

动态系统 模型的建立和分析

〔美〕 C.M. 克洛斯 D.K. 弗雷德里克 著

机械工业出版社

动态系统模型的建立和分析

〔美〕 C. M. 克洛斯 D. K. 弗雷德里克 著

张惠侨 胡宗武 王焕勇 钟廷修 译

裴君培 校



机械工业出版社

内 容 简 介

本书是为工科大学各专业学生写的有关动态系统模型的建立和分析的教材。书中系统地介绍了动态系统数学模型建立和分析的方法。着重于介绍常用的状态变量方程和输入输出微分方程这两种数学模型,从时域和频域对系统响应进行分析。不仅介绍了解析解的方法,分析了解的各种组成部分;而且还介绍了用电子计算机进行数值解的一般方法。书中涉及了范围广泛的各种物理系统,有机械的、电气的、电气机械的、热力的、液力的系统,以及反馈系统等。

本书可供高等院校工科各专业学生作为教材或教学参考书,也可供机械、电气、控制、化工等工程领域中的科技人员参考。

MODELING AND ANALYSIS OF DYNAMIC SYSTEMS

Charles M. Close and Dean K. Frederick
Houghton Mifflin Company, 1978

* * *

动态系统模型的建立和分析

[美] C. M. 克洛斯 著
D. K. 弗雷德里克

张惠侨 胡宗武 译
王焕勇 钟廷修

裴君培 校

责任编辑 夏曼苹

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)
(北京市书刊出版业营业许可出字第 117 号)

京 安 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 · 各地新华书店经售

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ · 印张 $19^{1/8}$ · 字数 507 千字
1987 年 1 月北京第一版 · 1987 年 1 月北京第一次印刷
印数 0,001—2,550 · 定价 5.50 元

*

科技新书目: 136—113
统一书号: 15033 · 5681

0728/66

译者的话

生产实践和科学技术的飞速发展，要求人们对于研究对象的认识日益深刻。不仅要求对静态特性加以分析研究，而且更进一步要求从动态特性方面进行深入的分析研究。近十年来，由于电子计算机与数字技术，以及实验技术的迅速发展有力地推动了这方面的研究。大量的工程系统，生物医学系统，以至社会系统都可以看作为一个动态系统。这些系统就其各自的表现形式来说是千差万别的；但是作为动态系统来看，其特性存在着共同的规律，也就是说，对其动态特性都可以用数学模型来加以描述，进行分析。因此，如何为一个动态系统建立模型，并应用电子计算机来进行分析，便成了近代系统理论中一个重要课题，具有很大的实际意义。因而，动态系统分析受到了广泛的重视，许多高等院校和科研单位在理论和应用方面进行了大量工作，取得了许多成果，而且有不少高等院校在这方面相继开出了课程。

本书就是著者为大学工科学生编写的一本教材。在内容上做到深入浅出，层次分明。既详尽地阐述了广泛的物理概念；又系统地介绍了必要的数学基础。在建立模型的方法上着重于当前常用的两种形式——状态变量方程和输入输出微分方程。因此，在国外，不少高等院校都把它选作教材或教学参考书。虽然本书的范围只限研究集聚系统。但对从事于动态系统分析研究的人员来说，也不失为一本很好的基础参考书。同时，它也便于初次接触本学科的读者进行自学。

参加本书翻译的：第二、三、四章为胡宗武；第九章及附录为王焕勇；第十四、十五章为钟廷修，其余的为张惠侨。陕西机械学院裴君培对译稿进行了校订，谨此致谢。

1981年10月于上海交通大学。

前 言

本书打算作为动态系统的第一期课程，并能适用于工科各专业学生。在Rensselaer工业大学，曾用作二、三年级工科学生的一学期课程。虽然本课程所涉及的内容，对钻研其它领域的人来说，在动态系统方面只是提供一个概貌，但是这些内容却可以作为电路和电子学、化学过程控制、反馈系统、线性系统、车辆动力学和控制、核反应控制、生物控制系统、系统生理学和公用系统导论等后续课程的基础。因为本书所涉及的是关于状态变量，非线性模型线性化，响应的数值解，传递函数和反馈等方面的一般性课题，因而也可以给已经修完电路、机器动力学和化学过程动力学等方面课程的大学生作为一般的动态系统课程。本书的缘由概述于1.1节。

我们假定读者已经具备微积分和大学基础物理，其中包括动力学和电学等方面的知识。微分方程课程至少应该配合着进行。我们把数学水平维持在介乎数学书籍所要求的严格程度和权宜处理之间。这种权宜处理会使有辨别能力的学生引起矛盾，且常常导致一些以后又要抛弃掉的概念。例如在冲量是以符合于分布理论（广义函数论）的方式处理的，这样处理在掌握上并不见得比工程入门性书籍中所常用的方法更为困难。

本书的结构在目录中已经表明，而其范围和目标述于1.5节中。其特点如下：

1. 涉及的物理系统种类繁多。机械、电气、电气机械、热力和液压系统等方面的问题都有一章或一章以上的篇幅进行论述。每一类系统都是用它本身的基本定律和术语来描述并建立模型的。

2. 状态变量方程一开始就同比较常用的输入输出微分方程一起作了介绍。但是，我们在倒数第二章才介绍矩阵法。

3. 本书在比较前面的地方就采用变量增量求线性化模型的

IV

方法并且在以后几章内用到它。变量增量还应用于制订时变参数的线性系统模型。

4. 比同类书籍更注重于系统响应各个组成部分——包括零输入响应、零状态响应和模态函数——的含义。

5. 对于系统模型响应的数值解只介绍其方法，而不着重于某一特定的计算机语言。对非线性和线性化了的模型的响应作了数值上的比较，并且还涉及一些需要用程序计算器或数字计算机求解的问题。

6. Laplace 变换法的应用放在时域解和数值解的介绍以后。强调了像传递函数、极点和零点等概念跟时域解的频率响应之间的关系。

7. 最后一章提供了五个引自各种系统的实例分析，其中包括一个社会系统。

我们曾考虑过把离散时间系统包括在内，但是，后来打消了，因为这样做会使本书篇幅过于庞大。同样原因，我们也不讨论分布系统和随机系统。这些内容放在更高深的书内比较合适。

本书的主要内容可以在一学期的课程内学完，但是也可以作为一学年课程的基础。对于每学年四学期制的学校，本书的大部分内容可以在相继的两个学期内上完。第十、十一和十四至十八章中任何一章都可以按需要进行撤销或删除，对连贯性没影响。

原稿自 1973 年以来，曾以各种版本在 Rensselaer 为二千五百多位学生所使用。书内有 130 道例题和 420 道习题。有对每道习题都具解答的题解手册可资利用。

致 谢

(略)

C. M. 克洛斯
D. K. 弗雷德里克

目 录

前言

第一章 引言	1
1.1 缘由	1
1.2 动态系统分析	2
1.3 变量分类	3
1.4 系统分类	5
1.5 范围和任务	10
第二章 平动机械系统	12
2.1 变量	12
2.2 元件定律	15
2.3 互联定律	20
2.4 建立系统模型	23
习题	30
第三章 系统模型的标准形	39
3.1 状态变量方程	39
3.2 输入输出方程	52
习题	58
第四章 旋转机械系统	64
4.1 变量	64
4.2 元件定律	65
4.3 互联定律	71
4.4 建立系统模型	73
习题	90
第五章 化为定常线性模型的方法	98
5.1 元件定律的线性化	98
5.2 模型线性化	103
5.3 多变量非线性元件	113
5.4 线性时变元件	115

习题	117
第六章 模拟图	124
6.1 模拟图方块	124
6.2 状态变量模型的模拟图	127
6.3 定常线性输入输出模型	131
6.4 非标准形模型	140
习题	143
第七章 数值解	146
7.1 Euler 法	146
7.2 计算机运算程序	156
7.3 误差	164
7.4 其它积分法	167
习题	170
第八章 定常线性模型的解析解	173
8.1 微分方程的完全解	173
8.2 一阶系统	179
8.3 阶跃函数和冲量	185
8.4 二阶系统	195
8.5 三阶和高阶系统	203
习题	205
第九章 线性电路	210
9.1 变量	210
9.2 元件定律	212
9.3 互联定律	216
9.4 建立电路模型	221
9.5 电阻电路	226
9.6 具有固定输入的一阶电路	230
9.7 状态变量模型	236
习题	243
第十章 非线性电路	253
10.1 非线性电阻电路	254
10.2 三端点非线性元件	272

10.3 时变的和非线性的电容器和电感器	281
习题	287
第十一章 电气机械系统	299
11.1 电阻耦合	299
11.2 磁场耦合	303
11.3 磁场耦合的装置	307
11.4 电场耦合	319
习题	324
第十二章 Laplace 变换	333
12.1 函数的变换	333
12.2 变换的性质	338
12.3 反变换	346
12.4 求解响应	357
12.5 附加的变换性质	368
习题	376
第十三章 传递函数分析法	385
13.1 零输入响应	385
13.2 零状态响应	393
13.3 完全响应	400
13.4 对几种特殊输入的响应	404
习题	418
第十四章 热力系统	425
14.1 变量	425
14.2 元件定律	426
14.3 热力系统的动态模型	430
习题	444
第十五章 液力系统	450
15.1 变量	450
15.2 元件定律	451
15.3 液力系统的动态模型	459
习题	466
第十六章 反馈系统	472

16.1 基本方块图	472
16.2 反馈系统方块图	476
16.3 应用于控制系统	483
习题	492
第十七章 矩阵法	504
17.1 系统模型的矩阵式	504
17.2 求解零输入响应	510
17.3 求解零状态响应	520
17.4 求解完全响应	523
习题	525
第十八章 实例分析	530
18.1 测量加速度的装置	531
18.2 隧道二极管	538
18.3 速度控制系统	547
18.4 热力系统	553
18.5 社会系统	558
附录 A 单位	566
附录 B Laplace变换	568
附录 C 矩阵	570
附录 D 选读	577
参考文献	580
汉英名词术语对照	584

第一章 引言

本章内，我们叙述本书的缘由，定义几个全书通用的术语，并叙述系统的各种型式。在结束时，说明一下要研究的系统的各种型式，以及读者在学完本书后能够应用的方法概况。

1.1 缘 由

了解并确定物理系统动态响应的重要性早已为人们所承认。在工程教育中，习惯于把动态机械系统、电路理论、化学过程动力学以及其它方面分别设置课程。即使在这些课程内所讲授的许多方法有很多共同之处，但是它们只是对与专业训练有关的特定物理系统阐明如何建立模型、进行分析和设计的方法。这种方法很容易使学生造成误解，认为这些课程互相之间是彼此隔离的，很少有共同之处，因而使他们不愿把一门课程所学到的内容应用于别的场合。

把种类繁多的不同类型系统在一本入门性书籍内加以研究的另一个理由是，大多数实际关心的系统都包含着一种以上型式的组成部分。例如，在设计电子线路时，必须注意到机械结构以及所发出的热的消散。液压马达和气动控制器是不同型式元件有效组合的又一个例子。此外，本书所阐述的方法不仅可以应用于气动、声学以及别的传统领域，而且还可以用于完全不同的系统，例如社会、生理、经济和运输等系统。

由于工程师们对了解动态系统具有广泛的要求，还由于是一个共同的研究方法可用于这样的一些系统，而不管其物理来源如何，因此，把它们合并起来加以叙述就是有意义的了。本书既研究对一个物理系统进行数学描述的问题，也研究广泛使用的各种分析方法。

1.2 动态系统分析

既然在课本内“系统”这个词似乎是遇到最多的一个关键性名词，因而一开始就应当对它进行定义。**系统**是相互作用的元件的任一集合，这些元件变量间存在着因果关系。这个定义必须具有普遍性，因为它必须包含各式各样的系统。这个定义的重要特点在于它告诉我们：在对系统建立模型和分析时，必须考虑到变量间的相互作用，而不应该分别地处理单个元件。

我们致力于研究的是**动态系统**，其变量是随时间而变化的。几乎在我们的所有例子中，不仅激励和响应随时间而变；而且在任一瞬时，一个或几个变量导数还取决于该瞬时的系统变量值。系统响应除了与外部激励有关外，一般还与初始条件，例如与贮存的能量有关。

分析系统的过程要完成两项任务：对系统建立模型，求解出模型的响应。这两步合起来就叫做**系统分析**。

数学模型，简称**模型**，就是用方程对一个系统进行的描述。建立系统模型的基础是已知的系统元件和它们之间的相互联系要服从的物理定律（例如能量守恒和牛顿定律）。

求取要找到的模型型式取决于设计对象和分析工具。如果参数是用字母表示而不是用数字表示，并用笔算进行分析，那末需要的是相对简单的模型。为了简化，工程技术人员应该准备忽略一些在系统中不起主要作用的元件。

另一方面，如果用计算机来进行模拟具体的实例，其参数是用数字表示的，那末宜于采取一个复杂的数学模型，其中包含初级效应和次级效应的描述。重要之点在于，对于一个系统存在着各式各样可供采用的数学模型，而工程技术人员必须准备抉择适当型式和适当复杂程度的模型，以便尽可能符合于所研究的对象和所采用的手段。

用数学模型确定系统因果关系某些特性的过程叫做**求解模型**。例如，对于具体激励的响应可以要求其参数值在某个范围之

内，以此来选择这些参数的设计值。正如在建立模型的讨论中所指出的，这种情况包括简单模型的解析解和复杂模型的计算机解。

模型采用什么型式的方程，对其能否使用解析法有很大的影响。例如非线性微分方程很少能得到封闭形式的解，而偏微分方程的解远比常微分方程来得费劲。计算机可用于计算复杂模型在具体数字情况下的响应。但是，使用计算机求解复杂模型方面也不是无限制的。用于计算机分析的模型，在选定时应该考虑数值积分所用的近似方法，并且应该对于其值不确定的或易于变化的系统参数值应该不那么敏感。再者，单靠计算机求解也很难得到普遍解，而计算机求解是按具体的参数值、具体激励和具体初始条件进行运算的。

工程技术人员必须记住，用作分析的模型仅仅是系统的一种近似的数学描述，而不是物理系统本身。结论所依据的方程，在它推导过程中所用的种种假设和简化对实际系统可能适用，也可能不适用。遗憾的是，对实际系统描写得愈真实，要得到普遍结论就愈困难。

一种办法是先用一个简单模型来求解析结果，并进行设计，然后再用另一个模型由计算机模拟来核对设计。在系统非常复杂的情况下，把一些现成的硬件编入模拟加以利用是可行的，从而可以消除数学模型中的相应部分。

1.3 变 量 分 类

系统常用方块（习惯上称为“黑箱”或“黑盒”——“Black Box”）表示，如图 1.1 所示。系统可以具有几个输入或激励，这些都是时间函数。典型的输入为作用于质量上的力，作用于电路内的电压源，以及作用于充满液体容器的热源。在不是针对具体系统的一般讨论

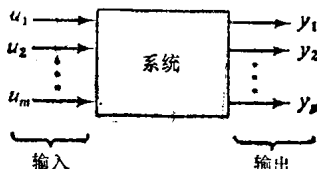


图1.1 系统的黑箱表示法

中, 我们用符号 $u_1(t)$, $u_2(t)$, $\dots$, $u_m(t)$ 代表 m 个输入, 用指向方块的箭头表示。

输出是要计算或测量得到的变量。典型的输出为质量的速度, 电阻两端的电压, 和液体流经管道的流体流速。在图 1.1 中 P 个输出用箭头从表示系统的方块上引出来表示。输出用符号 $y_1(t)$, $y_2(t)$, $\dots$, $y_p(t)$ 代表。输入和输出间存在着因果关系。为了计算所有 $t \geq t_0$ 时的任一个输出, 我们必须知道 $t \geq t_0$ 时的输入, 以及先前输入的累积效应。建立数学模型的方法之一是消去系统内部的其它变量, 求得输出和输入间直接联系的方程。如果我们只关心于输入输出关系, 把无关的变量消去, 看来似乎很吸引人, 然而从模型中去掉信息可能会失去有关系统行为的某些极其重要的方面。

制订模型的另一个方法是引进一组**状态变量**, 一般, 它和输出组不同, 但它可包括输出组中的一个或几个变量。状态变量必须这样选取, 要是已知任何参考时间 t_0 时的状态变量值, 已知 $t \geq t_0$ 时的输入, 就足以确定所有 $t \geq t_0$ 时的输出和状态变量。

附加条件是, 状态变量必须是独立的, 也就是不能把一个状态变量表达为另一些状态变量的代数函数。这个方法对于处理多输入多输出系统, 以及对于求得计算机解特别方便。图

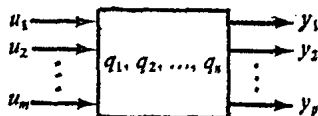


图1.2 输入、状态变量和输出的一般系统表示法

1.2 中系统的表示法, 修改为在方块内注明用符号 $q_1(t)$, $q_2(t)$, $\dots$, $q_n(t)$ 代表的状态变量。不管如何选择输出变量, 状态变量总是系统行为的重要特性。这时, 输出方程可以写成状态变量、输入和时间的代数函数。

需要为变量和参数指定单位时, 我们将采用国际单位制(the International System of Units, 缩写 SI, 它来源于法文 Systeme International d'Unit'es)。本书所使用的单位表列于附录 A。

1.4 系统分类

系统按其数学模型所使用的方程型式进行分类。如时变系数偏微分方程，常系数常微分方程，差分方程等。本节我们将定义和简要地讨论模型分类的方法，下一节我们指出本书讨论的范围。我们所用的分类列于表 1.1 中。

表1.1 系统分类的准则

准 则	分 类
按空间特征	集聚系统
按时间变量的连续性	分布系统
	连续系统
	离散时间系统
按因变量的整量化	混合系统
	非整量化系统
	整量化系统
按参数的变化	定常系统
	时变系统
按叠加性质	线性系统
	非线性系统

按空间特征分类

分布系统不能归结为有限个由其状态变量来定义的点。相反，**集聚系统**可以用有限个状态变量来描述。

为说明这两种型式的系统，试研究图 1.3(a) 中所示的挠性轴，它一端嵌入墙内，另一端作用一个转矩。轴表面某点处截面的扭转角取决于这一点至墙的距离和作用的转矩。因而，该轴从本质来说上是分布的，应该用偏微分方程作其模型。但是，如果我们只关心轴右端的扭转角，那末，我们就可以把轴的挠性考虑成一个弹簧常数为 K 的扭簧，其分布质量的效应可以用一个惯性矩 J 表示。作这些近似，就得到如图 1.3(b) 所示的集聚系统。它具有很重要的性质，其模型为一个常微分方程。因为解常微分方程比解偏微分方程更为方便，因而，如果采用现有方法能解出所得

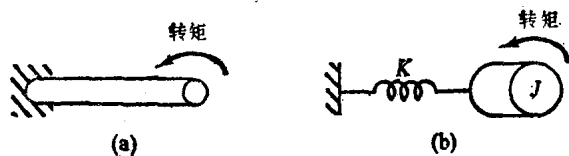


图1.3 扭转轴及其近似的集聚系统

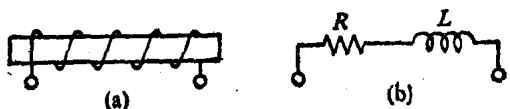


图1.4 电感器及其近似的集聚系统

到的模型，那末把分布系统化为近似的集聚系统往往是必不可少的。

分布系统的另一例子是电感器，它由绕在铁芯上的导线所构成，示于图 1.4 (a)。如果在线圈的两端作用一个电激励，则线圈各点都存在不同的电压值，这正是分布系统的性质。为了推导一个集聚电路，使其特性按其端点计算非常近似于分布器件的特性，我们可以把导线的电阻考虑成一个集聚电阻 R ，把它对磁场的电感效应考虑成一个电感 L 。由此得到集聚电路，示于图 1.4 (b)。注意到这两个例子中（虽然并不是在所有情况下），那两个化为集聚模型的元件并不对应着实际系统的各个物理部件。挠性轴的弹簧刚度和惯性矩并不能分离成两个物理部件，线圈的电阻和电感也不能进行分离。

按时间变量的连续性分类

动态系统分类的第二个基础为自变量时间。**连续系统**，其输入、状态变量和输出定义在某个时间连续范围内（虽然信号的波形可能有间断，从数学意义上说可能不是连续函数）。**离散时间系统**，其变量确定于各个不同的瞬时，而在这些瞬时之间，变量是不确定的，或是我们不关心的。连续系统由微分方程描述，而离散时间系统则由差分方程描述。

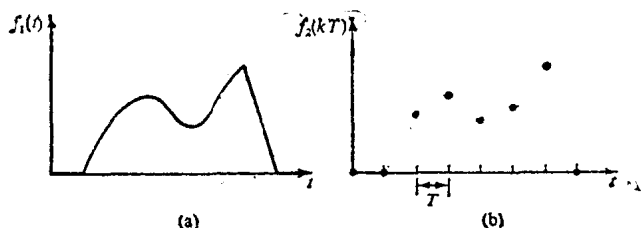


图1.5 采样变量

(a) 连续变量 (b) 离散时间变量

有关连续系统和离散时间系统的变量的例子示于图 1.5。事实上, 图 1.5(b) 上所示的离散时间变量 $f_2(kT)$ 是从连续变量 $f_1(t)$ 上按 T 个时间单位分隔的瞬时所取得的数列。因此, $f_2(kT) = f_1(t)|_{t=kT}$, 式中 k 取整数。实际上, 离散时间变量可以由持续时间非常短促 (远小于 T) 的脉冲组成, 或者由数字电路内存的数码组成。在这两种情况下, 变量用数列表示, 如图 1.5(b) 内的点所示。虽然常见的情况是, 它们的时间间隔是均匀的, 然而并非必需。

如果一个系统, 同时包含着离散时间子系统和连续时间子系统, 则称作**混合系统**。很多现代控制系统和现代通信系统都包含一个数字计算机作为子系统。在这种情况下, 这些与计算机有关的变量在时间上是离散的, 而系统内别的部分的变量是连续的。在这种系统内, 采样设备用于把连续变量改变成离散时间的形式, 而信号再现设备用于从离散时间变量产生连续变量。

按因变量的整量化分类

除了对自变量时间在数值上能加以限制外, 还可以把系统变量限制于某些不同的值。如果一个变量在某个有限范围内只能取有限个不同的值, 这个变量就叫做**整量化变量**。在某个连续范围内可以具有任何值的变量就是**非整量化变量**。整量化变量可以是本身所固有的, 也可以由非整量化变量的值加以舍入或截断于最靠近的整量化量级 (quantization level) 而形成。