

实用经济数学 模型和方法手册

〔苏〕A·B·克鲁茨夫斯基 著

周德容 黄立民 译

南开大学出版社

实用经济数学模型和方法手册

〔苏〕 A.B. 克鲁契夫斯基 著

周概容 黄立民 译

南开大学出版社

1986年

内 容 简 介

本手册集中介绍工业、农业、运输业和商业的经济数学模型，国民经济计划、管理和技术经济指标的预测等。配备了例题。最后一章介绍了书中用到的数学工具，简单地讲述了数学规划问题。

由于本书着重介绍实用经济数学模型和方法，不拘泥于数学推导，故阅读本书只要求读者具备最基本的代数知识。

对于实际工作者和理论工作者，对于国民经济各部门各行业的工作人员、管理人员和工程技术人员，以及各类高、中等院校的师生，本书是一本很好的参考书。

本书的作者是苏联经济学博士。

实用经济数学模型和方法手册

〔苏〕A. B. 克鲁契夫斯基著

周概容 黄立民 译

南开大学出版社出版

〔天津八里台南开大学校内〕

新华书店天津发行所发行

天津市蓟县印刷厂印刷

1986年10月第一版 1986年10月第一次印刷

开本：850×1168毫米1/32 印张：11.625

字数：285千

印数：1—2,500

统一书号：13301·8

定价：2.30 元

引 言

科学技术的进步与一切科学、技术、生产和消费领域中各级计划和管理体制的完善是分不开的。经济数学模型*和方法,以及现代电子计算机的应用,是研究技术经济过程和制定计划管理方案的重要辅助手段之一。

经济数学模型作为一种数学问题,它以抽象的形式从数量上反映有一定目标的经济过程的规律。经济数学模型应该真实地(与实际完全相符地)反映经济过程的目的性。这种目的性通常用准则(目标函数)的形式来表示,而条件和规律通常用数学关系式来表达。在经济数学模型中不可能顾及到全部性质和规律,它只能反映其中最重要的部分。

为利用经济数学模型来解决问题,需要选取合适的模型,并搜集必要的资料,确定或选择解决问题的方法;必须编制或选用已有的电子计算机计算程序,并在电子计算机上进行计算;最后要对所得结果进行分析。建立数学模型应依据所选定的目标并立足于对各种因素、指标及其相互联系的分析。

由于要求不同,同一经济过程的数学模型也不完全相同。模型所考虑的因素、指标及其相互关系越多,计算要求的越精确,模型反映经济过程也就最完整,然而问题的提法也就越复杂。研究复杂模型是困难的,因为它所包含的未知量、参数和关系式太多。在这种情形下,搜集数据资料和建立最优方案的问题也就变得十分困难。因此,在实际中总是考虑经过一定简化的

* 在以后的叙述中把经济数学模型简称为数学模型。

模型，只要它能提供满意的结果。在进行模拟时，作为衡量该问题效果的准则必须明确指出目标。经济关系应该用一定的数学形式表示出来。如果现实的社会经济关系和因素不能用一定的数量关系精确地表示出来，则人们通常用比较简单的关系式来近似地表示它。需要指出，应用最广泛的是线性模型，因为在这样的模型中过程的规律简单而自然地表示为线性关系。寻求表示数学模型的问题的有效解法具有重要意义。非线性模型一般要比线性模型复杂。对于非线性问题尚没有一般的有效解法。对于许多特殊的非线性问题，例如对于二次规划问题，已有专门的比较有效的解法。对于线性规划问题，则已经制定出通用的有效解法。有许多模型可以化为整数规划问题或混合规划问题。这类问题有相当好的近似解法。如果对于所建立的模型，其数学问题尚无可行的解法，那么应设法研究制定相应方法。然而，这样的工作需要高水平专业知识的数学工作者花费很多的时间和气力。实践证明，对于含大量未知数和参数的问题，使用近似方法效果最好。虽然使用近似方法不能得到精确解，然而在容许的时间内却能提供比已有结果更好的决策方案。因此在实际中往往采用这样的近似方法，只要它能在容许的时间内提供比已有方案更好（但不一定是最好）的决策方案。

为编写在电子计算机上实现所选方法的程序，必须深入研究有关解题算法之程序设计的技术性问题。在做这项工作时，需要指明对什么系统进行程序设计：磁盘操作系统DOS还是操作系统OS。与OS系统比较，DOS系统稍许简单，但是潜力较小。与DOS系统比较，用OS系统可以更有效地编制程序，能大大节省执行程序所用的机时。在编写程序时宜使用分块法，即按块设计程序。可以分成这样几大块：输入数据、解题算法和打印结果。由于输入数据和打印结果的表达形式时常要改变，故使用分块法可以比较容易地修改程序：只修改有变化的那些块，而其余各块

则不需改动。在解同一问题时规定几种不同的打印数据的格式也很重要。例如,若为研究工作而解题,则需要打印各种中间结果,若只要求最后结果,则应以适当文件的形式打印。

在电子计算机上解题时,必须具备关于系数、参数、指标和因素的具体数据。在输入数据中不能包含结构错误和词义错误,即在原始数据的搜集和整理的过程中不应失掉所考察过程的真实含意。实用性错误〔即对因素的错误评价〕往往在筹集原始数据的过程中不能被发现,只有在得出计算结果后才能发现。因此为排除实用性错误,人们必须校正有关数据,并重新进行计算。搜集数据是一项极为重要而繁重的工作。应特别注意关于定额的数据的准确性,因为其中哪怕是不大的错误也会导致计算结果的很大误差。例如,稍许增加原料的消耗定额,就会明显地增加完成生产计划原料的用量。相反,如果降低原料的定额,则在计算结果中就会出现原料用量不切实际地减少的情况。在计算设备的利用定额和其它资源的耗用定额时,也有类似的情形。还应指出,考虑到技术进步和设备的磨损,定额数据应该随时间的变化而改变。

为完全而有效地利用数据资料,人们通常建立所谓数据库。利用所得数据资料进行计算,然后分析所得到的解并提出建议。一般,由优化问题的解所得到的方案改进标准值达10—15%,这显然是非常可观的。不过,分析表明,在建立模型时往往忽略了某些重要因素和条件,而在搜集数据时也往往伴随着颇大的误差。因此考虑到可能出现的误差,需对计算结果进行订正。这样的订正一般使求解的效率降低一半。不过经过订正之后,与原实现计划的纲要相比,所得的决策仍可能表现出很大的经济效益。因此,必须较细致地分析基于优化问题的解所提出的建议,并且只有经过与有关专家全面的讨论以后方可采纳建议。

本手册搜集了企业级和国民经济部门级的技术经济过程的主

要数学模型，其中包括工业、农业、运输业和商业等；介绍了国民经济部门之间平衡的数学模型和生产布局模型。

书中还介绍了解优化问题的基本数学方法。实现上述求解时，要用这些方法。

目 录

引 言	(1)
第一章 工业企业级模型	(1)
§ 1 工业企业计划的矩阵模型	(1)
§ 2 技术经济 (生产) 计划模型	(4)
§ 3 最大限度生产成套产品	(5)
§ 4 兼顾车间生产能力, 最大限度生 产成套产品	(6)
§ 5 生产能力的最优负荷模型	(8)
5.1 不通用设备的负荷模型	(8)
5.2 通用设备的负荷模型	(11)
§ 6 设备按作业种类布局模型	(13)
§ 7 设备按地点布局模型	(15)
§ 8 最优配料组合模型	(19)
§ 9 最优下料模型	(21)
9.1 为得到规定数量制品的最合理下料模型	(21)
9.2 配套产品的最优批量下料模型	(23)
§ 10 业务日程规划模型	(26)
10.1 生产计划在时间上的分布模型	(26)
10.2 大批量生产中的产量日程规划模型	(28)
10.3 在小批量生产中业务日程规划模型	(29)
10.4 投放零件顺序的规划模型	(31)
10.5 一般生产日程规划模型	(33)
10.6 在考虑到机床再调整的情况下, 零件投放加顺序	

的模型·····	(36)
10.7 设备的再调整问题模型·····	(38)
第二章 农业企业级模型 ·····	(47)
§ 1 农业部门间最优配合的基础模型·····	(47)
§ 2 农业部门间最优配合的一般模型·····	(50)
§ 3 饲料利用的最优化模型·····	(53)
§ 4 饲料生产最优化模型·····	(55)
§ 5 种植的布局 and 结构模型·····	(57)
§ 6 轮作最优化模型·····	(60)
§ 7 农机最优利用模型·····	(62)
§ 8 补充农机模型·····	(63)
§ 9 农机结构最优化模型·····	(65)
§ 10 制定最优施肥方案模型·····	(67)
§ 11 绿饲料生产最优化模型·····	(70)
§ 12 牲畜群体的结构和周转模型·····	(71)
第三章 工业部门级模型 ·····	(73)
§ 1 工艺的最优选择模型·····	(73)
§ 2 对偶工艺选择问题·····	(74)
§ 3 一般工艺选择问题·····	(76)
§ 4 部门生产计划最优化模型·····	(78)
§ 5 生产指标在一个部门的各企业间的最优分配 模型·····	(79)
§ 6 在一个部门的各企业间选择最优生产计 划模型·····	(82)
§ 7 兼顾原料的进、存和加工的部门最优日常 规划模型·····	(83)
§ 8 机器设备负荷模型·····	(86)
§ 9 生产专业化模型·····	(87)

§ 10	甜菜的收获、贮存和加工进度最 优化模型.....	(88)
§ 11	标准化和规格化工具生产专业化模型.....	(89)
§ 12	兼顾主要设备负荷能力的标准化和规格化 的工具生产专业化模型.....	(91)
§ 13	部门生产布局问题模型.....	(93)
13.1	一种产品生产布局的线性静态模型.....	(93)
13.2	非线性静态布局问题模型.....	(94)
13.3	兼顾负荷能力和物资限量的静态布局模型.....	(95)
13.4	网络上的生产布局模型.....	(97)
13.5	静态布局方案模型.....	(98)
13.6	网络上生产布局方案模型	(100)
13.7	静态多级生产布局模型	(101)
13.8	多级生产布局方案模型	(103)
§ 14	动态生产布局 模 型.....	(109)
14.1	线性动态布局模型	(109)
14.2	动态布局方案模型	(110)
§ 15	多产品生产布局 问 题.....	(112)
15.1	线性静态多产品生产布局模型	(112)
15.2	非线性静态多产品生产布局模型	(114)
15.3	兼顾运输能力和物资限量的静态多产品生产 布局模型.....	(115)
15.4	网络上的多产品生产布局模型	(116)
15.5	网络上静态多产品生产方案布局模型	(118)
15.6	静态多产品生产方案布局模型	(120)
15.7	不考虑企业发展方案的静态多阶段多产品生 产布局模型	(122)
15.8	多阶段多产品生产方案布局模型	(124)

§ 16	考虑直接联系的布局 模 型	(127)
§ 17	动态多产品布局 模 型	(129)
17.1	线性动态多产品生产布局方案模型	(129)
17.2	动态多级布局方案模型	(131)
17.3	动态多级多产品生产布局方案模型	(133)
§ 18	工业部门基本建设资金的分配 模 型	(136)
18.1	考虑设备陆续交付使用的基本建设投资 分配模型	(137)
18.2	拨出设备资金的基本建设资金分配模型	(139)
18.3	用于新建工程的基本建设资金分配模型	(144)
18.4	跨期和重新开工的建筑工程的基本建 设资金的分配模型	(146)
18.5	在计划期内选择建筑工程项目方案模型	(150)
18.6	考虑投资限额总和的基本建设项目的发展 方案模型	(151)
18.7	几个部门的基本建设资金分配模型	(153)
§ 19	部门的生产发展和基本建设投资规划 模 型	(156)
§ 20	用于发展联合企业生产的基本建设投 资的规划 模 型	(159)
20.1、	基本建设投资按企业的发展方案规划 模型	(159)
20.2、	按技术工艺环节设施规划基本建设投 资的模型	(163)
第四章	农业部门级 模 型	(167)
§ 1	农产品生产专业化 模 型	(167)
§ 2	耕地最优利用 模 型	(168)
§ 3	农产品生产布局模型 (线性静态布局 模 型)	(170)

§ 4	安排农业生产的工农协调模型	(172)
§ 5	基本建设投资分配模型	(174)
5.1	按部门分配基本建设投资模型	(174)
5.2	一部门内部在各农业企业间基本建设投资分配模型	(176)
§ 6	无机肥料的最优利用模型	(178)
§ 7	无机肥料计划调拨量的最优分配模型	(180)
§ 8	在一地区范围内收购农产品的最优化模型 (不计产品运费)	(182)
8.1	考虑产品运输费用的, 农产品收购最优化模型	(185)
8.2	考虑价格差别和赢利率的, 国家农产品收购计划最优化模型	(189)
§ 9	农产品的生产和收购布局方案最优化模型	(191)
第五章	运输问题模型	(194)
§ 1	运输网的发展模型	(195)
1.1	运输网的发展方案模型	(195)
1.2	运输网的连续发展模型	(198)
§ 2	车皮的综合调度模型	(200)
	考虑增加车皮投入数量的车皮综合调度模型	(201)
§ 3	用户划归供应单位承办供货模型	(203)
3.1	用户划归供应单位承办供货模型 (不计返程路费)	(203)
3.2	用户划归供应单位承办供货模型 (计算返程路费)	(204)
§ 4	按线路分配运输工具模型	(206)
4.1	按线路分配汽车 (船) 模型	(206)
4.2	按航线分配民航飞机模型	(207)
§ 5	补充民航飞机模型	(211)

§ 6	有中转的运输模型	(212)
6.1	只有一次中转的运输模型	(212)
6.2	有多阶段中转的运输模型	(214)
§ 7	网络运输模型	(220)
§ 8	按运输综合体分配基本建设 投资模型	(222)
第六章	商业问题模型	(225)
§ 1	各种商业网点的布局模型	(225)
§ 2	商业企业经营计划模型	(227)
§ 3	商业部门发展的最优计划模型	(230)
§ 4	职工按工资水平分布的预测模型	(232)
§ 5	居民按收入水平分布的预测模型	(234)
§ 6	居民货币收支表衡表各项目分布的 预测模型	(236)
§ 7	耐用商品需求的预测模型	(239)
7.1	利用逻辑斯蒂函数模拟需求	(239)
7.2	利用对数正态分布模拟需求	(242)
7.3	在调查研究的基础上预测需求量	(243)
第七章	国民经济模型	(246)
§ 1	部门间静态平衡模型	(246)
§ 2	部门间动态平衡模型	(249)
§ 3	考虑基本建设投资时滞的部门间 平衡模型	(253)
§ 4	在全部基本建设投资转为固定资 产条件下的部门间动态平衡模型	(254)
§ 5	生产力布局模型	(257)
§ 6	价格制定模型	(259)
6.1	价格制定平衡模型	(259)

6.2	确定产品价格指数的模型	(260)
6.3	价格的地区级差平衡模型	(261)
6.4	各类价格换算模型	(264)
§ 7	协调部门发展计划和地区发展计划的模型	(266)
§ 8	产品多次综合平衡模型	(274)
§ 9	发展国民经济的经济计量模型	(276)
第八章	经济指标的预测模型	(285)
§ 1	单因子时间序列预测的基础模型	(285)
§ 2	指数修匀法	(292)
§ 3	考虑增长的时间序列预测法	(296)
§ 4	对于单因子时间序列选择较好趋势函数的方法	(296)
§ 5	多因子预测模型	(298)
§ 6	考虑因子时滞的预测模型	(303)
6.1	因子有集中时滞的预测模型	(303)
6.2	分布时滞的多因子模型	(306)
6.3	考虑时滞和因子有相互联系的多因子预测模型	(307)
§ 7	动态预测模型	(309)
§ 8	对于多因子模型选择较好趋势函数的方法	(310)
§ 9	经济指标的分组核算法	(313)
§ 10	可互换经济指标的预测模型	(315)
第九章	数学方法	(318)
§ 1	线性代数方程组	(318)
1.1	线性代数方程组的高斯解法	(318)
1.2	线性代数方程组的约当-高斯解法	(321)
§ 2	线性规划问题	(322)

2.1	线性规划问题的数学模型	(322)
2.2	线性规划问题的西基形式	(327)
2.3	西基型线性规划问题的最优化准则	(328)
2.4	逐步改进方案的(直接)单纯形法	(329)
2.5	基可行方案的求法(有人工变量的单纯形法)	(332)
§ 3	整数线性规划问题	(334)
3.1	一般提法	(334)
3.2	整数线性规划问题的高莫里解法	(335)
§ 4	离散规划	(336)
	分支定界法	(336)
§ 5	运输问题	(339)
5.1	运输方案的最优化准则	(340)
5.2	运输问题的解法	(340)
§ 6	二次指派问题	(344)
6.1	二次指派问题的数学模型和解法	(344)
6.2	推销员问题(再调整问题)	(346)
§ 7	非线性规划	(352)
	梯度法	(354)

第一章 工业企业级模型

在工业生产中，为提高生产的技术水平，提高生产过程的机械化和自动化的水平，为挖掘企业生产经营的内在潜力，为较好地利用资源和销售产品，以及为解决技术经济计划问题等等，制定最合理方案的工作具有重要意义。经济数学模型和电子计算机的应用有助于这些问题的解决。

§ 1 工业企业计划的矩阵模型

产品的生产是在基本车间和辅助车间进行的，在基本车间和辅助车间之间存在技术经济联系。技术操作过程就是由各个零部件装配制成成品的过程，经济过程则是由物质、技术、财政和劳力资源的使用而支付产品生产费用的过程。问题是技术信息和经济信息的相互结合与相互协调，它可以借助矩阵模型来解决。建立在实物指标上的模型称做技术模型，而建立在货币指标上的模型称做经济模型。

〔记号〕

i, j ——产品种类的编号，

$i, j = 1, 2, \dots, n$ ——基本产品的种类的编号，

$i, j = n + 1, n + 2, \dots, m$ ——辅助产品的种类的编号，

a_{ij} ——为生产一件第 j 种产品，第 i 种产品的额定耗用量，

y_i ——最终产品，

x_i ——第 i 种产品的产量，

x_j ——第 j 种产品的产量；

r ——材料、原料、半成品、配套零部件、燃料、电力等种类的编号；

d_{rj} ——为生产一件第 j 种产品，第 r 种物资的额定耗用量；

s ——资产（机器）种类的编号；

f_{sj} ——为生产一件第 j 种产品，第 s 种资产（机时）的额定耗用量；

g ——劳动种类的编号；

t_{gj} ——为生产一件第 j 种产品，第 g 种劳动（工时）的额定耗用量。

〔数学模型〕 数学模型即线性方程组：

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j + y_i = x_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

用高斯消元法解此方程组，即可得基本产品和辅助产品的数量 x_i ，进而求出以下各项的耗用量：

资源耗用量

$$\sum_{j=1}^m d_{rj}x_j = d_r ;$$

资产耗用量

$$\sum_{j=1}^m f_{sj}x_j = f_s ;$$

劳动（工时）耗用量

$$\sum_{j=1}^m t_{gj}x_j = t_g$$

如果 d_r ， f_s ， t_g 超过限量，则应重新安排（即减少）最终产品的产量 y_i ，并求出 x_i 的新值。也可以增加资源的投入。

〔例1〕表1列出了各种消耗定额。基本产品的产量记作 x_1 ，