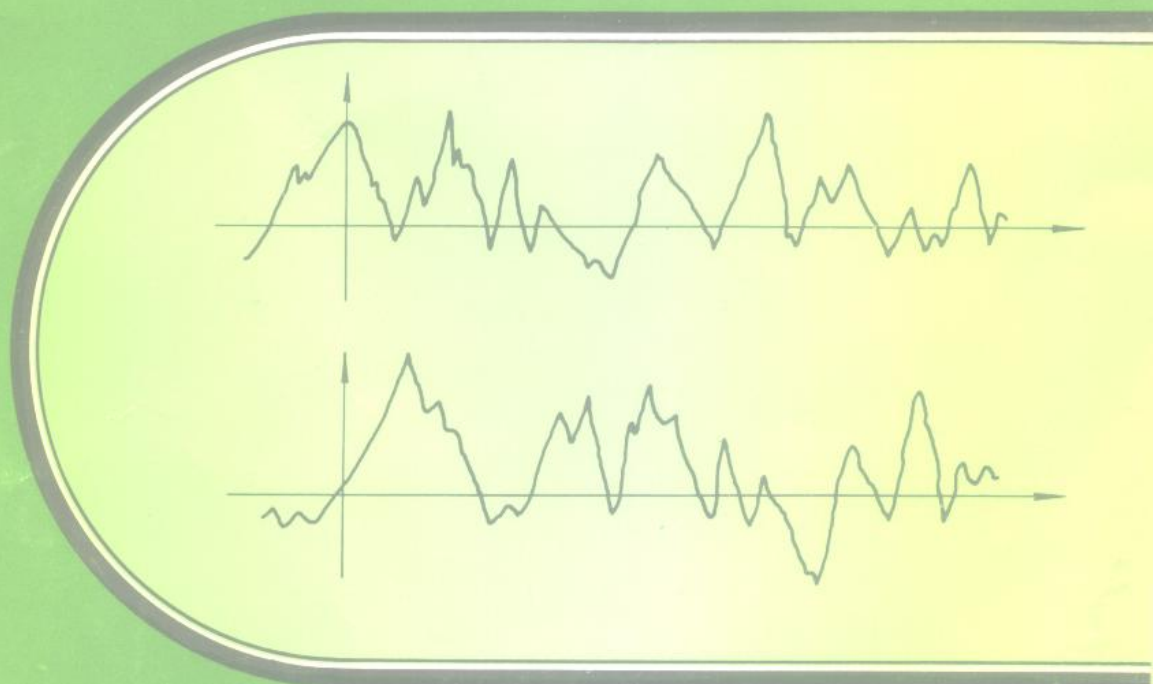


工程测试技术

(第2版)

冯凯昉 主编



西北工业大学出版社



工程测试技术

(第2版)

冯凯昉 主 编

冯凯昉 朱名铨 李晓莹 编
焦生杰 王习温 黄双成



西北工业大学出版社

1997年8月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书共分 13 章,主要包括测试信号分析;测试装置的静、动态特性及性能指标;常用传感器的工作原理、结构特点、测量电路和应用实例;常用记录仪器的结构原理、性能参数及使用要求。

本书可作为高等院校教材,也可供从事测试技术工作的工程技术人员参考。

D704/02

工程测试技术

(第 2 版)

主 编 冯凯昉

责任编辑 张近乐 冯学廉

责任校对 樊 力

*

©1997 西北工业大学出版社出版发行

(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 8493844)

全国新华书店经销

陕西省咸阳市印刷厂印装

ISBN 7-5612-0979-7/TN·58

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:13.375 字数:321 千字

1994 年 3 月第 1 版

1997 年 8 月第 2 版第 2 次印刷

印数:6 001—12 000 册

定价:16.00 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

前 言

测试技术是一门蓬勃发展、富有生命力的综合性技术学科,内容多,涉及面广。

本书在编写过程中,本着学用一致的原则,以组成测试系统的环节为线索,以测试技术的基础知识和有关共性问题为主,既有理论,又有工程实例;既有广度,又有深度;既注重目前情况,又反映近年来科学技术成果和发展趋势。在内容安排上,将传感器与相应的测量电路放在一起,便于讲授,易学易记,避免了前后重复,重点突出,内容连贯。每章内容相对独立,后边附有习题,以供练习。本书用到的数学公式和有关定理,只引用其结论,主要说明其物理意义和应用方法,不做推导。

本书可作为高等院校机械制造、机电一体化和工业自动化等专业的教材,也可供有关工程技术人员参考。

本书由西北工业大学冯凯昉同志主编。参加第2版编写的有西北工业大学冯凯昉(绪论、第七、八、十一、十二章)、朱名铨(第一章)、李晓莹(第三、四章),西安公路交通大学焦生杰(第二、九章),西安石油学院王习温(第五、六章),西北纺织学院黄双成(第十、十三章)。全书由冯凯昉统稿。

本书由西安电子科技大学杨俊教授审阅。在编写过程中部分内容参考了兄弟院校的有关教材,并得到许多同志的关心和帮助,在此表示衷心的感谢。

由于书中涉及的知识面较广,编者水平有限,欠妥之处在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

1997年4月

目 录

绪 论	1
第一章 信号分析基础.....	2
§ 1-1 信号的分类及描述.....	2
§ 1-2 周期信号的频谱.....	4
§ 1-3 非周期信号的频谱.....	8
§ 1-4 随机信号	11
习题一	19
第二章 测试系统的特性	20
§ 2-1 测试系统的静态特性	20
§ 2-2 测试系统的动态特性	23
§ 2-3 不失真测试的条件	33
习题二	34
第三章 电阻应变式传感器	36
§ 3-1 金属电阻应变式传感器	37
§ 3-2 半导体应变式传感器	44
§ 3-3 电阻应变式传感器的应用	46
习题三	55
第四章 电感式传感器	56
§ 4-1 自感式电感传感器	56
§ 4-2 互感式传感器(差动变压器)	63
§ 4-3 电涡流式传感器	67
习题四	72
第五章 电容式传感器	73
§ 5-1 工作原理与特性	73
§ 5-2 测量电路	74
§ 5-3 电容式传感器的应用	76
习题五	82

第六章 压电式传感器	83
§ 6-1 压电效应及压电材料	83
§ 6-2 测量电路	85
§ 6-3 压电式传感器及其应用	86
习题六	92
第七章 光电式传感器	93
§ 7-1 光敏电阻	93
§ 7-2 光电二极管和光电三极管	95
§ 7-3 光电池	99
§ 7-4 光电传感器的应用	100
§ 7-5 新型光电传感器	107
习题七	112
第八章 光纤传感器	113
§ 8-1 光纤的结构和传光原理	113
§ 8-2 光纤传感器的工作原理及组成	116
§ 8-3 光纤传感器的应用	118
习题八	123
第九章 半导体磁敏传感器	124
§ 9-1 霍尔元件	124
§ 9-2 磁阻元件	129
§ 9-3 磁敏二极管和磁敏三极管	132
习题九	136
第十章 气、湿敏传感器	138
§ 10-1 半导体气敏传感器	138
§ 10-2 湿敏传感器	147
习题十	153
第十一章 热电传感器	154
§ 11-1 概述	154
§ 11-2 电阻式温度传感器	156
§ 11-3 热电偶	162
§ 11-4 温度传感器的发展现状	170
习题十一	175

第十二章 数字式传感器	176
§ 12-1 计量光栅	176
§ 12-2 感应同步器	182
§ 12-3 编码器	187
习题十二	190
第十三章 记录仪器	192
§ 13-1 光线示波器	192
§ 13-2 函数记录仪	197
§ 13-3 磁带记录仪	199
§ 13-4 波形存储示波器	204
习题十三	205
参考文献	206

绪 论

测试技术是一门新兴的、蓬勃发展的、富有生命力的综合性技术学科,广泛应用于国民经济各个领域。

人类在生产活动和科学试验中离不开测试技术,在进入信息社会的今天,人们对信息的提取、处理、传输等要求更加迫切。研究测试技术的主要目的有以下几点:(1) 为了监视或控制生产过程的运行,实现生产自动化;(2) 鉴定产品的质量,为设计提供数据;(3) 正确进行计量,提高产品质量和生产效率;(4) 进行环境保护,减灾防灾,预报事故。正因为如此,测试技术在科学研究和工业生产等领域起着越来越重要的作用。

在机床、车辆、飞机、船舶、兵器等机械制造工程部门,从产品的设计、制造到保证产品的正常使用和运转,都与测试技术分不开。为了验证设计原理、选择设计方案、鉴定产品质量、解决产品使用过程中发现的问题,往往需要对产品进行静态或动态试验,以便获得必要的技术数据。产品必须经过试验研究,取得可靠数据,才能使设计的产品建立在坚实的科学基础上。

随着科学技术和生产的发展,对测量的精度和速度,尤其是对动态量的测量和远距离测量提出了更高的要求。为了实现对高精度动态量的检测,就必须寻求新的测量方法。通常都是把被测的非电量,通过传感器变换成电信号再进行测量,这就是非电量电测技术。

测试技术的发展与生产和科学技术的发展是紧密相关不可分离的,它们互相依赖、互相促进。现代测量仪器和信号处理方法是科学研究的成果,而先进的检测仪器和设备,又给科学研究提供了有力的工具和先进的手段,从而促进了科学技术的发展。

测试技术是一门随着现代技术的发展而迅猛发展的技术,各种学科领域的新成就,如新材料、新工艺、新技术等,常常首先反映在测试方法和测试设备的改进中。例如新型半导体材料及光纤出现后,随即出现了一系列对力、热、光、磁等物理量或化学成份特别敏感的传感器;微电子学的发展,才有可能把某些电路或微处理器和传感器探测部分做成一体,从而使传感器具有检测—识别—记忆功能的智能传感器;计算机技术的发展和微机的应用,使测试技术发生了根本性的变化,利用计算机的硬件和软件可以实现实时检测,实现测试和数据处理一体化,使检测速度和精度大大提高,检测功能得到扩展。

测试技术已遍及国防、科研、机械工程、石油、化工、医疗、建筑、农林、生活等各个领域,它可以给人们带来巨大的经济效益和促使科学技术飞跃发展,在国民经济中占有极其重要的地位。

由于测试目的和要求不同,测试对象又是千变万化的,因此,组成的测试系统、采用的传感器及其工作原理也各不相同,它涉及到机械、光学、电学、声学、热工、数字技术、控制理论等多种学科,本书仅就测试技术的基础知识、常用传感器以及非电量电测方面的有关知识加以介绍。通过本课程的学习,使学生对测试系统有一个完整的概念,能正确地选用测试装置,掌握测试所需要的基本知识和技能。

测试技术是一门实践性很强的课程,除理论教学外,还应开设必要的实验课,只有这样,才能深化课堂内容,使学生真正掌握有关知识。

第一章 信号分析基础

信号分析是从信号中提取有用信息的方法,信号分析技术是现代测试技术的重要组成部分,也是分析研究测试系统的依据。

本章主要介绍频谱分析、相关分析和功率谱分析的基本概念,介绍信号频带宽度的确定方法,为正确选用和设计动态测试仪器提供依据。

§ 1-1 信号的分类及描述

一、信号的分类

一般信号都是随时间变化的时间函数,因此,可以根据信号随时间变化的规律将信号分为确定性信号和随机信号。

(一) 确定性信号

确定性信号是指可以用精确的数学关系式来表达的信号。给定一个时间值就可以得到一个确定的相应函数值。确定性信号根据它的波形是否有规律地重复可分为周期性信号和非周期性信号。

周期性信号是按一定周期 T 重复的信号。简谐信号是最简单的周期信号,任何周期信号都可以看作是简谐信号的合成。

非周期信号没有重复周期。非周期信号包括瞬态信号和准周期信号两类。

准周期信号是由有限个简谐信号合成的一种非周期信号。设信号 $x(t)$ 由两个简谐信号合成,即

$$x(t) = A\sin 2t + B\sin(\sqrt{3}t + \theta)$$

两个简谐信号的角频率分别为2和 $\sqrt{3}$,它们的周期分别为 π 和 $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 。由于两个周期没有最小公倍数,或者说由于两个角频率的比值为无理数,它们之间没有一个共同的基本周期,所以信号 $x(t)$ 是非周期的,但它又是由简谐信号合成的,故称之为准周期信号。

确定性信号也可以按照它的取值情况分为连续信号和离散信号。连续信号是指:在某一时间间隔内,信号的幅值可以取连续范围内的任意数值。这样的连续时间函数所表示的信号就是连续信号。常见的信号大都属于这一类(如图1-1中(a),(b),(c),(d),(e)所示)。离散信号的离散性可以表现在时间或幅值上,例如每天中午测量1次室温,则测量记录的温度信号就是离散信号,而经过测试系统量化后在时间和幅值上都是离散的信号,称为数字信号。

(二) 随机信号

不能用精确的数学关系式来表达,也无法确切地预测未来任何瞬间的精确值的信号,称为随机信号。对于随机信号虽然也可以建立某些数学模型进行分析和预测,但只能是在概率统计意义上的近似描述,这种数学模型称为统计模型。

确定性信号和随机信号之间并不是截然分开的,通常确定性信号也包含着一定的随机成分,而在一定的时间内,随机信号也会以某种确定的方式表现出来。判断一个信号是确定性的还是随机的,通常是以通过实验能否重复产生该信号为依据。如果一个实验重复多次,得到的信号相同(在实验误差范围内),则可认为是确定性信号,否则为随机信号。

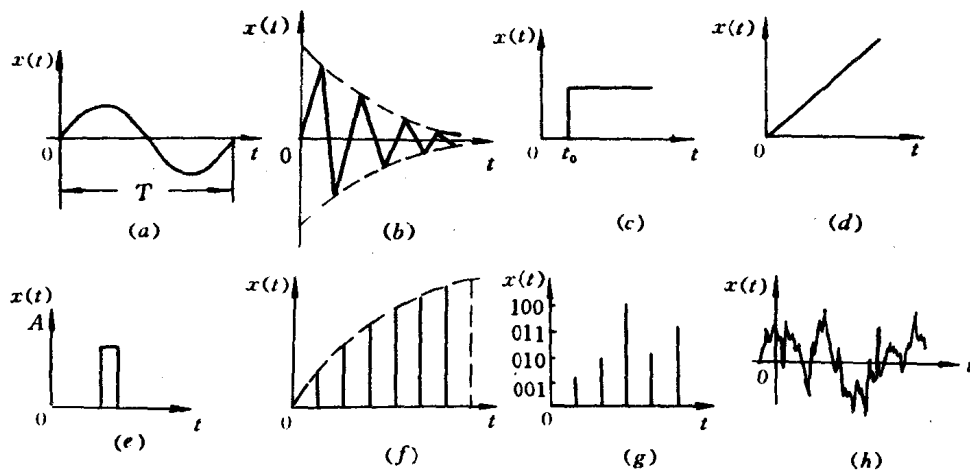


图 1-1 各种信号波形图

(a) 简谐信号 (b) 衰减振荡信号 (c) 阶跃信号 (d) 斜波信号
(e) 脉冲信号 (f) 时间离散信号 (g) 数字信号 (h) 随机信号

二、信号的描述

任何一个信号都可以用时域和频域进行描述。表征信号的幅值随时间的变化规律称信号的时域描述,而频域描述是研究信号的频率结构,即组成信号的各频率分量的幅值及相位的信息,例如周期性方波可以看成是由一系列频率不同的正弦波叠加而成。

从时域图形中可以知道信号的周期、峰值和平均值等,可以反映信号变化的快慢和波动情况。用时域描述比较直观、形象,便于观察和记录。由频域描述的图形——频谱图中可以研究其频率结构。例如对振动信号进行频谱分析,可以从频谱图中看出该振动是由哪些不同的频率分量组成的,各频率分量所占的比例,以及哪些频率分量是主要的,从而找出振动源,以便排除或减小有害振动。

时域分析和频域分析是分析信号的两个方面,二者之间有着密切的关系并互为补充。例如信号重复周期的倒数就是基波频率,即 $1/T = f_0$ 。时域中脉冲信号的上升时间和脉宽决定了频域中组成脉冲信号的高频分量的多少,所以,时域描述和频域描述是一个信号在不同域中的两种表示方法。

§ 1-2 周期信号的频谱

一、周期信号的分解

正弦信号是简谐信号,而锯齿波、三角波、方波等都是非简谐信号。简谐信号是最简单的和最重要的周期信号。任意一个周期信号可以用简谐信号来表达,两者之间联系的桥梁是傅里叶级数,所以傅里叶级数是周期信号分析的理论基础。

任何一个周期信号在满足狄里赫利条件时,都可以展开成傅里叶级数。

(一) 三角傅里叶级数

周期信号 $x(t)$ 的三角傅里叶级数表达式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-1)$$

式中 ω_0 —— 基波角频率, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$;

T —— 信号周期;

n —— 正整数;

a_0, a_n, b_n —— 傅里叶系数;傅里叶系数可由下式计算

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

将式(1-1)中正弦、余弦项合并,可得

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \quad (1-3)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

式(1-1)和式(1-3)表明周期信号可以用一个常值分量 a_0 和无限多个谐波分量之和表示。其中 $A_1 \cos(\omega_0 t - \varphi_1)$ 为一次谐波分量(或称基波)。基波的频率与信号的频率相同,高次谐波的频率为基频的整数倍。高次谐波又可分为奇次谐波(n 为奇数)和偶次谐波(n 为偶数)。这种把一个周期信号 $x(t)$ 分解为一个直流分量 a_0 和无数个谐波分量之和的方法称为谐波分析法或傅里叶分析法。

(二) 复数傅里叶级数

傅里叶级数也可以写成复指数函数形式。根据欧拉公式

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (1-4)$$

得

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

代入式(1-1)得

$$\begin{aligned} x(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \frac{1}{2}(e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}) + b_n \frac{-j}{2}(e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}) \right] \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n - jb_n)e^{jn\omega t} + \frac{1}{2}(a_n + jb_n)e^{-jn\omega t} \right] \end{aligned}$$

令

$$C_0 = a_0$$

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

可得

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} C_n e^{jn\omega t} + \sum_{n=1}^{+\infty} C_{-n} e^{-jn\omega t} \quad (1-5)$$

如果把式(1-5)第三项中 n 值取为从 -1 到 $-\infty$, 得到

$$\sum_{n=1}^{+\infty} C_{-n} e^{-jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{-1} C_n e^{jn\omega t}$$

代入式(1-5)并合并各项则得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-6)$$

式(1-6)为傅里叶级数的复数形式。该式表明,周期信号可分解成无限多个指数分量之和。由欧拉公式可知,简谐波信号可以用两项分别具有正负指数的项相加表示。因此,在复指数函数表示法中周期信号就由一组具有正负指数的函数组成。

将 a_n, b_n 代入式(1-6)中得

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega t} dt \quad (1-7)$$

C_n 称为复数傅里叶系数,它的模和相角表示 n 次谐波的振幅和相位,即

$$\left. \begin{aligned} |C_n| &= \frac{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{2} = \frac{A_n}{2} \\ \varphi_n &= \operatorname{arctg} \frac{-b_n}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由于式(1-6)中谐波次数 n 值可正可负,因此势必会有 $(-\infty)$ 出现,这是因为从实数形式的傅里叶级数过渡到复数形式的傅里叶级数,用复数表示正弦和余弦,所以 $(-\infty)$ 完全是由于用复数表示所引起的,无实际意义。

例 1-1 图 1-2 所示方波的函数表达式为

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -1 & -\frac{T}{2} < t < 0 \end{cases}$$

试将其分解为傅里叶级数。

解 因为函数波形对称原点,所以是一个奇函数,因而 $a_0 = a_n = 0$ 。

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \\
 &= 2 \times \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin n\omega_0 t dt \\
 &= \frac{4}{T} \left[-\frac{1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \right]_0^{\frac{T}{2}} \\
 &= \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) = \begin{cases} 0 & n \text{ 为偶数} \\ \frac{4}{n\pi} & n \text{ 为奇数} \end{cases}
 \end{aligned}$$

代入式(1-1)得

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{4}{\pi} \sin \omega_0 t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega_0 t + \frac{4}{5\pi} \sin 5\omega_0 t + \dots \\
 &= \frac{4}{\pi} \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4}{3\pi} \cos \left(3\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4}{5\pi} \cos \left(5\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \dots \quad (1-9)
 \end{aligned}$$

二、周期信号的频谱

由上述可知,利用傅里叶级数能确切地表达信号分解的结果,但不直观。为了既简单又明瞭地表示一个信号中包含了哪些频率分量及各分量占的比例大小,通常用频谱图来表示。

以频率(或圆频率)为横坐标,幅值 A_n 或相角 φ_n 为纵坐标所作的图称为频谱图。频谱图通常包括幅频谱图($A_n - \omega$ 图)、相频谱图($\varphi_n - \omega$ 图)两部分,图 1-3 为周期性方波的频谱图。图中的线段称为谱线,每条谱线代表一个谐波分量。由于方波的偶次谐波幅值为零,所以图中只有奇次谐波。

信号各谐波分量的相角 φ_n 与信号在时间轴上的位置有关。将信号沿时间轴移动将会引起相角 φ_n 的变化,但各谐波分量相位角的差值不变。例如方波各谐波相位角 φ_n 可以是零,也可以是 $\frac{\pi}{2}$ 或其它值,但它们的相位角相等,其相位谱由一组等高的谱线组成。

由频谱图可以看出周期信号的频谱具有如下几个特点:

- (1) 频谱是由不连续的谱线组成,每条谱线代表一个谐波分量。这种频谱称为离散频谱。
- (2) 谱线之间的间隔等于基波频率 ω_0 的整数倍。即频谱中的每一条谱线只能出现在基波频率 ω_0 的整数倍上,各谐波的频率 $n\omega_0$ 都是基波频率的整数倍。
- (3) 工程中常见的周期信号,其谐波幅度总的趋势是随谐波次数的增高而减小的。

从理论上讲,一个周期信号可以利用傅里叶级数分解成无穷多个或有限个谐波分量。但实际应用中不可能取无穷多项,只能取有限项近似地表示,这就不可避免地带来误差。例如,方波

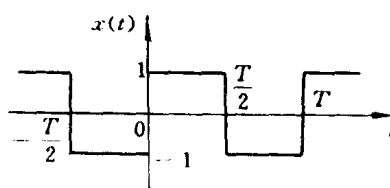


图 1-2 方波信号波形

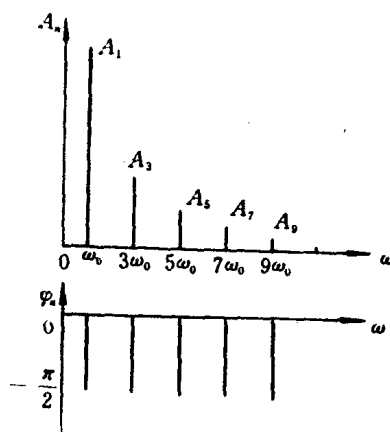


图 1-3 周期性方波频谱图

的傅里叶展开式为式(1-9),图1-4为谐波项数的多少与方波近似程度示意图。图中阴影线部分为误差部分,可以看出谐波分量越多,叠加后的波形越接近实际信号的波形。

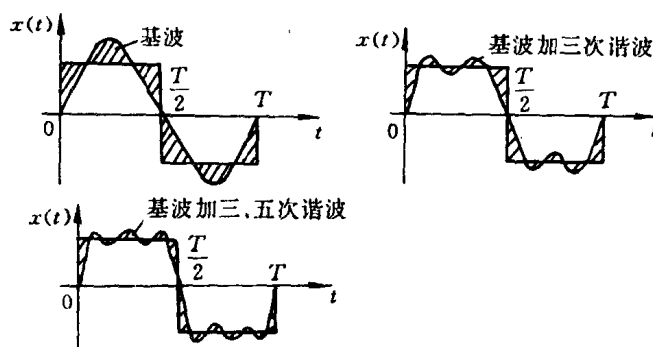


图 1-4 谐波项数与方波近似程度

因为谐波的幅度总趋势是随谐波次数的增高而减小的,信号的能量主要集中在低频分量,所以谐波次数过高的那些分量,所占能量很少,高频分量可忽略不计。那么应当取多少项合适呢?工程上提出了一个信号频带宽度的概念。信号频宽的大小与允许误差的大小有关。通常把频谱中幅值下降到最大幅值的 $1/10$ 时所对应的频率作为信号的频宽,称为 $1/10$ 法则。

信号的频宽也可以根据信号的时域波形粗略地确定。表 1-1 为常见周期信号的波形及其频带宽度。可以看出,对于有突跳的信号(如序号为 1、3 的波形),其频带宽度较宽,可取其基频的 10 倍为频宽,对于无突跳的信号(如序号为 2、4 的波形),其信号变化较缓,频宽较窄,可取基频的 3 倍为频宽。

表 1-1 常见周期信号的波形及其频宽

序 号	1	2	3	4
波 形				
频 宽	$10\omega_0$	$3\omega_0$	$10\omega_0$	$3\omega_0$

在选择测量仪器时,测量仪器的工作频率范围必须大于被测信号的频宽,否则将会引起信号失真,造成较大的测量误差。因此,在设计或选用测试仪器前必须了解被测信号的频带宽度。

三、周期信号的强度

周期信号的强度用其峰值、均值、有效值和平均功率来表述。如图 1-5 所示。

(一) 峰值

$$x_F = |x(t)|_{\max} \quad (1-10)$$

即信号的最大瞬时值。

(二) 均值

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-11)$$

为信号的常值分量,表示信号的静态分量,反映了信号 $x(t)$ 在一个周期内的平均值。

(三) 有效值(或均方根值)

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-12)$$

为信号的有效值(均方根值),它反映了信号的功率大小。

(四) 平均功率(或均方值)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-13)$$

为信号的均方值,表示信号能量的大小。

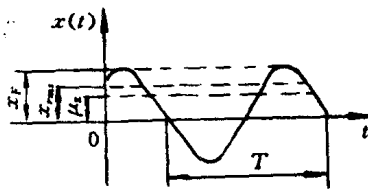


图 1-5 周期信号的强度

§ 1-3 非周期信号的频谱

一、频谱密度函数

当周期信号的周期趋于无限大时,周期信号将演变成非周期信号。因此,非周期信号的频谱也可由周期信号的频谱导出。

如前所述,周期信号的指数函数表达式为式(1-6)。当周期 $T \rightarrow \infty$ 时, $n\omega_0 \rightarrow \omega$, $\omega_0 \rightarrow \Delta\omega$, $\Delta\omega$ 为无穷小量,即 $n\omega_0$ 的取值间隔为无穷小,所以 $n\omega_0$ 由离散量变成连续量,周期信号变为非周期信号。现用 ω 代替 $n\omega_0$,则式(1-6)可写成

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} \Delta\omega$$

当 $T \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow d\omega$, $\sum \rightarrow \int$,则有

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega$$

将方括号中的部分用符号 $X(\omega)$ 表示,则有

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-14)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-15)$$

周期信号的频谱是离散的,谱线间的间隔为 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 。当信号周期趋于无限大时,周期信号就演变为非周期性信号,谱线间的间隔趋于无限小量 $d\omega$,非连续变量 $n\omega_0$ 变成连续变量 ω , T 用 $\frac{2\pi}{d\omega}$ 代替,求和运算变成求积分运算。

式(1-14)称为傅里叶变换(FT),式(1-15)称为傅里叶反变换(IFT),二者合称傅里叶变换对。傅里叶变换是将时域函数变换为频域函数。 $X(\omega)$ 表示角频率为 ω 处的单位频带宽度内

频率分量的幅值与相位,称为函数 $x(t)$ 的频谱密度函数(或简称频谱函数)。

频谱密度函数为复数,复数形式为

$$X(\omega) = |X(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

$$|X(\omega)| = \sqrt{X_R^2(\omega) + X_I^2(\omega)} \quad \varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{X_I(\omega)}{X_R(\omega)}$$

式中 $|X(\omega)|$ —— 幅频谱函数;

$\varphi(\omega)$ —— 相频谱函数;

$X_R(\omega)$ 、 $X_I(\omega)$ —— 分别为频谱密度函数的实部和虚部。

总之,非周期信号的频谱可由傅里叶变换得到,它是频率的连续函数,故频谱为连续谱。

例 1-2 求如图 1-6 所示矩形脉冲函数的频谱

$$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau \\ 0 & |t| > \tau \end{cases}$$

解 根据傅里叶变换,其频谱函数为

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\tau}^{+\tau} e^{-j\omega t} dt \\ &= -\frac{1}{j\omega} [e^{-j\omega t}]_{-\tau}^{\tau} = \frac{1}{j\omega} [e^{j\omega\tau} - e^{-j\omega\tau}] \\ &= \frac{2}{\omega} \sin\omega\tau = 2\tau \frac{\sin\omega\tau}{\omega\tau} \end{aligned}$$

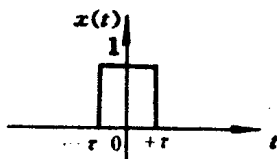


图 1-6 矩形脉冲函数

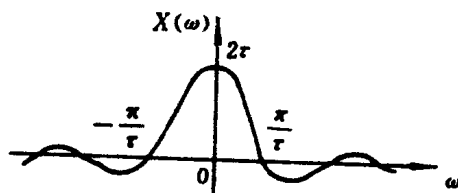


图 1-7 矩形脉冲的频谱

故频谱如图 1-7 所示。

当 $\omega = 0$ 时, $X(\omega)$ 取得最大值,即

$$X(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} 2\tau \frac{\sin\omega\tau}{\omega\tau} = 2\tau$$

当 $\omega = \frac{n\pi}{\tau}$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) 时, $X(\omega) = 0$ 。

由矩形单脉冲函数的频谱可以得出如下重要结论:

- (1) 如果脉冲宽度 τ 很大,信号的能量将大部分集中在 $\omega = 0$ 的附近(图 1-8(a))。
- (2) 当脉冲宽度不断增大,在极限情况下, $\tau \rightarrow \infty$, 脉冲信号变成直流信号,频谱函数成为 $\omega = 0$ 的一条直线(图 1-8(b))。
- (3) 当脉冲宽度 τ 减小时,频谱中的高频分量增加,信号频带宽度增大(图 1-8(c))。
- (4) 对于无限窄的脉冲,即当 $\tau \rightarrow 0$ 时,频谱函数 $X(\omega)$ 变成一条平行于 ω 轴的直线,并扩展到全部频率范围,信号的频带宽度趋于无限大(图 1-8(d))。这就是为什么可以采用冲击试验来代替正弦试验的原因。

对非周期信号来说,信号频率可以取频谱图中第1次过零点的频率,如例1-2所示的矩形脉冲函数,其频宽的角频率为 $\frac{\pi}{\tau}$ (rad/s),或 $1/2\tau$ (Hz)。因此,在选择测量仪器时,如果被测信号是一个窄脉冲,那么测量仪器就必须有较宽的工作频率范围。

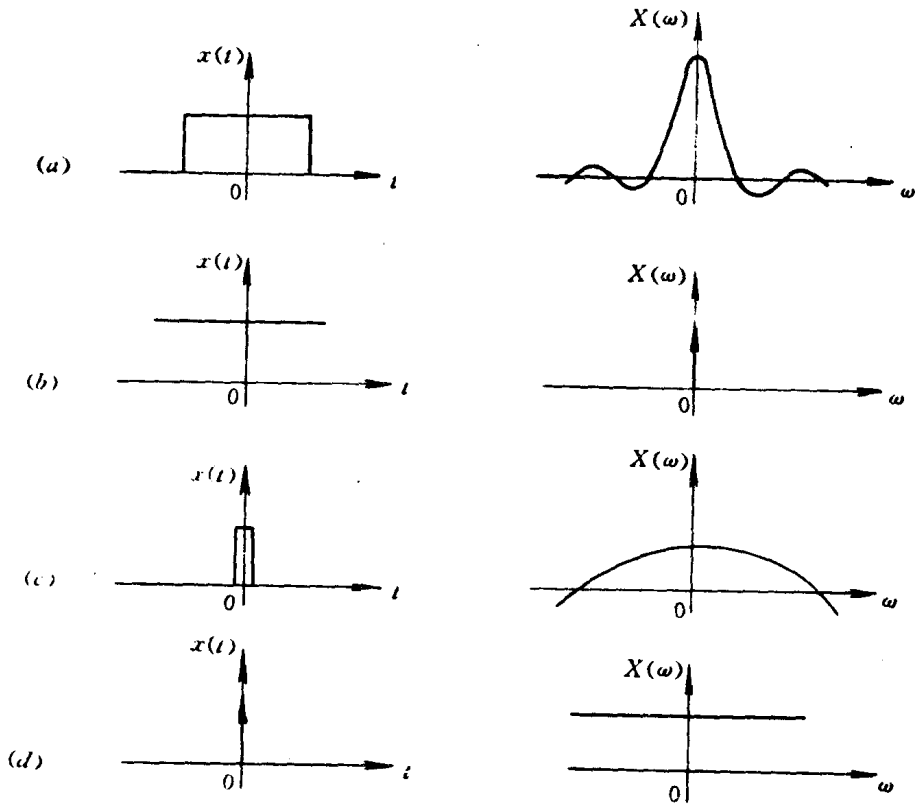


图 1-8 脉冲宽度与频谱的关系

二、傅里叶变换的主要性质

傅里叶变换是信号分析的一种重要数学工具,为了进一步认识信号的时域描述与频域描述之间的关系,下面将简单介绍一下傅里叶变换的主要性质。

(一) 线性叠加性

若 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的傅里叶变换分别为 $X_1(\omega)$ 和 $X_2(\omega)$, 则

$$a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \xrightarrow{\text{FT}} a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$$

(二) 对称性

若 $x(t) \xrightarrow{\text{FT}} X(\omega)$

则

$$X(t) \xrightarrow{\text{FT}} 2\pi x(-\omega)$$

对称性表明:若时域信号 $X(t)$ 与频谱函数 $X(\omega)$ 有相同波形,则 $X(t)$ 的频谱为 $2\pi x(-\omega)$, 它与 $x(t)$ 有相似的波形。