实用逻辑电路分析与设计

程林福　王雁汀　编

上海科学技术文献出版社

实用逻辑电路分析与设计

程林福　王雁汀 编

*

上海科学技术文献出版社出版
(上海高安路六弄一号)
新华书店上海发行所发行
上 海 商 务 印 刷 厂 印 刷

*

开本 787×1092 1/32　印张 7.625 字数 179,000
1982 年 12 月第 1 版　1982 年 12 月第 1 次印刷
印数: 1—9,100

书号: 15192·227　　定价: 0.95 元

《科技新书目》 36-240

前　言

本书比较系统地介绍组合逻辑电路及时序逻辑电路的分析和设计，着重说明目前国内介绍得比较少但又简单易懂的图解方法。至于有关的基础知识，其它书籍已有介绍，本书从简。

经几年来的教学实践证明，本书所介绍的分析和设计方法，广大科技人员容易掌握，在实际工作中应用亦较有成效。由于本书内容新颖，理论联系实际，可供数字通讯、数字仪表、数字控制和自动控制以及计算机等方面从事数字逻辑分析和设计的广大工程技术人员及大专院校师生参考，并可作业余大专院校及各种短训班的教材。对数字技术方面有些基础知识的读者来说，本书亦是一本有益的自学参考书。

本书在编写过程中曾得到上海市电子电器技术协会、虹口区科技协会及卢湾区业余大学等单位有关同志的大力支持，在此谨致谢意。

由于水平有限，错误和缺点在所难免，恳请广大读者提出批评并指正。

编者　1981 年 12 月

目　录

第二编　时序逻辑电路

第一编　组合逻辑电路

第一章　组合逻辑电路的基本概念

1.1　逻辑电路与逻辑代数

逻辑代数又名布尔代数，它把数字逻辑电路中各种复杂的逻辑关系用逻辑符号表示出来，并用数字逻辑的方法进行分析和综合。它对逻辑电路的分析和设计都有着极其重要的作用。

1.1.1　逻辑变量与逻辑函数

逻辑代数和普通代数一样，也用字母来表示变量。逻辑代数所用变量称为辑逻变量，其取值范围只有两种可能性：即取值“0”或取值“1”，通常分别称为逻辑“0”和逻辑“1”。

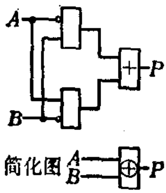
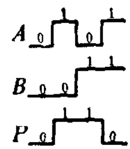
在实际电路中，逻辑变量 A、B、C… 就是逻辑信号。逻辑信号有电位信号和脉冲信号两种。将多个二进制信号作为输入信号，而按一定的逻辑关系组合形成一定的输出信号，这种输入信号和输出信号间的逻辑关系叫做逻辑函数。

任何复杂的逻辑函数总是由三种最基本的逻辑函数，即逻辑“加”、逻辑“乘”和逻辑“非”构成的。与此对应，任何逻辑电路都是由三种最基本的逻辑单元，即“或”门、“与”门和“非”门所组成的。

1.1.2　逻辑函数的表示形式

逻辑函数可以用各种不同的形式来表示，在组合逻辑电路中常用的有逻辑函数式、卡诺图、真值表、逻辑图和波形图等，在

表 1.1　组合逻辑函数的各种表示形式

<table>
<tr><th>逻辑图</th><th>逻辑函数式</th><th>真值表</th><th>波形图</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>$P=A\bar{B}+\bar{A}B$
卡诺图
[P]<table><tr><td>B\A</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>B</th><th>A</th><th>P</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

时序逻辑电路中还有激励表和状态图等。表 1.1 列出了“异式逻辑函数的各种表示形式。

1.1.3　逻辑代数的基本定律

逻辑代数用来简化或改变逻辑函数式的形式，以便根据所选逻辑单元电路的类型设计逻辑电路。逻辑代数在有关书籍中已介绍得很多，这里仅将逻辑代数的基本定律综合起来，列于表 1.2 中。

该表中左右两边所列的逻辑函数式的形式相互对偶，也就是逻辑恒等式中的逻辑符“+”与“·”互换，或逻辑变量的取值“0”与“1”互换。

1.2　卡诺图及其使用

用逻辑代数的基本定律来进行逻辑电路的分析和设计时往往需要有较熟练的技巧，而用下面的卡诺图法就比较直观和方便。

1.2.1　卡诺图的组成

了解卡诺图的组成，对正确使用卡诺图(包括卡诺图的

表 1.2　逻辑代数的基本定义及定律综合表

基本定义： 逻辑非 $\bar{0}=1^*$ 逻辑加：$0+0=0$ $0+1=1$ $1+0=1$ $1+1=1^*$	基本定义： 逻辑非 $\bar{1}=0^*$ 逻辑乘：$1\cdot1=1$ $1\cdot0=0$ $0\cdot1=0$ $0\cdot0=0$
反转律 $\bar{\bar{A}}=A$	
单变量式： $A+0=A$　$A+1=1^*$ $A+A=A^*$　$A+\bar{A}=1^*$	单变量式： $A\cdot1=A$　$A\cdot A=A^*$ $A\cdot0=0$　$A\cdot\bar{A}=0^*$
多变量式： 代数律： 交换律 $A+B=B+A$ 结合律 $(A+B)+C$ $=A+(B+C)$ 分配律 $A+B\cdot C$ $=(A+B)(A+C)^*$ 吸收律： $A+A\cdot B=A^*$ $A+\bar{A}\cdot B=A+B^*$ $A\cdot B+A\cdot\bar{B}=A^*$ $AB+\bar{A}C+BCD$ $=AB+\bar{A}C^*$ 互补律 $\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}^*$ 交叉互换律 $AB+\bar{A}C=(A+C)(\bar{A}+B)^*$	多变量式： 代数律： 交换律 $A\cdot B=B\cdot A$ 结合律 $(A\cdot B)\cdot C$ $=A\cdot(B\cdot C)$ 分配律 $A\cdot(B+C)$ $=AB+AC$ 吸收律： $A\cdot(A+B)=A^*$ $A\cdot(\bar{A}+B)=A\cdot B^*$ $(A+B)(A+\bar{B})=A^*$ $(A+B)(\bar{A}+C)(B+C+D)$ $=(A+B)(\bar{A}+C)^*$ 互补律 $\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}^*$ 交叉互换律 $(A+B)(\bar{A}+C)=AC+\bar{A}B^*$

逻辑符"+"与"·"互换
逻辑变量"0"与"1"互换
相互对偶

注：表中标有 * 者表示逻辑代数的特有规律。

入、复合和读出)是很重要的。一个逻辑电路的输出相对于 N 个输入变量的函数关系可用真值表来表示，亦可以用特定的方格图来表示这种函数关系，这种方块图称为卡诺图。

图 1.1 是二变量和三变量的卡诺图。卡诺图上方的中括号内是该图所表示的逻辑函数。卡诺图是由许多小方格组成的方格图，对应 N 个变量有 2^N 个方格。每一个小方格代表由该纵横坐标确定的一个最小项(一个 N 变量的最小项是所有 N 个变量的逻辑乘)或一个最大项(一个 N 变量的最大项是所有 N 个变量的逻辑加)。

[P]

$B \backslash A$	0	1
0	$\bar{B}\bar{A}$ (00)	$\bar{B}A$ (01)
1	$B\bar{A}$ (10)	BA (11)

[P]

$C \backslash BA$	00	01	11	10
0	$\bar{C}\bar{B}\bar{A}$ (000)	$\bar{C}\bar{B}A$ (001)	$\bar{C}BA$ (011)	$\bar{C}B\bar{A}$ (010)
1	$C\bar{B}\bar{A}$ (100)	$C\bar{B}A$ (101)	CBA (111)	$CB\bar{A}$ (110)

图 1.1

卡诺图左上角斜线两边分别标注变量，斜线下方和右面则分别标注这些变量所有可能的二进制数取值，分别形成纵、横坐标。

纵、横坐标上变量的取值不按数值大小排列。坐标上变量取值的原则是，任意两个相邻方格及轴对称方格内只有一个变量是互补的，也就是这一对小方格内的所有变量中只有一个变量的取值是“0”“1”相反的。这一原则称为坐标上变量取值的相邻性。

N 个变量的卡诺图中，2^N 个小方格对应有 2^N 个最小项或最大项，这就包含了整个逻辑函数的全部信息。图 1.1 的卡诺图中，当最小项中各变量的取值与括号内相同时，表示该最小项

[P]

$C \backslash BA$	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1

图 1.2

存在，用逻辑"1"表示，否则用逻辑"0"表示。例如图 1.2 所示的三变量卡诺图表示逻辑函数 P 有 $\bar{C}\bar{B}\bar{A}$ 和 $CB\bar{A}$ 两个最小项，即

$$P=\bar{C}\bar{B}\bar{A}+CB\bar{A}$$

用最小项来表示一个逻辑函数书写上很不方便，例如表 1.3 真值表所对应的逻辑函数式：

$$P=\bar{D}\bar{C}\bar{B}\bar{A}+\bar{D}\bar{C}\bar{B}A+\bar{D}\bar{C}BA$$
$$+\bar{D}CB\bar{A}+\bar{D}CBA$$
$$+D\bar{C}\bar{B}A+DC\bar{B}\bar{A}$$
$$+DC\bar{B}A$$

为了书写简便，用最小项所对应的十进数顺序编号来表示：

$$P=\sum(0、1、3、6、7、9、12、13)$$

表 1.3

十进顺序号	变量 D	变量 C	变量 B	变量 A	函数 P
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

[P]

$DC \backslash BA$	00	10	11	10
00	0 1	1 1	3 1	2 0
01	4 0	5 0	7 1	6 1
11	12 1	13 1	15 0	14 0
10	8 0	9 1	11 0	10 0

图 1.3

此逻辑函数对应的卡诺图如图 1.3 所示。

又例如表 1.4 所对应的逻辑函数式：

$$P=\overline{D}\,\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}+\overline{D}\,\overline{C}\,\overline{B}A+\overline{D}CBA+\overline{D}C\overline{B}A+DC\overline{B}\,\overline{A}+DC\overline{B}A+D\overline{C}\,\overline{B}A$$

可表示为：

$$P=\sum(0、1、5、6、8、9、14)$$

表 1.4

十进顺序号	变量 D	C	B	A	函数 P
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	1	0
3	0	0	1	0	0
4	0	1	1	0	0
5	0	1	1	1	1
6	0	1	0	1	1
7	0	1	0	0	0
8	1	1	0	0	1
9	1	1	0	1	1
10	1	1	1	1	0
11	1	1	1	0	0
12	1	0	1	0	0
13	1	0	1	1	0
14	1	0	0	1	1
15	1	0	0	0	0

[P]

DC \ BA	00	01	11	10
00	0: 1	1: 1	2: 0	3: 0
01	7: 0	6: 1	5: 1	4: 0
11	8: 1	9: 1	10: 0	11: 0
10	15: 0	14: 1	13: 0	12: 0

图 1.4

此逻辑函数对应的卡诺图如图 1.4 所示。

1.2.2 复合卡诺图

在实际逻辑电路中，很少只有一个输出而常常有多个输出，此时就对应有多个逻辑函数。这些逻辑函数当然可以用多个卡诺图来分别表示，然而很麻烦，由于多个输出的逻辑函数的逻辑变量都相同，因此可以用一个卡诺图来表示多个逻辑函数，构成简明的复合卡诺图。图 1.5 是三变量四个输出的复合卡诺图。

该复合卡诺图表示的四个逻辑函数式简写如下：

$P_1=\sum(0、5、6)$

$P_2=\sum(3、6)$

$[P_1P_2P_3P_4]$

$C \backslash BA$	00	01	11	10
0	$^{0}1010$	$^{1}0000$	$^{3}0110$	$^{2}0000$
1	$^{4}0000$	$^{5}1010$	$^{7}0001$	$^{6}1110$

图 1.5

$P_3=\sum(0、3、5、6)$

$P_4=\sum(7)$

1.2.3 卡诺图的读入

在卡诺图的各个小方格中填入最小项(或最大项)的取值，这就是卡诺图的读入。下面介绍几种卡诺图的读入方法。

(1) 由真值表直接读入

由卡诺图的组成可知，N 个变量的卡诺图包含了真值表中全部 2^N 个可能值，显然，可以直接根据真值表的函数取值一一对应地填入卡诺图。

表 1.5

C	B	A	P
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$[P]$

$C \backslash BA$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

图 1.6

[例 1.1] 试把表 1.5 的三变量的逻辑函数真值表读入卡诺图。

首先画出八方格的三变量卡诺图。在纵、横坐标栏内分别

按取值相邻性填入 C 和 B、A 的各种取值。在与逻辑变量取值对应的小方格内，按真值表所列的逻辑函数值填入“0”或“1”，即成图 1.6 所示的三变量卡诺图。

(2) 由标准逻辑函数式直接读入

标准型逻辑函数通常有两种表达式：

(i) “与或”标准式

$$P_n(p)=a_1p_1+a_2p_2+\cdots+a_np_n=\sum_{j=1}^{n}a_jp_j$$

(ii) “或与”标准式

$$P_n(s)=(a_1+s_1)\cdot(a_2+s_2)\cdots(a_n+s_n)=\prod_{j=1}^{n}(a_j+s_j)$$

式中 $a_1a_2\cdots a_n$ 为系数，取值为“0”或“1”。$p_1p_2\cdots p_n$ 表最小项，$s_1s_2\cdots s_n$ 表最大项。由于卡诺图的每一小方格也表示一个最小项(或最大项)显然可以将上述两种标准式中的各项直接一一对应地填入卡诺图。

[例 **1.2**] 试把逻辑函数

$$P=C\bar{B}\bar{A}+\bar{C}B\bar{A}+CBA+\bar{C}\bar{B}A$$

读入卡诺图。

由逻辑函数式可知它是由三变量构成的“与或”标准式，$C\bar{B}\bar{A}$ 表示有这个最小项，因此卡诺图中对应的小方格(100)中填入“1”。同样 $\bar{C}B\bar{A}$、CBA、$\bar{C}\bar{B}A$ 亦分别表示最小项，故对应的方格(010)、(111)、和(001)中都填入“1”，其它剩下的方块，因为不存在最小项，所以都填入“0”。这样就把上述逻辑函数读入了卡诺图，此卡诺图即为该函数 P 的卡诺图，如图 1.7 所示。

[例 **1.3**] 试把逻辑函数

$$P=(A+B+C)(\bar{C}+B+\bar{A})(C+\bar{B}+\bar{A})(\bar{C}+\bar{B}+A)$$

读入卡诺图。

[P]

C \ BA	00	01	11	10
0	0 (000)	1 (001)	0 (011)	1 (010)
1	1 (100)	0 (101)	1 (111)	0 (110)

图 1.7

由逻辑函数式可知它是由三变量构成的“或与”标准式，$(A+B+C)$表示有这个最大项，因此卡诺图中对应的小方格(000)中填入“0”，同样$(\overline{C}+B+\overline{A})$、$(C+\overline{B}+\overline{A})$和$(\overline{C}+\overline{B}+A)$亦分别表示最大项，故对应的方格(101)、(011)和(110)中都填入“0”，其它剩下的方格因为不存在最大项，所以都填入“1”。这样亦得到如图 1.7 所示的卡诺图，说明虽然两个函数式形式上不同，但实际上是同一逻辑函数，因为它们对应的卡诺图是一样的。通过逻辑代数运算也可以证明这一点。

(3) 由一般逻辑函数式的读入

在实际中经常遇到的不全是标准型逻辑函数式，即它的每一项并不一定都是最小项(或最大项)当然这就无法直接读入卡诺图，为此必须把它转换为真值表或某一种标准逻辑函数式后，再按前述方法读入卡诺图。然而，将一般的逻辑函数式转为真值表的方法往往是比较麻烦的，特别对一个较为复杂的逻辑函数式更是这样，因此通常都利用逻辑代数基本定律转换为上述某种标准逻辑函数式后再读入卡诺图，或者将某项中未出现的变量看作互补变量后直接读入卡诺图。

(i) 转换成“与或”标准式后读入卡诺图

这时把每个与项所包含的最小项用“1”填入相应的方格，不存在的最小项在方格中填“0”。

[例 1.4]　试将逻辑函数 $P=DCB\overline{A}+D\overline{C}\overline{A}+\overline{D}\overline{B}$ 读入卡诺图。

由于 P 共有四个变量 $DCBA$，因此应画出四变量卡诺图，如图 1.8 所示。

[P]

$DC \backslash BA$	00	01	11	10
00	1③	1③	0	0
01	1③	1③	0	0
11	0	0	0	1①
10	1②	0	0	1②

图　1.8

第 1 项 $DCB\overline{A}$ 四个变量同时出现，因此是最小项，只对应一个小方格，可以直接读入卡诺图，如图中①。

第 2 项 $D\overline{C}\overline{A}$ 不出现变量 B，也就是 B 可以取互补值“0”和“1”。该项用逻辑代数变换后得到“与或”标准式

$$D\overline{C}\overline{A}=D\overline{C}\overline{A}(B+\overline{B})=D\overline{C}B\overline{A}+D\overline{C}\overline{B}\overline{A}$$

因此可将这两个最小项读入二个小方格，如图中 ②。

也可以将第 2 项 $D\overline{C}\overline{A}$ 直接读入卡诺图。这时从纵坐标找到 $D\overline{C}=1$ 的横行，即“10”行，再在该行中找横坐标 $\overline{A}=1$ 的所有纵列，因为 B 是互补变量，“00”和“10”列都符合条件。这种根据纵横坐标直接读入卡诺图的方法比较直观方便，实际上应用得很多。

第 3 项 $\overline{D}\overline{B}$ 中 C 和 A 都是互补变量，由逻辑代数变换后得到

$$\begin{aligned}\overline{D}\overline{B}&=\overline{D}\overline{B}(C+\overline{C})(A+\overline{A})\\&=\overline{D}C\overline{B}A+\overline{D}C\overline{B}\overline{A}+\overline{D}\overline{C}\overline{B}A+\overline{D}\overline{C}\overline{B}\overline{A}\end{aligned}$$

因此有四个最小项读入卡诺图，如图中 ③。直接读入时，从纵

坐标找出 $\bar{D}=1$ 的行("00"和"01")，从横坐标找出 $\bar{B}=1$ 的列("00"和"01")，行列之交的小方格应读入"1"。

允许小方格内重复读入"1"，未读入"1"的所有小方格均为"0"。

(ii) 转换成"或与"标准式后读入卡诺图

这时把每个"或"项所包含的最大项用"0"填入相应的方格，不存在的最大项在方格中填"1"。

[例 **1.5**]　试将 $P=(C+\bar{B}+A)(\bar{C}+B)\bar{A}$ 读入卡诺图。

由于 P 共有三个变量 CBA，因此应画出三变量卡诺图，如图 1.9 所示。

第 1 项 $(C+\bar{B}+A)$ 三个变量同时出现，没有互补的变量，因此是最大项，只对应一个小方格 0101，可以直接读入卡诺图，即图中 ①。

第 2 项 $(\bar{C}+B)$ 中不出现变量 A，也就是 A 可以取互补值"0"和"1"。该项用逻辑代数变换后得到

$$(\bar{C}+B)=(\bar{C}+B+A)(\bar{C}+B+\bar{A})$$

因此可将这两个最大项读入二个小方格，如图中 ②。也可以将第 2 项 $(\bar{C}+B)$ 直接读入卡诺图。这时从纵坐标找到 $C=1$ 的横行，即"1"行，再在该行中找横坐标 $\bar{B}=1$ 的所有纵列，因为 A 是互补变量，"00"和"01"列都符合条件。

第 3 项 $\bar{A}$ 中 C 和 B 都是互补变量，由逻辑代数变换后得到

[P]

C \ BA	00	01	11	10
0	1	0③	0③	0①
1	0②	0③②	0③	1

图 1.9