

全国职业高中教学用书

数 学

第一册

教学参考书

全国职业高中数学教材编写组

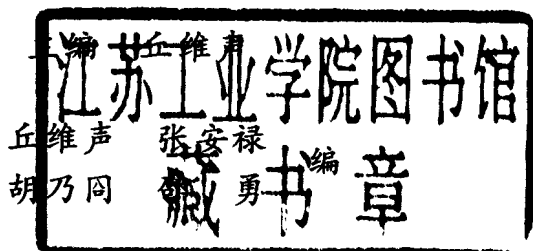


高等教育出版社

数 学

第一册

教 学 参 考 书



高 等 教 育 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

数学教学参考书 第1册/丘维声主编. -北京:高等教育出版社,1999(2000重印)
ISBN 7-04-006536-3

I. 数… II. 丘… III. 数学课-职业高中-教学参考资料
IV. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 07874 号

书 名 数学(第一册)教学参考书
作 者 全国职业高中数学教材编写组

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009
电 话 010-64054588 传 真 010-64014048
网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京印刷三厂

开 本 880×1230 1/32

印 张 12.75

字 数 337 000

版 次 1999 年 5 月第 1 版

印 次 2000 年 10 月第 2 次印刷

定 价 14.40 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

本书是为教育部职业技术教育司委托本书编写组编写的职业高中教材《数学(第一册)》写的教学参考书。内容包括每一章的教学要求,这一章内容的意义,本章内容的内在联系,重点,难点,学好本章的关键,教学时数的安排;每一小节的教材分析和教学建议,包括编写组编写教材的意图,以及用现代数学的观点对教材内容的分析;练习题和复习题的答案、提示或解答。

本书对中学数学的内容的实质和内在联系阐述透彻、准确,对于中学教师的数学素质的提高很有帮助。

本书既可供职业高中的数学教师使用,又可供普通高中的数学教师使用。

31670/57

前 言

本书是为教育部职业技术教育司委托我们编写的职业高中教材《数学(第一册)》写的教学参考书。内容包括每一章的教学要求,这一章内容的意义,本章内容的内在联系,重点,难点,学好本章的关键,教学时数安排;每一小节的教材分析和教学建议,包括我们编写教材的意图,以及用现代数学的观点对教材内容的分析;练习题和复习题的答案、提示或解答。本书供职业高中的数学教师使用。由于我们编写的数学教材也与普通高中的新的数学教学大纲的内容吻合,因此也可作为普通高中的数学教材,从而这本教学参考书也可供普通高中的数学教师使用,只是在每一章的教学要求上要有所提高。

我们认为,要想教好数学,必须明确高中学生学习数学的目的,必须对教学内容有透彻的理解,必须把教学看作一门艺术。我们写的这本教学参考书就是力图从这三方面能给高中数学教师有所帮助。

高中学生为什么要学习数学?首先是因为数学是科学和技术的基础,而且数学已经渗入到生命科学、社会科学和经济等领域中。因此不管学生高中毕业后是升入大学,还是从事各种岗位的工作,都需要具备一定的数学基础知识。其次通过学习数学能很好地培养分析问题的能力,提高人的素质。这是因为数学有独特的思维方式,那就是:从客观现实的现象中抓住其主要特征,抽象出概念,建立数学模型,然后通过逻辑推理,深刻地揭示其内在本质,从而使纷繁复杂的现象变得井然有序。如果我们在教学中能渗透数学的思维方式,那么就可以使学生逐渐地学会如何分析问题,抓住主要矛盾,严密地进行思考,通过逻辑推理,揭示事物的本质,使乱如一团麻的现象变得有条有理。这样做就使学生不仅学到了数学知识,而且增长了能力。我们在教学参考书中多次指出了我们编写的教材是如何渗透数学的思维方式的。

要想教好数学,一定要钻研教学内容,要努力看透教学内容的本质,以及各部分内容之间的内在联系,还要从现代数学的观点看中学数学的教学内容。如果没有看透所教内容的本质及其内在联系,就抓不

2 前 言

住重点,讲不清道理,分不清来龙去脉。如果不用现代数学的观点来看中学教学的内容,就弄不清楚哪些内容是重要的。例如,对于映射的概念,如果囿于传统数学的框架内,就会觉得有函数的概念就够了,不必讲映射的概念。而从现代数学的观点看,从信息时代的需要看,映射的概念是最基本、最有用的。时代在发展,我们要使自己的眼界开阔一点,对现代数学要有所了解,这样就能登高而望远。我们写的这本教学参考书尽可能地为教师提供这方面的帮助。我们对于各个章节讲清它们的本质和内在联系。我们在好几处写了如何从高观点来看中学教学内容,这些地方大都用楷体字排印,初看时可以跳过去,待有时间时再回过头来慢慢看。

教学是一门艺术。教学一定要从学生的实际出发,循循善诱使学生一步一步地掌握基础知识,提高分析问题的能力。我们在写教材时很注意这点,在写教学参考书时也充分重视了这点。

本书由丘维声任主编。参加本书编写工作的有:丘维声,张安禄,胡乃岡,邵勇。

本书可能会有考虑不周和疏漏之处,热诚欢迎读者批评指正。

丘维声

1998年12月于北京大学

目 录

第一章 集合与逻辑用语	(1)
I 教学要求.....	(1)
II 教材分析和教学建议.....	(2)
§ 1 集合	(4)
§ 2 逻辑用语.....	(10)
III 习题的答案、提示和解答.....	(23)
第二章 不等式	(32)
I 教学要求	(32)
II 教材分析和教学建议	(32)
§ 1 不等式的性质.....	(34)
§ 2 不等式的解法.....	(36)
§ 3 不等式的证明.....	(40)
§ 4 不等式的应用.....	(41)
III 习题的答案、提示和解答.....	(42)
第三章 函数	(55)
I 教学要求	(55)
II 教材分析和教学建议	(56)
§ 1 函数的概念和性质.....	(58)
§ 2 一元二次函数.....	(75)
§ 3 函数的实际应用.....	(79)
* § 4 一元多项式.....	(81)
III 习题的答案、提示和解答.....	(83)
第四章 指数函数与对数函数	(119)
I 教学要求.....	(119)
II 教材分析和教学建议.....	(120)
§ 1 指数概念的推广	(123)

2 目 录

§ 2 指数函数	(138)
§ 3 对数函数	(145)
§ 4 指数方程和对数方程	(153)
§ 5 指数函数与对数函数的应用	(155)
Ⅲ 习题的答案、提示和解答	(156)
第五章 三角函数	(167)
Ⅰ 教学要求	(167)
Ⅱ 教材分析和教学建议	(168)
§ 1 角的概念与角的度量	(172)
§ 2 三角函数的概念和三角函数值的计算	(177)
§ 3 三角函数的性质和图象	(188)
§ 4 已知三角函数值,在指定区间内求其对应的角	(207)
§ 5 两角和与差的三角函数	(213)
§ 6 三角函数的应用	(217)
§ 7 解三角形	(222)
Ⅲ 习题的答案、提示和解答	(226)
第六章 向量	(303)
Ⅰ 教学要求	(303)
Ⅱ 教材分析和教学建议	(304)
§ 1 向量的概念及其运算	(307)
§ 2 轴上向量的坐标	(312)
§ 3 平面向量的坐标	(313)
§ 4 向量的内积	(316)
§ 5 向量的应用	(319)
Ⅲ 习题的答案、提示和解答	(320)
*第七章 复数	(351)
Ⅰ 教学要求	(351)
Ⅱ 教材分析和教学建议	(351)
§ 1 复数的概念和运算	(354)
§ 2 复数的几何表示	(363)

§ 3 复数的三角形式	(365)
§ 4 复数的指数形式	(368)
§ 5 复数的应用	(370)
III 习题的答案、提示和解答	(375)

第一章 集合与逻辑用语

I 教学要求

A 要求:

(1) 了解集合的概念;会用符号表示元素与集合的关系;理解空集的概念.

(2) 理解表示集合的列举法和描述法.

(3) 理解子集的概念,了解集合的包含关系的概念,了解集合相等的概念.

(4) 理解交集、并集、全集和补集的概念,掌握集合的交、并、补的简单运算.

(5) 了解命题的概念;了解联结词“且”、“或”、“非”、“如果…那么…”的意义.

(6) 理解充分条件、必要条件、充分必要条件、等价的含义;理解推出和证明的含义.

(7) 了解用集合与逻辑用语表述数学命题的好处,使学生逐步养成用集合与逻辑用语表述数学命题的习惯.

B 要求:

(1) 理解集合的概念;掌握用符号表示元素与集合的关系;理解空集的概念.

(2) 掌握表示集合的列举法和描述法.

(3) 理解子集的概念,理解集合的包含关系的概念,理解集合相等

2 第一章 集合与逻辑用语

的概念.

(4) 理解交集、并集、全集和补集的概念,掌握集合的交、并、补运算.

(5) 了解命题的概念;理解联结词“且”、“或”、“非”、“如果…那么…”的意义.

(6) 理解充分条件、必要条件、充分必要条件、等价的含义;理解推出和证明的含义.

(7) 了解用集合与逻辑用语表述数学命题的好处,使学生逐步养成用集合与逻辑用语表述数学命题的习惯.

II 教材分析和教学建议

这一章介绍集合与逻辑用语,它们是数学中最常用的语言.学好这一章对于准确理解数学中各部分的内容的含义,对于简洁表述数学命题都有好处.也就是说,学好这一章可以提高学生的数学的阅读和写作能力.

集合是数学中最基本的概念.我们在研究问题时,经常要从整体上考虑所研究的对象,这时用集合这一概念来表达它是非常简洁方便的.本章关于集合这一部分的主要内容有:

- (1) 集合的概念;
- (2) 集合的表示方法:列举法和描述法;
- (3) 集合之间的关系:包含关系,子集,集合的相等;
- (4) 集合的运算:交、并、补.

重点是理解下列基本概念:集合,子集,集合相等,交集,并集,补集;会用列举法或描述法表示集合;会用符号表示元素与集合的关系,集合之间的关系.

在数学教材或数学文章中,经常遇到像“ $a=0$ 或 $b=0$ ”,“三角形 ABC 是等边三角形的充分必要条件为它的每一内角都是 60° ”这样的

句子. 它们的含义是什么? 为了准确理解这些句子的含义, 就需要学习逻辑用语. 本章关于逻辑用语这一部分的主要内容有:

- (1) 命题的概念;
- (2) 联结词“且”、“或”、“非”、“如果…那么…”的意义;
- (3) 充分条件、必要条件、充分必要条件、等价的意义.

重点是第(2)条和第(3)条.

本章是高中数学的开头一章, 一定要讲得通俗易懂, 让学生感到数学并不难学, 树立起信心. 为此我们在教材中尽量用学生熟悉的日常生活的例子或简单的数学例子来阐述各个概念, 例题和习题也都比较容易. 希望教师在教学中不要增加难度, 不要使用较难的数学例子; 要把精力集中于让学生理解基本概念, 不要分散精力去讲一些较难的例子. 这一章的考试题就按不加*号的例题和练习题的水平来出.

本章教学时间约需 15 课时, 具体分配如下(仅供参考):

1.1 集合与元素	约 1 课时
1.2 集合的表示法	约 1.5 课时
1.3 集合之间的关系	约 1 课时
1.4 交集	约 0.5 课时
1.5 并集	约 1 课时
1.6 补集	约 1 课时
集合部分的复习	约 1 课时
2.1 命题	约 1 课时
2.2 且	约 0.5 课时
2.3 或	约 0.5 课时
2.4 非	约 1 课时
2.5 如果…那么…	约 1.5 课时
2.6 等价	约 1 课时
2.7 四种命题	约 1 课时

2.8 集合与逻辑用语的联系

约 0.5 课时

小结和复习

约 1 课时

§ 1 集合

1.1 集合与元素

1. 我们在教材中从三个具体例子引出:“无论在日常生活中,还是数学中,常常要考虑由一些对象组成的整体,我们用集合这个词来表达它,即

集合是指由一些事物组成的整体,而这些事物中的每一个称为这个集合的一个元素。”

我们用“集合是指由一些事物组成的整体”来描述集合这个概念是确切的,并且是通俗易懂的.

在教学中可以让学生举出一些集合的例子,并且指出该集合的元素是什么?通过这些例子让学生理解集合的概念.

2. 对于集合的概念,还要注意以下三点:

(1) 组成集合的事物都是确定的. 即,对于一个集合 A 来说,哪个事物是 A 的元素,哪个事物不是 A 的元素,都是明确的.

(2) 由一些事物组成集合时,每一事物只出现一次,不要重复出现. 这是约定(或者说规定). 这种约定反映了客观实际的大多数情形,譬如,高一(1)班的花名册上每位同学的名字只出现一次. 当然在某些问题中也会遇到一个事物重复出现的情形,例如,一元二次方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根是 1, 1. 这里 1 出现了两次. 这时由 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根组成的整体不叫集合,而是叫做有重集合. 在中学阶段,不讨论有重集合,只讨论集合. 集合中的每个元素是只出现一次的,这个约定要让学生记住.

(3) 由于集合是由一些事物组成的整体,因此不去考虑这些事物的排列次序. 例如,由 1, 2, 3 组成的集合与由 2, 1, 3 组成的集合是同一

个集合.

以上三点可以简述为:集合中元素的**确定性**,**无重性**(或**互异性**),**无序性**.

3. 在传统的中、小学数学教材中,自然数集 N 不包含 0. 近两年,国家颁布的出版标准(简称“国标”)中,规定自然数集 N 包含 0. 因此本教材中的自然数集 N 是指非负整数集. 而正整数集用 N^* 表示.

4. 本教材中,把正实数集用 R^+ 表示,非负实数集用 R_+ 表示,非零实数集用 R^* 表示.

5. 要让学生会用符号表示元素与集合的关系. 本小节的思考题的答案是:

$$15 \in N; \quad -7 \notin N; \quad -10.5 \in Q;$$

$$\sqrt{2} \notin Q; \quad \frac{1}{2} \in Z; \quad \pi \in R.$$

6. **空集** $\emptyset$ 是指不含任何元素的集合. 引进空集概念的目的是为了讨论问题的方便,例如,这使我们可以讨论任意两个集合的交集.

1.2 集合的表示法

1. 我们在教材中不是硬性给出集合的表示方法有列举法和描述法两种,而是一开始提出问题:“如何把一个集合简明扼要地表示出来呢?”引发学生思考. 接着指出:“容易想到的方法是,把一个集合的元素一一写出来,并且把它们放在一个括号内,这种表示集合的方法叫做**列举法**. 加大括号的理由是因为集合是指由这些元素组成的整体.”建议教师在讲课中尽可能提出问题,引发学生思考,自然而然地引出所要讲的概念或方法;并且多讲一点道理,让学生知道为什么要那样做.

2. 在用列举法表示一个集合时,要注意两点:

(1) 每个元素只写一次,不要重复写;

(2) 元素的次序可以随便排,例如, $\{a, b, c\}$ 与 $\{b, a, c\}$ 表示同一

个集合.

3. 由一个元素 a 组成的集合用 $\{a\}$ 表示. 注意 a 与 $\{a\}$ 的区别: $\{a\}$ 是指一个集合, a 是集合的一个元素. 它们之间的关系为: $a \in \{a\}$.

4. 有的集合含元素较多, 甚至可能是无限集, 如果它包含的元素有明显的规律, 那么用列举法表示这个集合时, 可以只写出几个元素作为代表, 其余元素用省略号表示. 例如, 所有偶数组成的集合可以用列举法表示成

$$\{\cdots -4, -2, 0, 2, 4, 6, \cdots\}$$

5. 列举法表示集合的好处是一目了然, 但是有些集合无法用列举法表示. 例如, 由大于 -2 的一切实数组成的集合, 我们无法把它的元素一一写出来. 怎样简明扼要地表示这个集合呢? 我们先抓住这个集合的元素具有的特征: 它们是实数, 并且大于 -2 . 于是我们可以用一个字母, 譬如用 x 表示这个集合的代表元素, 再画一条竖线, 在竖线右边写上这个集合的元素的特征性质, 最后把它们放在一个大括号内:

$$\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x > -2\}$$

像上述例子那样表示集合的方法叫做**描述法**, 即先写上这个集合的一个代表元素(通常用一个字母表示), 再画一条竖线, 在竖线右边写上这个集合的元素的特征性质, 最后把它们放在一个大括号内.

建议教师按照上面这两段话(也就是教材中写的两段话)引出表示集合的描述法. 这样引出描述法比较自然. 这样讲描述法比较通俗易懂, 而且是确切的.

6. 一个集合中元素的**特征性质**是指: 这个集合中元素的共同性质, 并且不是这个集合的元素就不具有这样的性质. 例如, 由大于 -2 的一切实数组成的集合 A 中元素的特征性质是: $x \in \mathbf{R}$ 且 $x > -2$. 这是 A 中元素的共同性质, 并且不是 A 的元素就不具有这样的性质. 例如, $-5 \notin A$, -5 就不具有上述性质, 这是因为 $-5 < -2$.

有的教材在讲描述法时说: “在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性”. 这样讲是不确切的. 这相当于只讲了特征性质的前半部分,

而没有提及特征性质的后半部分. 由于集合中元素的确定性, 在用描述法表示集合时, 竖线右边写的性质应当是: 这个集合的元素都具有这样的性质, 不是这个集合的元素不具有这样的性质.

7. 描述法是表示集合最常用的方法. 要让学生会用描述法表示一些简单的集合. 例如, 由大于 -3 的一切整数组成的集合可以表示成

$$\{n \mid n \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x > -3\}$$

还要让学生会从描述法表示的集合中说出这个集合是由哪些元素组成的. 例如, 集合

$$\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x < 5\}$$

是由小于 5 的一切实数组成的.

8. 在用描述法表示集合时, “ $x \in \mathbf{R}$ ” 可以略去不写. 例如, 集合

$$\{x \mid x < 5\}$$

是由小于 5 的一切实数组成的.

注意: $x \in \mathbf{Q}$, 或 $x \in \mathbf{Z}$ 不能略去不写.

9. 一个整数如果是 2 的倍数, 就称它为偶数. 因此偶数的特征性质是: 它可以写成 2 的整数倍. 从而所有偶数组成的集合可以表示成

$$\{n \mid n = 2m, m \in \mathbf{Z}\}$$

10. 在用描述法表示集合时, 为了简便和醒目, 可以在大括号内竖线左边写出该集合的代表元素的一般形式, 在竖线右边指出一般形式中出现的字母的取值范围. 例如, 偶数的一般形式是 $2m$, 其中 $m \in \mathbf{Z}$. 因此, 所有偶数组成的集合也可以表示成

$$\{2m \mid m \in \mathbf{Z}\}$$

传统的中学数学教材没有讲这种表示集合的方法. 然而现代数学文献则常用这种方法表示集合. 由此也说明, 应当用现代的观点指导中学数学的教学改革, 否则中学数学的有些内容就不能适应时代的要求.

11. 有时为了简便, 还可以在大括号内直接写出集合中元素的名称来表示集合. 例如, 由高一(1)班的所有学生组成的集合可以表示成

$$\{\text{高一(1)班的学生}\}$$

1.3 集合之间的关系

1. 这一小节是讨论集合之间的关系.

首先通过学生熟悉的生活中的例子自然地引出子集的概念(见教材),同时也就给出了集合之间包含关系的概念.要让学生知道:“集合 A 是集合 B 的子集”与“ A 包含于 B (记作 $A \subseteq B$)”是同一个意思.

应当注意并不是任何两个集合都存在包含关系.例如,设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, 那么 A 不包含于 B , B 也不包含于 A .这段话 B 要求才讲.

2. 要让学生理解子集的概念:如果集合 A 的每一个元素都属于集合 B ,那么 A 叫做 B 的子集.

在讲例子“设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 A 是 B 的子集”时,最好让学生说出:因为 A 中元素 $1, 2$ 都属于 B , 所以 A 是 B 的子集.这样做可以训练学生运用概念去做题的能力,同时也加深了对子集概念的理解.

在讲“任何一个集合都是它本身的子集”时,最好也让学生说出理由:因为集合 A 中每个元素都属于 A , 所以 A 是 A 的子集.

3. “空集是任何集合的子集”,这是规定.作出这样的规定是合理的,因为事实上我们可以证明:空集是任何集合的子集.我们在本章2.5的第4点里将写出这个证明.这是为教师写的,不用给学生讲.对学生只要讲这是规定,并且这样规定是合理的.

4. 根据“国标”规定,集合 A 是集合 B 的真子集记作 $A \subsetneq B$.

5. 教材第8页用楷体字排印的内容(即关于包含关系的传递性)不仅 A 要求不要讲, B 要求也可以不讲.

6. 集合相等的定义是:如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 那么称集合 A 与 B 相等.

根据上述定义,如果两个集合的元素完全相同,那么这两个集合