

随机控制理论导论

〔瑞典〕 K. J. 奥斯特隆姆 著

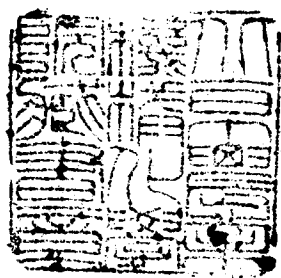
科学出版社

随机控制理论导论

〔瑞典〕K. J. 奥斯特隆姆 著

潘裕焕 译

贺建勋 校



科学出版社

1983

JS46/20

内 容 简 介

本书是目前国际上随机控制理论方面公认的一本好书，在相当的理论高度上指导实际应用。本书共十一章：前三章介绍随机过程及随机状态模型等预备知识。后八章分别论述输入为随机过程的动态系统分析、参数最优化、最小方差控制策略、滤波和预报、以二次性能指标为判别准则的线性系统的随机控制和分离定理、马尔柯夫链的控制、非线性随机控制、自校正调节器等问题，并且还就离散时间及连续时间两种情况进行了讨论。其中第九章至第十一章是K.J.奥斯特隆姆教授1980年4月来北京讲学时新增添的内容。

本书可供大专院校信息与控制专业作参考教材，也可供相应领域的教师、科学工作者和工程技术人员参考。

K.J. Åström
INTRODUCTION TO STOCHASTIC
CONTROL THEORY
Academic Press, 1970

随机控制理论导论

〔瑞典〕K.J.奥斯特隆姆 著

潘裕焕 译

贺建勋 校

责任编辑 刘兴民 袁放尧

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1983年1月第一版	开本:850×1168 1/32
1983年1月第一次印刷	印张:12 1/4
印数:0001—7,100	字数:321,000

统一书号:15031·461

本社书号:2917·15-8

定价:2.30元

中 译 本 序

以状态变量为出发点的现代控制理论在国际上创始于本世纪五十年代末，现代控制理论中的确定性系统的最优控制理论很引人注意。但不带干扰的确定性控制系统只是现实控制系统的比较简单的理想化。这种最优控制理论尽管在理论上值得注意，但往往受到实用方面的人们的非难，自有其内在的原因。

对于现实控制系统更确切的描述应是带干扰的系统。特别是干扰的统计性能事先能知道的情况，即带随机干扰的控制系统比确定性系统更好地摹写了现实。线性二次高斯系统，即用二次性能指标的带高斯型随机干扰（噪声）的线性系统的理论在六十年代已研究得较透，不仅在理论上发展得较成熟和完整，而且在实际上也已获得广泛的应用。1971年美国IEEE Transactions的自动控制期刊出版了线性二次高斯系统的专号，反映了这种理论及其应用发展成熟的程度。

对于线性二次高斯系统的情形，先从观测估计出系统的状态，然后用状态的估计值作反馈实现控制，这种先估计（滤波）后反馈（控制）分两步走的做法的根据叫做分离原理。这个原理在理论上已有完全严格的证明，在实用上提供了方便。由于这种带随机干扰的系统是真实控制系统的更确切描述，所以线性系统理论在实际中最起作用的并非确定性线性系统，而是这种线性二次高斯系统的理论。这种理论在国外，都已在国防和工业上获得了广泛而有效的应用。在我国，由于大家的努力，近年来也在某些应用方面取得了可喜的成绩。

在这种情况下，一本适合作高等学校教材的随机控制理论的书藉已成为十分迫切的需要。瑞典学者K. J. Åström教授所著

《随机控制理论导论》一书正是满足这种需要的一本好书。

K. J. Åström 是国际上享有盛名的控制理论学者，他在多变量线性系统、随机控制、系统测辨与自适应控制等几个方面的理论都曾做出了重要的贡献；此外他又把这些理论成功地用于导弹控制、惯性导航、船舶自适应自动驾驶仪以及多方面的工业控制上，并获得显著效果。他在国际上知名的控制理论学者当中，是把理论与实践结合得最好的一位。一九七八年十二月我访问瑞典时，曾在 Lund 和他做了较深入的讨论和交谈。他对控制理论当前发展趋向的见解以及理论与实践相结合的观点给我以深刻的印象。他不仅在瑞典培养出了不少年轻出色的控制理论学者，而且他在整个北欧乃至国际上都有相当大的影响。他的这部书《随机控制理论导论》不但在瑞典大多数高等学校里，也在其他国家的高等学校里被用做现代控制理论的标准教材。

Åström 教授既是一个善于把理论应用在自动控制实践上的工程学者，又是一个应用数学家——他担任过一届瑞典皇家工程科学院应用数学研究所学术委员会的主任。他本人的这一特点也体现在他所写的这部书中，他既注意了理论的严谨性，又注意了各种应用的实例。当然，这部书没有按照纯数学家那样追求数学上完全的严格性，因为那样会使工程技术人员无法接近这部书，而限制了此书的作用。但同时作者不采取纯形式演算的作法，以免会引出不正确的结果。尽管书中对有些关键性定理不给出证明，但还是把严格的概念交代得很清楚。作者对待严格性的这种态度也是很正确的。

当前我国自动控制界的广大科学技术人员正在热情地学习现代控制理论并努力把这种理论应用于我国的工程实践中去。相信将 Åström 教授这本书翻译成中文出版将会对我国现代控制理论的发展起到很好的作用。

关肇直

1979年12月19日于北京

著者为中译本写的序

本书写于1969年,从那时候起该书就一直在隆德工学院(Lund Institute of Technology)作为随机控制理论研究生课程的教材。在此期间这门课程的材料已经有所扩充。对最小方差控制的最小相位条件作了更为广泛的讨论。最小方差控制还被推广到多变量的场合。在讲课的终了我还对非线性随机控制理论作了介绍。我非常高兴地看到本书将译成中文出版。我特别高兴的是中译本将把那些增添的材料包含进去。因此在中译本中第六章比原来的有所扩充。另外还增添了三章新的内容讨论非线性问题,第九章讨论马尔柯夫链的控制,第十章简述一般的非线性随机控制理论,第十一章为自校正调节器。我希望新的几章将使学生增加对随机控制理论的理解。本书新增添的部分是我在访问北京期间编的,当时我正好有机会在中国科学院系统科学研究所讲授随机控制理论。我愿借此机会感谢关肇直教授,感谢他诚挚的邀请和热情的款待。我还要感谢我的中国朋友们,感谢他们在讲课期间对于该课程的兴趣并提出许多很好的意见。最后我还要感谢潘裕焕先生仔细地翻译了本书。

Karl Johan Åström

1980年4月17日于北京

原 序

本书的目的是介绍随机控制理论——分析、参数最优化和最优随机控制。我们只限于处理具有二次准则的线性系统。既考虑离散时间系统，也考虑连续时间系统。

前三章提供的是关于随机过程的引导性和背景性的材料。第四章专门分析输入为随机过程的动态系统。第五章论述参数最优化问题。第六章讨论随机系统最优控制问题的一个简单情况；这一章还包含了该理论在工业应用方面的一个例子。第七章包括滤波和预报理论。第八章处理具有二次准则的线性系统的一般随机控制问题。

在每一章中我们都是首先讨论问题的离散时间形式，然后转入问题的连续时间形式。连续时间的问题无论在分析上或者在概念上都要困难得多。第六章是个例外，它只处理离散时间系统。

这本书有几种不同的用法：

- 用作偏重于应用的短期课程，包括第一章，第二章的概述，第三章及第四章的第1、2、3节，第五章的第1、4节，第六章，第七章及第八章的概述。
- 用作离散时间随机控制的导论性课程，包括上述各章节，再加第五章第2节，第七章1至5节，第八章1至6节。
- 全书作为离散时间过程和连续时间过程的随机控制的课程。

使用本书要求预先学一些课程。其中有：数学分析，概率论（最好也包含随机过程的基本原理，但并不是必要的），以及动态系统的课程（包括连续时间系统及离散时间系统的频率响应法和状态空间法）。对熟悉线性二次型准则系统的确定性最优控制理论的读者，会更深刻地进一步理解本书所讨论的问题，虽然这些知

识对于阅读本书来讲并不是绝对必要的。

本著作是以 1962 年到 1969 年间为工业界和科学界的听众举办的讲座的笔记为基础扩充而成的。1963 年在加利福尼亚州圣约瑟和纽约州约克城海茨的 IBM 研究实验室所举办的讨论班上已有一个初步的文本。1964 年和 1965 年在瑞典斯德哥尔摩的皇家技术学院，IBM 诺迪克实验室和国防研究所给出了一个扩充的文本。这分材料的一部分已在 1965 年以来的瑞典隆德工学院的研究班上使用。全部原稿是在 1968—1969 科学年中于隆德工学院作为随机控制研究生的课程而写的。

目 录

中译本序	i
著者为中译本写的序	iii
原序	iv
第一章 随机控制	1
1. 引言	1
2. 反馈控制理论	1
3. 如何表示扰动的特征	5
4. 随机控制理论	7
5. 本书内容的概要	9
文献和注记	12
第二章 随机过程	14
1. 引言	14
2. 随机过程的概念	14
3. 一些特殊的随机过程	18
4. 协方差函数	26
5. 谱密度的概念	30
6. 随机过程的分析	37
文献和注记	48
第三章 随机状态模型	50
1. 引言	50
2. 离散时间系统	50
3. 随机差分方程的解	53
4. 连续时间系统	58
5. 随机积分	66
6. 线性随机微分方程	73
7. 非线性随机微分方程	81

8. 随机演算——伊藤微分法则	85
9. 用随机微分方程作物理过程的模型	90
10. 采样随机微分方程	94
文献和注记	100
第四章 输入为随机过程的动态系统分析	104
1. 引言	104
2. 离散时间系统	105
3. 离散时间过程的谱分解	113
4. 输入信号为随机过程的连续时间系统的分析	119
5. 连续时间过程的谱分解	123
文献和注记	128
第五章 参数最优化	131
1. 引言	131
2. 离散时间系统损失函数的计算	132
3. 连续时间系统损失函数的计算	146
4. 离散时间系统状态变量的重构	163
5. 连续时间系统状态变量的重构	172
文献和注记	179
第六章 最小方差控制策略	182
1. 引言	182
2. 简例	183
3. 离散时间平稳过程的最优预报	185
4. 最小方差控制策略	201
5. 最优系统的灵敏度	211
6. 工业上的一个应用	226
文献和注记	248
第七章 预报和滤波理论	250
1. 引言	250
2. 预报和估计问题的表达形式	251
3. 预备知识	259
4. 离散时间系统的状态估计	268
5. 对偶性	282

6. 连续时间过程的状态估计	286
文献和注记	300
第八章 线性随机控制理论	305
1. 引言	305
2. 问题的表达形式	306
3. 预备知识	308
4. 完全状态信息	313
5. 不完全状态信息(一)	320
6. 不完全状态信息(二)	331
7. 连续时间问题	341
文献和注记	349
第九章 马尔柯夫链的控制	351
1. 引言	351
2. 数学模型	351
3. 最优滤波	352
4. 最优控制	353
5. 一个例子	357
参考文献	359
第十章 非线性随机控制	360
1. 引言	360
2. 数学模型	360
3. 最优滤波	362
4. 最优控制	365
5. 带有随机参数的线性系统	366
参考文献	373
第十一章 自校正调节器	374
1. 引言	374
2. 数学模型	374
3. 一个简单的自校正调节器	375
4. 分析	378
5. 结论	380
参考文献	381
译后记	382

第一章 随机控制

1. 引言

作为导引性的这一章，打算介绍随机控制理论是怎样发展起来的。第2节简要地讨论了控制理论的发展。特别强调确定性控制理论。这个理论的主要局限性是它没有指明开环系统和闭环系统之间的固有差别。这主要是由于在确定性控制理论的结构中扰动基本上是被忽略掉的。第3节讨论了在表征扰动时的困难。第4节给出了随机控制理论发展的概况和最重要的结果。第5节介绍了本书各章的内容。

2. 反馈控制理论

最初，为了找到控制系统的分析和综合工具，促使控制理论发展了起来。早先的发展是与离心调速器、工业过程的简单调节装置、电子放大器、以及火力控制系统有关的。当理论发展起来后，才知道这些工具能用于许多各式各样的系统，技术系统或非技术系统都行。应用数学各个分支的许多结果在整个控制理论的发展过程中都被采用。控制问题也使应用数学产生了新的成果。

早期的发展特别强调以劳斯-霍尔维茨 (Routh-Hurwitz) 定理这一类结果为基础的稳定性理论。这个定理是理论与实践之间相互影响的一个好例子。稳定性问题实际上是斯托多拉 (Stodola) 建议霍尔维茨研究的，前者在进行蒸汽透平机的调节器的实际设计中发现了这个问题。

反馈放大器的分析采用了来自解析函数论的工具，获得了包括著名的奈奎斯特 (Nyquist) 判据在内的结果。

在二次世界大战之后的发展工作中，控制工程师面临着对性能要求很严格的一些问题。所研究的许多控制过程也很复杂。这导致综合问题描述为最优化问题的一种新的形式，而且使得采用变分法的工具和改进这些工具成为可能。这一发展结果出现了确定性过程的最优控制理论。该理论与数字计算机结合起来已被证明为非常成功的设计工具。在使用最优控制理论时，稳定性问题往往是不大使人感兴趣的，因为在相当普遍的情况下，最优系统是稳定的。

确定性过程的最优控制理论具有下述特有的性质：

- 控制程序（开环系统）和反馈控制（闭环系统）之间没有差别。
- 最优反馈就是简单地把状态空间映射到控制变量空间的一个函数。因而在最优反馈中没有动态问题。
- 可用来计算控制信号实际值的信息在构成问题和解该问题时从未明显地引入。我们可以用一个简单例子说明这些性质。

例2.1

考虑系统

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad (2.1)$$

其初始条件为

$$x(0) = 1, \quad (2.2)$$

假设要求控制该系统，使得按下述判别准则

$$J = \int_0^{\infty} [x^2(t) + u^2(t)] dt \quad (2.3)$$

所得系统的性能指标尽可能地小。容易看出，判别准则 (2.3) 式的极小值为 $J = 1$ ，而该值可按控制程序

$$u(t) = -e^{-t} \quad (2.4)$$

得到，也可按控制策略

$$u(t) = -x(t) \quad (2.5)$$

得到。

(2.4) 式表示一种开环控制，因为控制信号的值只是根据事先的数据确定，而与过程如何发展毫无关系。(2.5) 式表示一种反馈律，因为控制信号在时刻 t 的值依赖于时刻 t 时过程的状态。

于是，该例说明在使损失函数(2.3)取相同的值这个意义上，开环系统 (2.4) 和闭环系统 (2.5) 是等价的。然而，它们的稳定性质大不相同。以 (2.5) 作反馈控制的系统 (2.1) 是渐近稳定的，而以 (2.4) 作控制程序的系统 (2.1) 则只是稳定的。实际上，反馈控制 (2.5) 和开环控制 (2.4) 是大不一样的。例如，引进一些扰动，或者假定控制是由一个其系数略有误差的模型计算出来的，就能看出这一点。

上述确定性控制理论若想用于反馈控制理论中，它的几个性质是很不合乎需要的。当提出确定性最优控制理论的时候，这方面的老资格的专家反应最强烈的就是这个理论没有指出开环与闭环系统之间的差别，而且在反馈回路中没有动态。例如，不可能得到一个与工业中广泛应用的为大家所熟知的 PI 调节器的相应策略。在控制中，理论与实践之间的差距得到了广泛的公开讨论，这就是一个理由。在这一领域中的许多工作者从一开始就很清楚地了解确定性控制理论的局限性，现在这种认识就广泛地传开了。问题的核心在于采用确定性控制理论时，没有给扰动一个实在的模型。如果引进一个所谓的扰动，总认为它是一个预先已知的函数。当属于这种情况，而且系统可以用具有唯一解的微分方程来描述时，那么显然地知道了初始条件，就等价于知道系统在任一时刻的状态。这说明为什么在开环系统与闭环系统的性能之间没有差别，也说明为什么假定给定初始条件以后也就意味着在所有时刻状态的实际值也都知道。同样，当系统的状态已知时，最优反馈总是一个把状态空间映射到控制变量空间的函数。后面将会看到，当状态未知但又必须从输出信号的测量值来重构

时, 就会出现反馈的动态问题。

从控制理论发展一开始, 这方面的专业工作者就知道考虑扰动的重要性。许多古典的综合方法也能用一种启发式的方式来对付扰动。这可参看下面从霍尔 (A. C. Hall) 著作中引来的一段文字^{*};

我很清楚地记得一件事, 当时 M. I. T. (麻省理工学院) 和 Sperry 公司合作搞空载雷达的控制, 这是最早建造的这一类系统中的一个。我们有两人于 1941 年 12 月 7 日星期天在公园城各实验室 (Garden City Laboratories) 整整工作了一天, 因而一直 到晚上很晚才知道对皮尔·哈勃 (Pearl Harbor) 的进攻。这对我们来说是一个令人沮丧的日子, 因为当我们设计了一个良好的实验系统来作试验时, 完全没有猜着噪音的重要性, 于是便造成了下述结果, 系统显现出大量的颤动, 完全是不满意的。为了设法找到这个问题的答案, 我们采用了频率响应的技术。在三个月中我们做了一个稳定的修改过的控制系统, 它具有很满意的动态响应, 颤动的幅度也小了。对我来讲, 这个经验使我对频率响应技术建立了高度的信心。

练习

1. 考虑例 2.1 的问题。证明控制信号 (2.4) 和控制律 (2.5) 是最优的。提示: 首先证明等式

$$\int_0^T [x^2(t) + \dot{x}^2(t)] dt = x^2(0) - x^2(T) + \int_0^T [x(t) + \dot{x}(t)]^2 dt.$$

2. 考虑例 2.1 的问题。假定最优控制信号和最优控制律是根据模型

$$\frac{dx}{dt} = au$$

^{*}) A. C. Hall, Frequency Response (R. Oldenburger, ed) p. 4. Macmillan, New York, 1956.

确定的, 其中 a 的值当系统实际上为 (2.1) 式时接近于 1, 对于由开环控制和闭环控制得到的系统, 确定判别准则 (2.3) 的值。

3. 当例 2.1 的系统实际上是由

$$\frac{dx}{dt} = u + v$$

表示时, 对比开环控制 (2.4) 和闭环控制 (2.5) 的性能, 其中 v 是未知扰动。特别可令 v 为未知常数。

3. 如何表示扰动的特征

当认识到有引入更为实在的扰动模型的必要性之后, 我们面临着一个问题, 即找到合适的方法来表征它们。实际扰动的一个特征性特点是不可能精确地预报其未来值。初看起来, 不容易设计出具有这种特性的数学模型。例如, 不可能用解析函数来描述扰动的模型, 因为若已知一个解析函数在任一短的区间内的值, 则可通过解析开拓确定其它部分的函数值。

既然解析函数不行, 我们就试用统计的概念来作扰动的模型。如同可以在早期有关统计时间序列的文献中看到的那样, 这并不容易。例如, 若我们想将扰动的模型写成

$$x(t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \xi_i, \quad (3.1)$$

其中 $a_1(t)$, $a_2(t)$, $\dots$, $a_n(t)$ 是已知函数, ξ_i 是随机变量, 我们发现, 若线性方程组

$$\begin{aligned} x(t_1) &= a_1(t_1)\xi_1 + a_2(t_1)\xi_2 + \dots + a_n(t_1)\xi_n, \\ x(t_2) &= a_1(t_2)\xi_1 + a_2(t_2)\xi_2 + \dots + a_n(t_2)\xi_n, \\ &\vdots \\ x(t_n) &= a_1(t_n)\xi_1 + a_2(t_n)\xi_2 + \dots + a_n(t_n)\xi_n \end{aligned} \quad (3.2)$$

有解, 则随机变量 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 的特定实现可以从 $x(t_i)$,

$x(t_2), \dots, x(t_n)$ 的观测值精确地确定, 从而 x 的未来值也能精确地确定。因而, (3.1) 式所描述的扰动就称为完全确定的随机过程或奇异的随机过程。

一种比较成功的尝试是将随机变量序列作为扰动的模型。简单的例子是自回归过程 $\{x(t)\}$, 它可写成

$$x(t+1) = ax(t) + e(t), \\ t = t_0, t_0 + 1, \dots \quad (3.3)$$

其中 $x(t_0) = 1$, $|a| < 1$, $\{e(t), t = t_0, t_0 + 1, \dots\}$ 是独立的正态 $(0, \sigma)$ 的随机变量序列。还假定对任何的 t , $e(t)$ 都与 $x(t)$ 互相独立。例如我们假设要根据 $x(t)$ 的观测值预报 $x(t+1)$ 的值。看来用 $ax(t)$ 来预报 $x(t+1)$ 是合情合理的。于是, 预报误差等于 $e(t)$, 这是一个随机变量, 其均值为零, 方差为 σ^2 。

这就很清楚了, 对于建立扰动的模型问题的一个答案就是把它们用随机过程来描述。随机过程理论实际上部分地是为了想求出物理系统中所观察到的波动的模型而成长起来的。由于有像克拉美 (Cramér)、辛钦 (Khinchine)、郭尔莫哥洛夫 (Kolmogorov) 和维纳 (Wiener) 等智慧的大师们的贡献, 该理论很快就成熟起来。

预报问题是随机过程理论中的核心要题。后面将会看到, 它们与控制问题也是紧密相关的。

练习

1. 考虑一种扰动, 它用

$$x(t) = a \cos t$$

来表征, 其中 a 是随机变量。试给出确切地预报 x 的未来值的方法。

2. 考虑由 (3.3) 式所表征的扰动。试证: 在使最小平方预报误差 $E[x(t+1) - \hat{x}(t+1)]^2$ 取极小值的意义下, 预报器