"。

4. **函数**　我们经常使用变量来表示一个函数。也就是，$f(x)$ 和 $f(y)$ 可以不必是相同的函数，函数的个体性是用变量 x 或者 y 表示的。在一些地方可能产生混淆，我们将使用不同的符号来强调其区别。

5. **平均值**　整体和条件平均值用下列的惯例表示：

$\langle w \rangle$　　　　即，平均体重

$\langle w \rangle_h$	即，给定身高的平均体重
$\sigma_w^2 = \langle w^2 \rangle - \langle w \rangle^2$	即，体重的标准偏差
$\sigma_{w\mid h}^2 = \langle w^2 \rangle_h - \langle w \rangle_h^2$	即，给定身高的体重的标准偏差

6. **算子**　用大写特体字母的符号表示算子。例如,频率算子W和时间算子T是：

$$\mathsf{W} = -\mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad ; \quad \mathsf{T} = \mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}$$

目 录

第1章

信号的时间和频率描述

1.1 引言

在这一章,我们将根据权威性论述的观点研究信号的时间和频率分析的基本思想,这些论述已经为联合时-频描述的需要播下了种子和动力。信号分析是对信号基本性质的研究和表征,事实上,在历史上就已经发现了许多基本信号,如电场,声波和电流。信号通常是一个多变量函数。例如,电场在空间和时间上的变化。我们主要强调的是时间的变化,尽管所研究的思想很容易扩展到空间和其它的变量,但在本书的以后部分我们还是强调时间的变化。

信号的时间变化是基本的,因为时间是基础。然而,如果我们想要深入地理解信号,那么研究信号的不同表示是有用的。从数学的观点来看,通过在函数的完备集中展开信号,就可以实现信号的不同表示,而且可以有无数种情况。一种特别表示的重要性就在于:用那种表示可以更好地理解信号的特征,因为这种表示是由实际上或者为对眼前情况重要的物理量来表示其特性的。除了时间之外,最重要的表示是频率。频率表示的数学方法是由傅里叶(Fourier)发明的,他的主要动力是要寻找支配热性能的方程。傅里叶的贡献是历史上的重大事件,因为他的确找到了支配热传导与扩散的基本方程,而且他还发明了处理不连续性(1807 年)的卓越的数学方法。他必须处理不连续性,因为这是关于热传导与扩散的最基本的问题之一,即,当热和冷的物体连接在一起时,温度的不连续性就会产生。傅里叶的思想是:不连续函数能够表示为连续函数之和。结果证明,傅里叶的这个思想是数学和科学[1]中的伟大发明之一,但从表面现象来看,就连那个时代的一些伟大的科学家,包括拉普拉斯(Laplace)和拉格朗日

[1]拉普拉斯和拉格朗日根本就没有为傅里叶的热理论而感到高兴。然而,他的思想在他活着的时候就被广泛地接受,他还接替了拉格朗日的主席职位。傅里叶严重地卷入了政治并因此使他波折迭起。曾经有一个时期,他陪同拿破仑到埃及,在那里他对建立研究古埃及文物学领域有重大影响。

(Lagrange),都毫不犹豫而直言不讳地指出:那是一种荒谬的思想。但是,频谱分析作为迄今所发现的最有力的科学方法之一的根据还是应归功于本生(Bunsen)和基尔霍夫(Kirchhoff)两人的贡献,时间大约在傅里叶提出他的思想(1807 年)之后 60 年,也就是在 1830 年他死后的 35 年。频谱分析的发现比傅里叶时代任何人的预见都重要得多,它是随着分光仪[2]的发明而产生的。根据这个发现:我们通过分析光谱就能够确定物质的性质;不同原子和分子的特征也可通过它们发射的光的频谱来鉴别。这就是现代频谱分析的应用。本生和基尔霍夫(大约在 1865 年)观察到,光谱可以用来对物质进行识别、检测和分类,因为它们对每一种物质都是唯一的。

这种思想随同其延伸到其它的波形,以及需要频谱分解的工具的发明,无疑被列为人类历史上最重要的发明之一。肯定有理由可以证明,分光仪及其变种仪器是迄今所发明的最重要的科学工具。频谱分析导致了自然界基本定律的发现,而且使我们能够了解地球上和远离地球以外以兆光年计的星球上的物质的构成和性质。从这个意义上讲,把频谱分析称作本生-基尔霍夫分析是恰当的。

1.2 信号的时间描述

基本物理量,如电磁场、压力和电压,随着时间而变化,这就是时间波形,即信号。我们用 $s(t)$来表示信号,在原理上,信号可以有任何函数形式,而且能够产生非常丰富而复杂的信号,如声波。幸亏,简单信号是存在的,因此有必要首先研究和表征这些信号,以便在着手处理更复杂信号之前建立起基本的理解。

最简单的随时间变化的信号是正弦波。它是许多基本方程的一种解,如麦克斯韦(Maxwell)方程,事实上是一般解。正弦波的特点是具有恒定幅度 a 和固定频率 ω_0,即

$$s(t) = a\cos\omega_0 t \tag{1.1}$$

我们说,这样的一个信号具有恒定幅度,并不意味着这个信号具有恒定值,但其振荡的最大值和最小值是恒定的。频率 ω_0 具有清晰的物理解释,即每单位时间内的振荡次数或者起伏次数。

人们希望推广正弦波的简单性,把一般信号能够写成形式为

$$s(t) = a(t)\cos\theta(t) \tag{1.2}$$

这里,幅度 $a(t)$和相位 $\theta(t)$都是任意的时间函数。为了强调它们随时间的一般变化,经常使用幅度调制和相位调制这两个术语,因为调制这个词意味着变化。

许多困难随之而产生,自然现象并没有为我们按照幅度和相位划分信号。自然现象只给了我们左边部分 $s(t)$。即使信号可以由人通过具有特定幅度和相位函数的方程(1.2)来产生,但特定的 $a(t)$和 $\theta(t)$并不特殊,因为产生同样的信号可供选择的不同的幅度和相位对有无数种情况。难道一对就是特殊的吗?

---

[2]分光仪是夫琅禾费(Fraunhofer)大约在 1815 年为测量玻璃的折射率而发明的。夫琅禾费是巨大望远镜的制造者之一,他认识到,精确地测定折射率对制造高质量光学仪器是至关重要的。为此,在使用分光仪时,他发现并把光谱线进行分类,这些线就称之为夫琅禾费谱线。但是,频谱分析作为鉴别元素和分子特征依据的全部含义还是在分光仪发明之后约 50 年由本生和基尔霍夫首先指出的。

还有,把信号写成复数形式常常是有利的,即

$$s(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} = s_r + js_i \tag{1.3}$$

今后我们将把实际信号看作是复信号的实部。怎样选择 $A(t)$和 $\varphi(t)$,或者怎样等效地选择虚部 s_i? 重要的是要认识到,实信号的相位与幅度一般和复信号的相位与幅度并不相同。我们通过在方程(1.2)和(1.3)中使用不同的相位与幅度符号来强调这一点。

怎样明确地定义幅度和相位,以及怎样定义对应于实信号的复信号将是下一章研究的题目。根据这一章研究的思想和数学方法,我们将会看到,为什么定义复信号是有利的,而且将为怎样实现它打下一个基础。在这一章,我们研究复信号,但对幅度和相位不作假定。

能量密度或者瞬时功率

信号有多少能量,特别是,消耗多少能量产生信号是一个重要问题。就电磁理论来说,电的能量密度是电场的绝对值平方,对磁场也是一样的。这是由坡印亭(Poynting)使用麦克斯韦方程得到的,所以称之为坡印亭定理。在电路中,能量密度正比于电压的平方。对于声波而言,它是压力的平方。因此,密度或者信号的强度一般地等于$|s(t)|^2$,也就是说,在一个小的时间间隔 Δt 内,要产生在那个时间内的信号,所消耗的能量就等于$|s(t)|^2\Delta t$。因为$|s(t)|^2$是每单位时间内的能量,所以可以近似地叫作能量密度或者瞬时功率,功率是每单位时间内做功的数量。因此

$|s(t)|^2$ =在时间 t,每单位时间内的能量或者强度

(能量密度或者瞬时功率)

$|s(t)|^2\Delta t$ = 在时间 t,在时间间隔 Δt 内的部分能量

信号分析已经扩展到许多不同类型的数据,包括经济和社会领域。就这些情况来说,我们能够有针对性地谈论每单位时间内的能量密度,并把$|s(t)|^2$ 取作它们的值,这肯定是不明显的。然而,这正是使用"类比"这个词的意义所在,这种类比是否恰当,要看结果是否富有成效。

总能量

如果$|s(t)|^2$ 是每单位时间内的能量,那么通过在整个时间范围内求和或者积分,就可得到总能量

$$E = \int |s(t)|^2 dt \tag{1.4}$$

对于有限能量的信号,在不失普遍性的情况下,就取总能量为 1,而许多信号总能量是无限的。例如,一个纯正弦波的总能量就是无限的,其合理性在于要不断地产生它,就必须不停地作功消耗能量。通常,这样的情况通过限制过程,可以毫不困难地进行处理。

时间波形的特征:平均值、平均时间和持续时间

如果我们把$|s(t)|^2$ 看作时间密度,那么平均时间就可按通常的方法来定义。任何平均值都可以定义为

$$\langle t \rangle = \int t |s(t)|^2 dt \tag{1.5}$$