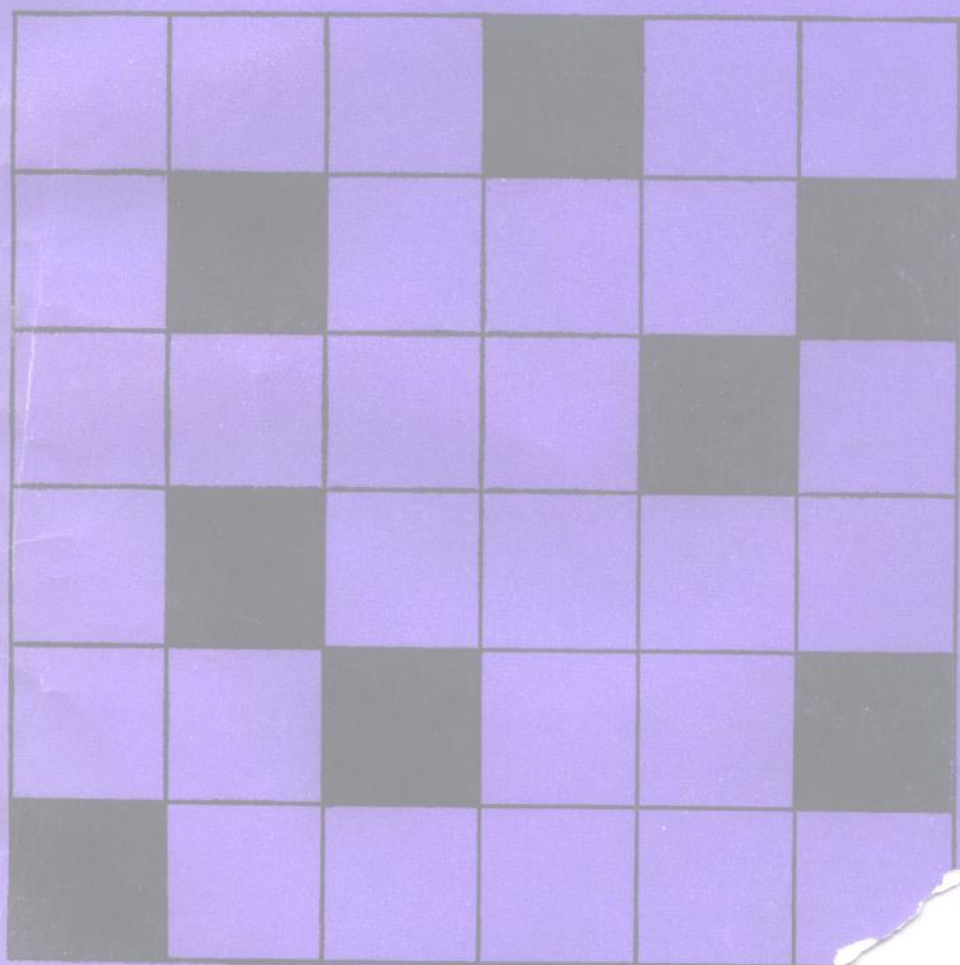


质量管理的数学方法

张是勉 编著 ● 中国科学技术大学出版社



114666

质量管理的数学方法

张是勉 编著

中国科学技术大学出版社

1991·合肥

内 容 简 介

本书讲述统计学及其它应用数学在质量管理中的应用,内容侧重于介绍质量管理的数学方法,面向实际应用,通过实例,使读者对书中提出的数学理论加深理解并在此基础上解决实际质量管理问题。

全书共分十章,主要内容包括:质量管理概述,统计的基本概念和各种概率分布,假设检验,抽样检验,管理图,方差分析,回归分析和可靠性工程中的系统可靠度分配、网络及复杂系统的可靠度计算等。

本书可供从事质量管理的人员和生产技术人员参考,也可作为大专院校有关专业的教学参考书。

质量管理的数学方法

张是勉 编著

*

中国科学技术大学出版社出版

(安徽省合肥市金寨路96号, 邮政编码:230026)

中国科学技术大学印刷厂印刷

安徽省新华书店发行

*

开本: 850×1168/32 印张: 9.75 字数: 253千

1991年8月第1版 1991年8月第1次印刷

印数: 1—2500册

ISBN 7-312-00295-1/C·7 定价: 3.30元

前 言

质量管理的发展过程，基本上可以分为三个阶段：质量检验阶段、统计质量管理(SQC)阶段和全面质量管理(TQC)阶段。目前，加强全面质量管理，提高企业素质，提高经济效益，对四个现代化建设具有重大意义。在改革、开放的形势下，要扩大国际市场，提高竞争能力，关键是提高技术水平，不断改进产品质量。世界各国在经济科学研究和实践中，其主要的趋势均朝向以提高质量来取得经济上的繁荣，一致公认质量管理必须构成一套完整、全面的管理体系。提高质量工作的地位，是推动经济发展的必由之路。在这种形势下，为了推动全面质量管理在各个部门深入地开展，加强对基层工人、技术人员乃至上层管理决策人员在质量管理理论和方法方面的教育和训练是至关重要的。

质量管理基本上是以统计学为基础的一门应用科学。由于质量管理科学的发展，它已不仅局限于统计学的应用。规划论、线性代数、信息论、反馈控制理论、网络理论等在质量管理和可靠性工程中也已得到广泛的应用，这必将促进质量管理科学的发展。此外，由于质量管理科学的发展，使得质量管理不仅解决工业系统的产品质量问题，而且也进入了第三产业，同时它也广泛渗透到社会学、经济学、生物医学、教育学和工程学各个领域。质量管理研究的对象有时是大规模、多变量的复杂系统。处理这些极其复杂的质量问题，除了统计学方法外，还需要应用多种学科的理论知识。同时，处理复杂的质量问题的浩繁程度是指数增加的，必须利用电子计算机进行各种数据的处理。由此可见，只有很好地掌握各有关学科的理论知识和技能，才能更好地开展质量管理工作。

为了适应上述要求，本书体现了3个特点，①侧重于介绍质量管理中的数学方法，运用除了统计学外的其它应用数学的理论和方法解决质量管理问题；②为了对复杂的问题取得科学的近似，采用建立数学模型的方法，借以描述研究对象并引导问题求解，这是一个简明便捷的方法。当然，这些数学方法只有和其它非数学的管理手段配合，才具有它的重要意义，因此必须防止一味沉溺到数学方法中去；③内容面向实际应用，在各章、节中均给出相应的实例。对书中所使用的数学定律和公式不作繁琐的证明和详尽的理论推导。本书还介绍一些从前其它同类书中没有介绍过的、更有效的新方法，提供给从事质量管理的研究人员与技术人员。

本书共分10章，第1章是质量管理概述；第2章到第4章介绍统计的基本概念和各种概率分布；第5章讨论假设检验；第6章介绍抽样检验；第7章讨论管理图的应用；第8章介绍方差分析；第9章讨论回归分析；第10章介绍工程可靠性问题。

由于作者水平有限，错误在所难免，敬希读者批评指正。

作者

1991年5月于中国科学技术大学

目 次

前言	(1)
第 1 章 质量管理概述	(1)
1.1 产品质量	(1)
1.2 质量管理的发展过程	(3)
1.3 产品质量的评价方法	(7)
1.4 质量管理的四个阶段	(9)
第 2 章 基本统计概念	(11)
2.1 概率	(11)
2.2 概率公理	(14)
2.3 概率的两个重要定理	(16)
2.4 贝耶斯定理	(22)
2.5 排列和组合	(24)
第 3 章 频数分布	(27)
3.1 数据的分类	(27)
3.2 频数分布形式	(29)
3.3 直方图	(35)
3.4 集中趋势的度量	(37)
3.5 离散度的度量	(40)
第 4 章 概率分布	(45)
4.1 引言	(45)
4.2 随机变量分布的特征值	(46)
4.3 离散变量的概率分布	(50)
4.4 连续变量的概率分布	(57)

4.5	随机变量的和、差、积及商的分布	(68)
第5章	假设检验	(71)
5.1	基本概念	(71)
5.2	两种类型的抽样错误	(72)
5.3	学生氏 t 分布	(77)
5.4	关于母体平均值的假设检验	(80)
5.5	关于两个子样平均值之差的假设检验	(84)
5.6	χ^2 分布	(91)
5.7	关于方差或标准偏差的假设检验	(94)
第6章	统计抽样检验	(98)
6.1	引言	(98)
6.2	计数型抽样检验	(99)
6.3	计量型抽样检验	(110)
第7章	管理图	(122)
7.1	管理图的基本概念	(122)
7.2	计量值管理图	(124)
7.3	计数值管理图	(150)
第8章	方差分析	(165)
8.1	引言	(165)
8.2	一个因素实验的方差分析	(166)
8.3	一个因素一个自由度的方差分析	(176)
8.4	两个因素实验对每一个因素组合 观测一次情况	(188)
8.5	两个因素实验对每一个因素组合 观测多次情况	(197)
第9章	回归分析	(206)
9.1	概述	(206)
9.2	两变量回归	(207)
9.3	多变量回归	(224)

第 10 章 可靠性工程	(236)
10.1 可靠度与分布函数.....	(236)
10.2 网络可靠度计算.....	(238)
10.3 可靠度分配.....	(246)
10.4 复杂系统的可靠度与有效度.....	(257)
附录 常用统计分布表	(277)
附表 1 普阿松分布表.....	(277)
附表 2 正态分布表.....	(285)
附表 3 正态分布的双侧分位数表.....	(288)
附表 4 指数函数表.....	(289)
附表 5 t 分布表.....	(291)
附表 6 χ^2 分布表.....	(293)
附表 7 F 分布表.....	(295)
主要参考文献	(304)

第 1 章 质量管理概述

1.1 产品质量

质量 (Quality) , 根据质量管理和质量保证国家标准 GB6583.1—86, 它被定义为产品、过程或服务满足规定或潜在要求 (或需要) 的特征和特性总和。

一般地说, 产品质量是指产品的使用价值和是否能够满足社会 and 消费者的要求及满足的程度如何, 也就是说, 产品的质量应该是物美价廉, 使消费者满意。这里满意是有前提条件的, 即一方面要在工厂现有生产水平和工程能力下能够进行生产; 另一方面还需要考虑消费者的经济状况和使用目的。在这些条件下, 生产出最优的产品, 但不一定最好。例如, 一种是性能非常好的价值 1000 元的高级照相机; 另一种是普通的可以使用的价值 100 元的照相机, 这两种照相机, 你喜欢购买哪一种呢? 又如一只高级的价值数百元的手表和一只普通可以使用的价值数十元的手表, 你喜欢买哪一种呢? 由这些例子可知, 对狭义的产品质量来说, 不管质量如何好, 如果价格太贵是不会有人买的。相反, 不管产品多么便宜, 如果产品质量太差, 如照相机只能照出模糊不清的图像, 或手表走得不准而且很容易坏, 也是不会有人买的。一般情况, 人们是根据自己的用途和经济收入多少来购买东西的。

因此, 产品质量是指产品满足使用要求所具备的固有特性。不同的产品特性决定了产品的不同用途。产品的固有特性是由若干反映这些产品质量的指标决定的。由于各种生产部门的观点不同, 对产品的质量有不同的理解。但一般来说, 产品质量应包括:

产品性能、产品可靠性、产品经济性、产品外观性等四个方面。

①产品性能 是指产品所具有的技术指标，例如，电子计算机的计算速度、存贮容量；雷达系统的工作频率；仪器仪表的精确度；飞机的飞行速度等。技术指标是产品的基本指标，如果产品达不到这些指标，那么其它质量特性也就无从谈起。

②产品可靠性 是指产品在规定时间内，在规定的条件下，完成规定的工作任务而不发生故障的概率。一般来说，它指的是精度保持性、零件耐用性、寿命、平均无故障工作时间、安全可靠性等。它是产品投入使用后，在使用过程中逐渐表现出来的一种性能，是产品质量的重要指标，例如，虽然产品的技术指标很先进，但是产品的可靠性很低，那么先进的技术指标也不能发挥作用。产品的可靠性与工作时间密切相关。一般地说，产品工作时间越长，可靠性越低；同时，产品的可靠性与规定的条件分不开。这些条件包括产品使用的环境条件和存贮条件。对于同样的产品，在实验室、野外、海上或空中等不同环境条件下使用，其可靠性会有很大的差别。

产品可靠性还与规定的技术性能有关，一个产品往往具有若干项技术性能，而完成不同技术性能的能力是不同的。我们可以把产品可靠性通俗地理解为产品经久耐用的能力，经久是对时间而言，耐用是对环境而言。产品可靠性的定量表示，就是完成规定性能的概率。例如，航空发动机工作 250 小时的可靠度为 0.98，这就是说，在 100 台这种型号的发动机中，在规定条件下，工作 250 小时，大约有 98 台能完成规定的技术性能。

③产品的经济性 是指产品的结构、重量、用料、成本以及产品使用时的动力、燃料等的消耗量。一般是用这些指标来衡量产品的经济效果。

④产品外观性 是指产品在使用中，对产品外形和表面质量的要求，例如，产品表面的不平度、光洁度、色彩、形状以及外观的艺术性等。

以上四个方面，大多数可以用确定的数量表示，根据不同产品有时需要侧重其中一项或几项指标。但是，有些产品质量特性是难以定量的。例如，操作轻便、美观大方等，这就要对产品进行综合的和个别的试验研究，确定某些技术参数来间接反映产品的质量特性，这称为代用质量特性。

在全面质量管理中，广义的质量还包括工作质量，例如，工厂的生产工作、技术工作和组织管理工作。工作质量对产品达到质量标准、减少不合格品数量起保证作用。然而，一般地说，工作质量是难以定量的，通常是通过产品质量的高低、不合格品率的多少来间接反映和定量。

产品质量与工作质量是既不相同而又密切联系的两个概念。产品质量取决于工作质量，它是工厂企业各部门，各环节工作质量的反映，工作质量是产品质量的保证。因此，在全面质量管理中，既要抓产品质量，也要抓工作质量，通过提高工作质量来保证和提高产品质量。区分产品质量和工作质量这两个概念的意义，对于我们不断改进工作，从而不断提高企业管理水平和产品质量水平很有帮助。

1.2 质量管理的发展过程

质量管理的概念是随着现代工业生产的发展而逐渐形成、发展和完善起来的。美国在 20 世纪初开始搞质量管理。日本在 50 年代开始引进美国的质量管理，并结合自己的国情，加以应用和发展。现在质量管理已经发展成为一门新兴的学科，建立起一整套质量管理的理论和方法。质量管理的发展，同生产和科学技术的发展，同管理科学化、现代化的发展是密切相关的。从工业发达国家解决产品质量问题所使用的技术和方法的发展过程来看，质量管理大体经历了三个发展阶段。

1.2.1 质量检验阶段

在 19 世纪,大多数工人自行对产品质量进行检验和管理。到了 20 世纪初,随着工业生产规模扩大,工厂制度产生之后,许多工厂设专人对产品质量进行检验和管理。1911 年泰勒 (F. W. Taylor) 根据 18 世纪末产业革命以来大工业生产的管理经验和实践,创立了科学管理的学说,出版了《科学管理原理》一书。他从组织和管理的角度研究如何提高劳动生产率。他主张计划必须与执行分开,因而需要有“专职检验”这一环节,以判别执行情况是否偏离计划,是否符合标准。由于生产规模的不断扩大,对零件互换性和标准化的要求越来越高,在这种背景下,出现了专职检验人员和部门。他们直属于厂长或经理领导,并负责全厂各部门产品或零部件的检验和管理工作。

在这一阶段,大体的做法是,设计人员只根据技术要求规定标准,很少考虑经济性,如原材料的节约,经济的加工精度,不合格品数量的多少;生产人员单纯按标准加工,很少考虑生产过程的稳定性和对生产进行控制的问题;检验人员单纯把关,逐个检验产品,很少考虑检验费用与质量保证问题。三个方面的人员缺少协调配合,管理的作用相当薄弱。那时所谓质量管理,实际上只不过是“事后检验”而已。他们工作只是挑出不合格品并对不合格品作统计。这样有两个问题是“事后检验”无法解决的:一是如何经济合理地确定质量标准,并事先在生产过程中预防不合格品的产生;二是在破坏性检验的情况下,如何了解和确定产品的质量以及如何减少检验费用。

1.2.2 统计质量管理(SQC)阶段

1924 年美国贝尔研究所的研究人员休哈特 (W. A. Shewhart) 运用数理统计的原理,提出了经济控制生产过程中产品质量的 $\pm 3\sigma$ 方法,在他的笔记本上第一次出现了管理图 (Control Chart) 这一名词。通过发展和完善,人们利用管理图来解决“事先在生产过程中预防不合格品的产生”这一问题。

1931年,休哈特出版了《工业产品质量的经济管理》一书,从而奠定了现代广泛使用的管理图法的基础。1929年,贝尔研究所的道奇(H.F.Dodge)和罗米格(H.G.Romig)发表了题为《挑选型抽样检验法》论文。其目的是解决在破坏性检验情况下,如何保证产品质量的问题。这是最早把数理统计方法引入质量管理领域的三位学者。但是,由于30年代欧美国家爆发的经济危机,这些科学方法未能在质量管理中发挥其应有作用。统计学方法在各工业部门的正式运用,是第二次世界大战前夕。当时美国生产民用产品的大批公司转为生产各种军需产品,这时面临的严重问题是,由于事先无法控制不合格品的数量而无法满足交货日期的要求;同时,还由于军需产品大多数属于破坏性产品检验,事后全数检验既不可能也不许可。美国国防部为了解决这一难题,特邀休哈特、道奇、罗米格等专家以及美国材料试验协会(ASTM)、美国标准协会(ASA)、美国机械工程师协会(ASME)等有关人员研究,并于1941—1942年先后制定和公布了《美国战时质量管理标准》,即Z1.1《质量管理指南》;Z1.2《数据分析用的管理图法》;Z1.3《生产中质量管理用的管理图法》。实践证明,统计质量管理方法是保证产品质量,预防不合格品产生的一种有效工具。

由于统计质量管理方法给美国公司带来巨额利润,所以美国战时生产军需产品的公司在战后转入生产民用产品后仍然乐意运用这一方法。其他公司看到采用此法有利可图,也相继采用。但是,在这一阶段,由于过分强调了数理统计方法,而对有关的组织管理工作有所放松和忽视,使得人们误认为质量管理就是数理统计方法,因而对质量管理产生一种“高不可攀、望而生畏”的感觉。这就影响了数理统计方法在质量管理中的运用和普及。

1.2.3 全面质量管理(TQC)阶段

50年代末60年代初,随着社会生产力的迅速发展,推动了质量管理理论和方法大大地向前发展。同时,国际经济出现了一

些新的情况，使质量管理的内容更加丰富了。例如：①工业产品更新换代日益频繁，对一些产品，特别是大型产品及复杂工程的安全性、可靠性的要求更高了，于是在产品质量中引进了“可靠性”、“安全性”的概念；②由于电子计算机在管理中的应用日益广泛，于是出现了“系统”的概念，如系统工程、系统分析。这就要求在质量管理中把质量问题作为一个统一的有机整体进行综合分析与研究；③国际市场由于竞争日益加剧，各种管理理论也应运而生，诸如《工业民主》、《参与管理》、《刺激规划》等新学说，相应地在质量管理中也出现了依靠工人“自我管理”的“无缺陷运动”、“质量管理小组活动”等；④世界各国广大消费者为了保护自己免受各种广告心理战的欺骗和获得物美价廉、安全可靠的产品，纷纷成立各种消费者组织，从而出现了所谓“保护消费者利益”的运动。他们设立专门的机构对用途相似的各种商品进行比较、试验，确定其质量水平的实际差别，公诸于众，以便帮助消费者识别产品质量，挑选能最大限度满足消费者需要的商品。同时，又迫使政府制定法律限制厂商制造有碍安全健康的劣质产品以及欺骗顾客的广告。美国质量管理专家朱兰（J. M. Juran）认为，保护消费者利益的运动是质量管理在理论与实践方面的一个重大发展。其具体表现，就是在质量管理中出现“质量保证”和“产品责任”这两个概念。

美国的费根堡姆（A. V. Feigenbaum）和朱兰正是在上述情况下，提出了“全面质量管理”的概念。他们提出全面质量管理的主要含义包括这样几个方面：①要生产出满足用户要求的产品，单纯依靠数理统计方法控制生产过程是很不够的，还需要有一系列的组织管理工作，数理统计方法只是其中的一种主要工具；②产品的质量有个形成和发展过程，其中包括市场调查、研制、设计、制定标准、制定生产计划、采购、配备设备和工艺装备、加工制造、工序控制、检验、测试、销售、售后服务等环节。这些环节一环扣一环，互相制约，相互促进，形成一个完整

体系。质量的形成、发展和完善过程的不断循环，促使产品质量螺旋式上升。全面质量管理就是要组织管理所有这些环节的活动，而不仅局限于加工制造活动；③产品质量还必须与经济性联系在一起，不考虑成本的产品质量是没有意义的。

1961年，美国正式出版了费根堡姆的《全面质量管理》一书。自从60年代费根堡姆和朱兰等人提出全面质量管理以来，经过二十多年来的实践，质量管理的理论和方法又有了新的发展。各国的质量保证体系也日臻完善。日本自从50年代引进美国的质量管理后，结合自己的国情，又有所创新，形成日本式的全面质量管理。

1.3 产品质量的评价方法

企业提高产品质量的根本目的是为了社会的需要，也就是说，只有满足使用要求并受到消费者欢迎的产品，才是质量好的产品。常常有这样的情况存在，产品虽然符合标准，可是消费者却不能放心使用，对质量不满意。例如，某造纸厂生产报刊用的卷筒纸，各项指标都符合标准，可是卷筒纸上了轮转印刷机后就经常发生断裂，而另外一种卷筒纸的某些特性虽然不符合标准，却不会断裂，消费者反而没有意见。一般地说，产品在使用中的确切要求，往往是难以得到的。例如，检验航空发动机的可靠性，我们主要依据地面试车的结果作出判断，然而，航空发动机实际工作环境是在空中，这与地面的环境条件有很大的差异。为了解决这类问题，就需要研究加速寿命试验或模拟试验条件和规定合理的抽样检验方案以及测量误差等。我们把这些要求反映在技术文件上就是质量标准。在制定标准时，由于种种条件的限制，必然会有一定的主观性和局限性，因而使质量标准不能完全反映产品在使用中所要求的质量。所以说满足质量标准的产品，不一定能满足使用要求的产品，两者之间的差异是衡量设计质量好坏的重要标志。

质量标准最好定量表示，然而，有些质量特性是很难测定的。例如，报刊卷筒纸的质量标准之一是印刷时不得断裂，但在轮转机上这一标准很难测定。又如，汽车的操纵性能、乘坐的舒适程度等也不使用数量表示。评价真正的产品质量特性应尽量采用能够测定的代用质量特性。如果不把质量特性定量化，那么质量标准就不明确，因此就需要尽可能地注意研究质量的定量测定方法。又如，对于产品的颜色、气味、声音等靠感觉器官判断的质量特性是不容易定量化的。但是，由于近来的物理、化学测定方法的成熟，标准试样的日益完备，使得本来不便于测定的一些质量特性，也成为可能。

对于质量特性的评价，除了定量测定方法之外，抽样方法也很重要。对于消费者来说，当然希望每一个产品的质量都是好的，但是，由于原材料、设备作业方法或工人技术水平等种种变化，不可能生产出完全相同的产品，产品质量不可避免地会有波动。在大量生产过程，不可能做到每一件产品都符合规格。因此，在测定产品质量时，也不能使用百分之百的全部检验方法，即使百分之百检验，也不可能一一检出有缺陷的产品，这是因为人力有限，难免遗漏。另外，当采用破坏性试验或检验时，当然也不可能破坏全部产品，即使能够做到对全部产品进行检验，这种做法也是非常不经济的。因此，对于产品通常采用抽样检验方法。

对于大批量生产的产品来说，不论是对生产者或是消费者，其最终目的并不是考虑每一个产品的质量，相比之下，考虑整批产品质量波动的情况更为重要。例如，生产电灯泡的寿命问题，如果有两批电灯泡，其中一批的寿命在100小时至2000小时范围内波动；另一批的寿命则在900小时至1100小时范围内波动。显然，一般消费者愿意买后一批灯泡。因为，灯泡寿命的波动性小，用起来放心。此外，从零件的互换性方面考虑，也需要关心整批零部件质量的波动性，只要零件尺寸的波动性小，才可能保证互换性。

以上所述的整批产品质量特性的波动性，在质量管理中，可

以用质量特性分布的方差或标准偏差以及极差来表示。所谓“统计质量”是考虑大批产品整体的质量分布。由于在生产过程中，影响产品质量的随机因素存在，不可能制造出完全没有离散的绝对相同的产品。这就要求在生产过程中，对影响产品质量的主要因素加以控制，才有可能将产品质量特性的离散度控制在一定的范围内。

1.4 质量管理的四个阶段

质量管理的四个阶段，即计划（Plan）、执行（Do）、检查（Check）和处理（Action）。按照这四个阶段进行工作简称为PDCA工作方法，它们的关系可以用图 1.1 加以说明。

第一阶段是计划阶段，包括方针、目标、活动计划，在这个阶段主要是要明确计划的目的性、必要性，在什么时间、地点下制定，由谁来完成，用什么方法来完成，制定有关的质量标准和技术标准等内容；第二阶段是执行阶段，即如何按计划规定的内容去做，具体地说，就是如何按质量标准和技术标准去组织生产，进行

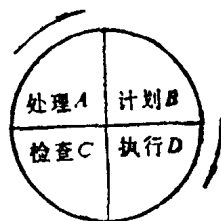


图 1.1 PDCA 循环

加工制造；第三阶段是检查阶段，对所做的工作进行检查，检查执行的情况和效果，找出成功的经验和存在的问题。第四阶段是处理阶段，把成功的经验加以肯定，形成标准，以后按这个标准去做；同时对存在问题加以总结并进行纠正，并避免重犯错误。处理阶段还应进行市场调查，包括听取用户的意见，用户对所销售的产品是否满意以及对产品要求等，根据调查结果，重新进行质量的改进，修订计划，改进设计以及修正质量标准和技术标准。然后接着进行下一个循环的生产活动。这种质量管理循环工