

自动控制系统设计

王 广 雄 著

宇航出版社

自动控制系统设计

王广雄 著

宇航出版社

内 容 简 介

本书介绍控制系统的设计方法。全书分七章，按设计时处理问题的顺序来排列，内容包括：频谱分析；信号、噪声和误差的分析；系统的设计；模拟和数字仿真；系统的调试。本书主要是通过实例研究来讲解设计问题，避免纯理论和抽象的讨论。本书也是对控制理论应用的一个补充，对学习和掌握控制理论也会有很大的帮助。

本书可供宇航、电子工程、化工、冶金和机械等各工业领域中从事自动控制系统设计和分析的人员参考，也可供大专院校有关专业师生参考。

自 动 控 制 系 统 设 计

王广雄 著

宇航出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

天津市大邱庄印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：10 1/4 字数：229 千字

1986年1月第一版 1986年1月第一次印刷

印数：7,000册 统一书号：15244·0034 定价2.10元

前 言

关于自动控制系统理论的书籍，目前已经出版很多了。本书不再更多地阐述理论，而主要讨论控制系统设计和分析中的各种实际问题。作者在工作中发现，许多人在学完理论开始搞设计时，遇到具体问题往往不知如何着手去做。例如，不知道应如何根据具体情况确定系统的性能指标，也不清楚在什么情况下选用什么类型的系统，只能是按照教科书所讲的逐条照算而不能自己进行抉择。有鉴于此，作者根据多年从事自动控制理论教学和系统设计的实践经验，整理了这一本专门讲述如何进行设计的书，以帮助设计人员掌握正确而有效的设计方法。

本书前三章的频谱分析及关于信号和噪声的分析是正确进行系统设计的基础，正确理解和掌握这些方法会大大增强处理实际问题的能力。后几章是讨论控制系统设计和分析中的各种实际问题，诸如控制系统的性能要求、结构和参数、系统的实现、模拟和仿真、测试和调整等。本书的章节就是按照这些问题在设计中出现的先后顺序来安排的。

书中尽量避免纯理论的和抽象的讨论，而是通过实例研究来介绍的，使读者从这些实例中了解各种理论和方法的应用条件。读者只要掌握控制理论中的一些基本概念，如频率特性、奈氏判据，描述函数等就可阅读本书。

本书的基本内容作者曾在哈尔滨工业大学讲授过多次，这些内容的取舍主要依据作者本人的工作经验。由于工作的局限性，缺点和错误在所难免，欢迎广大读者批评指正。

目 录

第一章 频谱分析	(1)
一、傅氏级数	(1)
二、傅氏积分和傅氏变换	(6)
三、典型频谱特性	(13)
四、离散傅里叶变换	(23)
五、快速傅里叶变换	(37)
六、应用举例	(46)
第二章 输入信号和跟踪误差	(54)
一、输入信号的分析	(54)
二、静态误差系数	(63)
三、动态误差系数	(66)
四、跟踪误差的计算	(70)
第三章 噪声和它所引起的误差	(84)
一、引言	(84)
二、正态随机变量和正态随机向量	(86)
三、相关函数	(90)
四、谱密度	(101)
五、均方误差	(113)
六、系统的等效噪声带宽	(127)
第四章 控制系统的设计	(131)
一、设计的基本原则	(131)
二、带宽及其设计问题	(138)
三、相对稳定性及其指标	(146)
四、随动系统的设计	(150)
五、调节系统的设计	(195)

六、多回路系统的设计.....	(220)
第五章 模拟计算机在系统设计中的应用.....	(234)
一、模拟机解题的一般方法.....	(234)
二、模拟机的基本部件(线性).....	(236)
三、传递函数的模拟.....	(241)
四、时滞特性的模拟.....	(244)
五、解析函数的产生.....	(248)
六、模拟机的排题.....	(252)
七、非线性特性的模拟.....	(267)
第六章 控制系统的数字仿真.....	(272)
一、系统的离散化及其 z 传递函数.....	(272)
二、零极点匹配法.....	(278)
三、非线性系统的仿真.....	(284)
四、大步距仿真法.....	(287)
第七章 控制系统的调试.....	(295)
一、频率特性的测试.....	(295)
二、系统的调试.....	(301)
三、振荡因素的分析.....	(312)

第一章 频 谱 分 析

在控制系统的设计和分析中,首先会遇到频谱这一概念。设计者不仅应该知道频谱的概念,而且还应掌握频谱分析的方法。本章前三节叙述频谱这一概念。第四、第五节介绍频谱分析的数值方法。第六节是应用频谱分析的几个实例。

一、傅 氏 级 数

设有一周期函数 $f(t)$,其周期为 T ,即

$$f(t) = f(t + T)。$$
(1-1)

若 $f(t)$ 满足狄里赫利条件,即在区间 T 上有界,且仅有有限个极大值和极小值,则 $f(t)$ 可用收敛的傅里叶级数来表示。三角函数形式的傅氏级数为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T} t \right) \quad (1-2)$$

式中各系数为

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) \cos \frac{2\pi k}{T} \tau d\tau$$
$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) \sin \frac{2\pi k}{T} \tau d\tau \quad (1-3)$$

我们在后面的应用中则采用更为紧凑的复数形式的傅氏级数:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j \frac{2\pi k}{T} t} \quad (1-4)$$

系数 c_k 可以这么来求取：对应第 n 项系数 c_n ，可以对式

(1-4) 的左右项各乘以 $e^{-j \frac{2\pi n}{T} t}$ ，然后从 $-T/2$ 到 $T/2$ 积分。等式右项中除第 n 项外，对于 $k \neq n$ 的各项积分均为零，故可得

$$\int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j \frac{2\pi n}{T} t} dt = c_n \int_{-T/2}^{T/2} dt = c_n T$$

因此，

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} dt \quad (1-5)$$

这个 c_k 为复数，一般可表示成如下的形式

$$c_k = \alpha_k e^{j\beta_k} \quad (1-6)$$

从式(1-5)可知 c_k 和 c_{-k} 互为共轭复数，其每一组可写成

$$c_k e^{j \frac{2\pi k}{T} t} + c_{-k} e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} = 2 \alpha_k \cos \left(\frac{2\pi k}{T} t + \beta_k \right) \quad (1-7)$$

式(1-7)表明，当用复数形式来表示时〔见式(1-4)〕，

复系数 c_k 的幅值 α_k 表示了第 k 次谐波的幅值 (幅值为 $2\alpha_k$) 而 c_k 的相角 β_k 则为该次谐波的相移。这种用复数形式来表示的谐波常称为复数正弦。

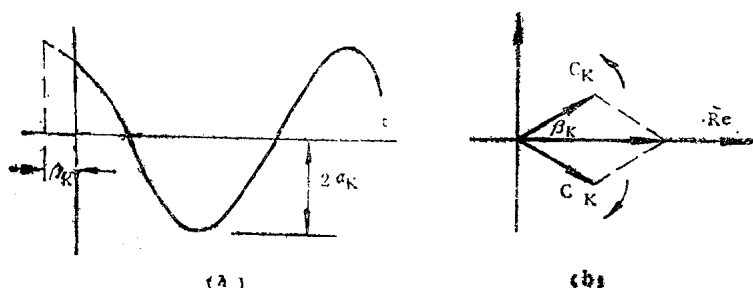


图1—1 谐波的表示形式

我们也可以用图来表示式 (1—7)。图1—1a所示就是实数形式的谐波。图1—1b则表示了式 (1—7) 左项的两个复数正弦的和。每个复数正弦用复平面上的一个旋转向量来表示。正频率对应正向旋转,负频率对应负向旋转。图示的位置是它们的初始位置。因为这两个向量在所有的时间值 t 都互为共轭复数,所以其和始终是实数,且等于图 1—1a所示函数的瞬时值,

从上述可见,用傅氏级数来表示函数 $f(t)$,无论是实数形式或复数形式,都是将 $f(t)$ 看成是由各次谐波所组成。傅氏级数的系数表示出了各次谐波的幅值和相位。这些系数的集合称为频谱。当用图来表示频谱时,一般常以频率 ω (或 f) 作为横坐标,而用线段来表示相应的系数。图1—2所示就是与式 (1—7) 函数所对应的频谱。这里负频率也同样是有意义的,当谐波用复数形式表示时,负频率表示了复数正弦

的反向旋转。

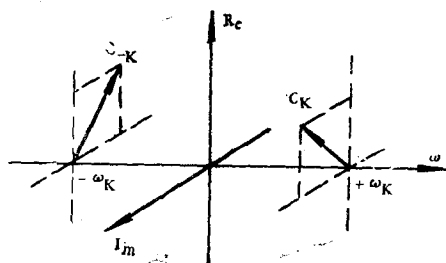


图1—2 频谱表示

频谱可以有不同形式，有时只列出复系数的幅值 $|c_k|$ ，如图1—3所示。

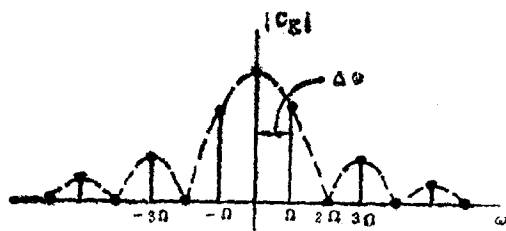


图1—3 幅值谱

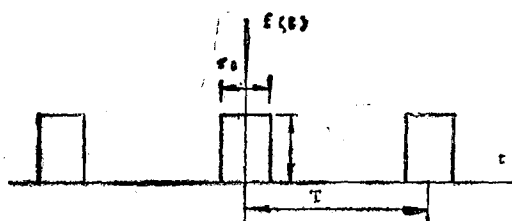


图1—4 方波序列

由于频谱是用线段来表示的，故这种频谱有时也称为线谱。线谱具有离散的特性，线谱间的距离等于

$$\Delta\omega = \Omega = 2\pi/T$$

作为例子，设 $f(t)$ 为一方波序列，周期为 T （图1—4），

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= A_0, & -\tau_0/2 < t < \tau_0/2 \\ f(t) &= 0, & \tau_0/2 < t < T - \tau_0/2 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

将式(1—8)代入(1—5)得

$$c_k = \frac{A_0 \tau_0}{T} \frac{\sin(\pi k \tau_0 / T)}{\pi k \tau_0 / T} \quad (1-9)$$

设周期 $T = 2\tau_0$ ，对应的基波频率为

$$\Omega = 2\pi/T = \pi/\tau_0,$$

将此 T 值代入式(1—9)可得各次谐波的 c_k 值，见表1—1。

图1—5 a所示就是对应的频谱。频谱清楚地表示了该方波的谐波成分。

表1—1 $T = 2\tau_0$ 时的 频 谱

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
C_k	$\frac{A_0}{2}$	$\frac{A_0}{\pi}$	0	$-\frac{A_0}{3\pi}$	0	$\frac{A_0}{5\pi}$	0	$-\frac{A_0}{7\pi}$	...

现在设周期加大一倍，即 $T = 4\tau_0$ 。随着周期 T 的加大，基波频率降低二分之一，各线谱之间的距离 $\Delta\omega$ 也缩短一半。图1—5 b所示即为对应的频谱。

图1—5上a和b的形状是一样的。事实上，线谱包络曲线的形状与周期 T 的值无关，只是其高度与 T 成反比，试比较

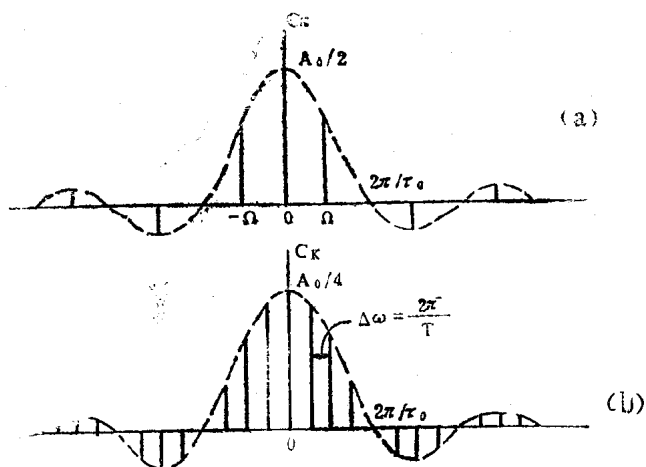


图1—5 方波的频谱 (a) $T = 2\tau_0$; (b) $T = 4\tau_0$ 。

图1—5a和b的纵坐标以及式(1—9)中的 c_k 值。假如将线谱的值加大 T 倍,即以 $c_k T$ 作为纵坐标,那么包络曲线就与 T 完全无关了。这时频谱上与周期 T 有关的唯一的量就是各线谱之间的距离 $\Delta\omega = 2\pi/T$ 。随着周期 T 的增大,线谱互相接近,当 $T \rightarrow \infty$ 时就成为连续谱了。上述的 T 增大时线谱的变化特点对其它形式的周期函数来说也都是一样的。

$T \rightarrow \infty$ 时周期函数实际上已变为非周期函数,傅氏级数将过渡为傅氏积分。

二、傅氏积分和傅氏变换

控制系统分析中经常遇到非周期函数。这时傅氏级数是不能应用了,但可用傅氏积分来处理。

非周期函数可以看作是周期 $T \rightarrow \infty$ 时的周期函数,现在就从数学上来研究这个极限情况。

已知一个周期函数的傅氏级数的展开式为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T} t \right) \quad (1-10)$$

将式 (1-3) 的各系数代入式 (1-10) 得

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) d\tau + \frac{2}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) \\ &\times \left[\cos \frac{2\pi k}{T} t \cos \frac{2\pi k}{T} \tau + \sin \frac{2\pi k}{T} t \sin \frac{2\pi k}{T} \tau \right] d\tau \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) d\tau + \frac{2}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) \\ &\times \cos \frac{2\pi k}{T} (t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (1-11)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时, 式 (1-11) 的第一项可考虑如下:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) d\tau \right| \leq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(\tau)| d\tau$$

因此, 若设

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty, \quad (1-12)$$

即若 $f(t)$ 为绝对可积函数, 那么, 当 $T \rightarrow \infty$ 时, 式 (1-11) 的第一项就趋于零。

现在再引入角频率 ω , ω 取离散值: $\omega_1 = 2\pi/T$, $\omega_2 = 2(2\pi/T)$, $\dots$, $\omega_k = k(2\pi/T)$, $\dots$ 。各谐波之间的频率差, 即 ω 的增量为 $\Delta\omega = 2\pi/T$ 。当 $T \rightarrow \infty$ 时, 频率差为无穷小, 即 $\Delta\omega$ 可以看作 $d\omega$ 。这时 ω 已不再是离散量, 而是一个

连续量，而式 (1-11) 则可写成

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta \omega \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) \cos \omega_k \\ &\quad \times (t - \tau) d\tau \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} f(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (1-13) \end{aligned}$$

考虑到式 (1-13) 中的被积函数为 ω 的偶函数，所以上式可改写成

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau$$

这个式子再加上如下的一个 ω 奇函数积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau = 0$$

得 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) [\cos \omega(t - \tau) + \\ &\quad + j \sin \omega(t - \tau)] d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{j\omega(t - \tau)} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \quad (1-14) \end{aligned}$$

式 (1-14) 称为傅氏积分。

式 (1-14) 还可以写成：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-15)$$

式中

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-16)$$

$F(j\omega)$ 称为函数 $f(t)$ 的傅氏变换。

上面说明了一个满足狄里赫利条件的非周期函数若是绝对可积的, 就可以展开成傅氏积分。下面来讨论傅氏积分式 (1-15) 的含义。

我们暂时以 $f = \omega/2\pi$ 作为频率坐标, 这时式 (1-15) 可改写成

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(j2\pi f) e^{j2\pi f t} df \quad (1-17)$$

设 $F(j2\pi f)$ 为一单位面积的窄脉冲 (图1-6), 代入式 (1-17) 得

$$f(t) = e^{j2\pi f_k t} \quad (1-18)$$

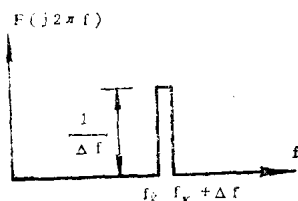


图1-6 脉冲型频谱特性

式 (1-18) 表明, $F(j2\pi f)$ 上一个面积为 1 的窄脉冲即对应于幅值为 1 的复数正弦。因此, 若将

$F(j2\pi f)$ 分解为一系列窄脉冲 (图1-7), 面积分别为 $F(j2\pi f_k) \cdot \Delta f$, 那么, 合成的时间函数就是这些对应的复数正弦之和。

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum F(j\omega_k) e^{j\omega_k t} \Delta\omega \quad (1-19)$$

当 $\Delta\omega \rightarrow 0$ 时就得到

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

这就是式(1-15)。由此可见，傅氏积分就是在频域上将信号进行分解，分解成图1-7中的那些矩形窄脉冲。因此，傅氏积分的实质就是将信号看作是由无穷多个谐波所组成。

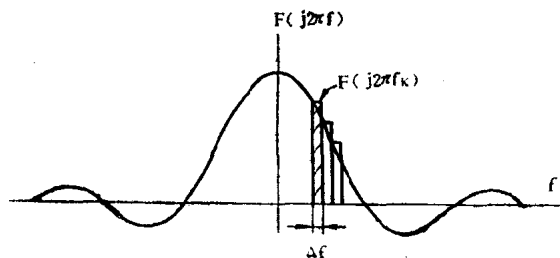


图1-7 $F(j2\pi f)$ 的分解

这也和周期函数用傅氏级数来处理的情形类似，对周期函数我们用傅氏级数也是将函数分解成无穷多个谐波，不过这些谐波的频率其取值是离散的。对现在的非周期函数来说，谐波之间的频率差则为无穷小，即频谱是连续的。

傅氏积分将一非周期函数 $f(t)$ 分解为各次谐波，每一次谐波的幅值从式(1-15)写得为

$$\frac{1}{2\pi} F(j\omega) d\omega \quad (1-20)$$

这幅值为无穷小，所以一般用相对幅值 $F(j\omega)$ 来表示其频谱。这就是说傅氏变换 $F(j\omega)$ [式(1-16)] 表示了该非周期信号谐波的分布特性，故 $F(j\omega)$ 称为信号的频谱特性，也简称频谱。

注意到现在是用 $F(j\omega)$ 下的窄面积来表示谐波的幅值的〔见式(1-20)〕, 所以 $F(j\omega)$ 的量纲是函数 $f(t)$ 的量纲乘以时间量纲。例如, 设 $f(t)$ 为一转角信号, 则 $F(j\omega)$ 的量纲为弧度·秒。

这里要说明的是非周期信号虽是由幅值为无穷小的谐波所组成, 不过其频谱特性 $F(j\omega)$ 却还是可以从 $f(t)$ 曲线求得。例如有一信号 $f(t)$, 如图1-8a所示, 设 $f(t)$ 在 $\pm T/2$ 以外为零。这时式(1-16)可写作

$$F(j\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-21)$$

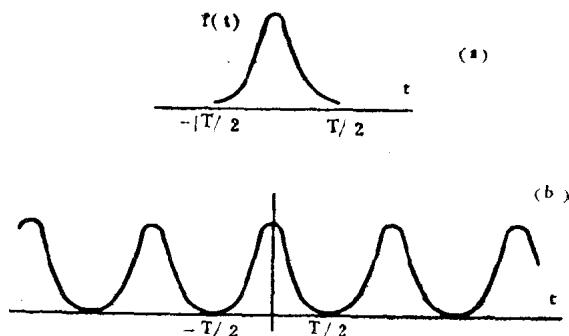


图1-8 非周期信号及其延拓

我们已知一周期函数的傅氏系数为

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j \frac{2\pi k t}{T}} dt \quad (1-22)$$

比较式(1-21)和式(1-22)可知

$$F(j\omega_k) = C_k T, \quad \omega_k = 2\pi k/T \quad (1-23)$$