

力学丛书

# 光弹性原理及 测试技术

天津大学材料力学教研室 主编  
光 弹 组

科学出版社

52.52  
127

力学丛书

# 光弹性原理及测试技术

天津大学材料力学教研室光弹组 主编

科学出版社

1982

## 内 容 简 介

本书是在天津大学材料力学教研室编写的光弹性讲义的基础上修改而成的，全书共十二章，较详细地阐述了光弹性的原理、设备、材料、方法和实例。

本书阐述力求深入浅出，内容联系实际，可作为高等院校有关专业的教学参考书，也可供有关科技人员阅读。

力 学 从 书

### 光弹性原理及测试技术

天津大学材料力学教研室光弹组 主编

\*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1980 年 12 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1982 年 12 月第二次印刷 印张：14 1/2 插页：4

印数：4,201—5,950 字数：384,000

统一书号：13031·1370

本社书号：1899·13—2

**定 价： 2.80 元**

## 《力学丛书》编委会

主编：张维

副主编：钱令希 林同骥 郑哲敏

编委：（按姓氏笔划为序）

丁 懈

朱照宣

张涵信

苟清泉

钱伟长

郭尚平

黄克智

卞荫贵

刘廷柱

周光炯

胡海昌

徐芝纶

谈镐生

庄逢甘

孙训方

欧阳鬯

柳春图

徐华舫

董文熙

朱兆祥

李 瀛

季文美

贾有权

郭仲衡

黄克累

## 前　　言

为把我国建设成为一个具有四个现代化的社会主义强国，在生产斗争和科学实验中要大量采用新技术、新材料、新工艺和新设计，特别是要求生产重量轻、质量高的产品。安全与经济的矛盾更为突出，在实际生产中由于强度不够、设计不当所造成的事故是很多的。例如，万吨水压机由于局部应力过大使整机性能降低，轧钢机主轴的断裂，汽轮机叶片根部由于应力集中而断裂，柴油机曲轴和连杆的断裂等。另一方面，更为普遍的是，由于应力过小，不能物尽其用，使产品笨重，造成材料的浪费。如有的汽车自重过大，增加了耗油量，经济性差。为了解决上述矛盾，必须使用现代实验手段和最新理论对产品进行全面的应力分析和强度研究，从中选择最优设计方案，确定最佳几何尺寸。应力集中往往是导致整机破坏的根源。而光弹性法是确定应力集中系数的有效手段。

从 1974 年起我们曾几次为第一机械工业部举办了光弹性实验技术训练班。本书就是在训练班讲义的基础上修改而成的。本书较为详细地叙述了光弹性基本原理和方法以及生产上常用的冻结切片法，并介绍了全息干涉法、贴片法和散光法。在讲述中力求理论联系实际、由浅入深、便于自学，并介绍了具体方法和实验中的技术经验。

本书前三章讲述力学基础知识、光学基础和光弹性基本原理。第四、五章讲述模型制造和实验设备。第六、七、八、九章讲述二向和三向问题常用的实验方法，并给出实例。第十章介绍了全息干涉法。第十一章、十二章分别介绍光弹摄影技术及模型律。

在编写本书过程中，曾邀请郑州机械研究所、北京水电科学研究院、清华大学、浙江大学、七院十一所、六〇六所、沈阳重型机器厂、第一重型机器厂等单位参加讨论，并得到了许多工厂、研究所

• • •

和高等院校的大力支持,他们提供了宝贵的资料和经验,特此表示感谢。

参加本书编写的有天津大学贾有权(第一、三章)、宋锦良(第二、五章)、佟景伟(第四、六、七章)、秦玉文(第十、十一章)、苏翼林(第十二章)、清华大学戴福隆、刘先龙(第八章)、郑州机械研究所赖曾美(第九章)。全书由贾有权、佟景伟、宋锦良审阅。

由于著者水平有限,不可避免地存在缺点和错误,希读者批评指出。

天津大学材料力学教研室光弹组

1978.4.

# 目 录

## 前言

绪论 .....	1
第一章 应力应变分析 .....	3
§ 1.1. 应力、应变概念 .....	3
§ 1.2. 一点的应力状态 .....	9
§ 1.3. 平面应力状态 .....	14
§ 1.4. 三向应力分析 .....	25
§ 1.5. 平衡方程 .....	32
§ 1.6. 应变分析 .....	38
§ 1.7. 应力应变关系 .....	42
§ 1.8. 主应力和的微分方程 .....	47
§ 1.9. 光弹试验中常用的几个力学概念 .....	49
第二章 光学基础 .....	54
§ 2.1. 光波 .....	54
§ 2.2. 光矢量振动方程 .....	56
§ 2.3. 光的波动方程 .....	58
§ 2.4. 位相差与程差 .....	59
§ 2.5. 光的干涉 .....	60
§ 2.6. 白光与单色光 .....	62
§ 2.7. 光的反射及折射 .....	63
§ 2.8. 透镜及其成像 .....	68
§ 2.9. 透镜的缺陷 .....	70
§ 2.10. 自然光和偏振光 .....	72
§ 2.11. 起偏器 .....	74
§ 2.12. 双折射 .....	76
§ 2.13. 折射率椭球 .....	77
§ 2.14. 1/4 波片 .....	79
§ 2.15. 圆偏振光 .....	80

第三章 光弹性原理与数据测定 .....	85
§ 3.1. 光弹性中的应力-光性定律 .....	85
§ 3.2. 平面偏振光通过受力模型后的光效应.....	88
§ 3.3. 圆偏振光通过受力模型后的光效应.....	96
§ 3.4. 整数级等差线的观测.....	103
§ 3.5. 小数级次等差线的测定.....	105
§ 3.6. 等倾线的观测.....	118
§ 3.7. 主应力迹线.....	125
第四章 模型浇铸、加工及材料性质.....	127
§ 4.1. 概述.....	127
§ 4.2. 制造环氧树脂模型的原材料.....	128
§ 4.3. 制造模型的模具.....	131
§ 4.4. 光弹性模型的浇铸工艺.....	141
§ 4.5. 浇铸用的主要设备.....	147
§ 4.6. 模型的机械加工.....	150
§ 4.7. 模型粘接.....	152
§ 4.8. 常温下模型材料的主要性质.....	153
§ 4.9. 冻结温度下模型材料的主要性质.....	160
第五章 光弹仪及模型加载装置 .....	166
§ 5.1. 光弹性模型的成像.....	166
§ 5.2. 平行光透射式光弹仪.....	168
§ 5.3. 漫射光式光弹仪.....	171
§ 5.4. 光弹仪的调整.....	173
§ 5.5. 光弹仪的维护.....	175
§ 5.6. 模型加载装置.....	175
第六章 平面光弹性 .....	183
§ 6.1. 边界应力的大小和符号的确定.....	183
§ 6.2. 应力集中及应力集中系数的确定.....	186
§ 6.3. 内部应力的确定.....	190
§ 6.4. 工程实例.....	209
§ 6.5. 模型冻结应力与室温应力的叠加.....	223

<b>第七章 三向光弹性</b> .....	<b>226</b>
§ 7.1. 冻结应力.....	227
§ 7.2. 次主应力.....	229
§ 7.3. 三向模型自由表面的应力测定.....	232
§ 7.4. 模型的切片.....	241
§ 7.5. 三向模型在任意载荷作用下内部应力的确定.....	243
§ 7.6. 偏光显微镜在光弹实验中的应用.....	259
§ 7.7. 工程实例.....	270
§ 7.8. 实验误差的来源与提高实验精度的措施.....	306
§ 7.9. 条纹倍增法.....	309
<b>第八章 散光法</b> .....	<b>312</b>
§ 8.1. 光的散射.....	312
§ 8.2. 散光法的应力-光性定律 .....	313
§ 8.3. 平面偏振光入射的散光公式.....	314
§ 8.4. 圆偏振光入射.....	316
§ 8.5. 条纹级次的确定.....	317
§ 8.6. 次主应力方向的确定.....	319
§ 8.7. 散光光弹仪.....	319
§ 8.8. 用散光法解平面问题.....	321
§ 8.9. 用散光法解扭转问题.....	324
§ 8.10. 用散光法测定三向应力 .....	326
§ 8.11. 工程实例——高压缸的应力测定 .....	327
<b>第九章 贴片法</b> .....	<b>332</b>
§ 9.1. 反射式光弹性仪.....	332
§ 9.2. 基本原理和方法.....	332
§ 9.3. 结构物非自由边界点的主应力分离方法.....	335
§ 9.4. 贴片材料的制作与粘接工艺.....	339
§ 9.5. 光弹性贴片的增强效应及其修正.....	342
§ 9.6. 贴片法的应用.....	344
<b>第十章 全息干涉法</b> .....	<b>347</b>
§ 10.1. 引言 .....	347
§ 10.2. 光的复数表示及光波的叠加 .....	348

§ 10.3.	光的干涉和衍射	351
§ 10.4.	全息照相原理	354
§ 10.5.	琼斯(Jones)向量	357
§ 10.6.	全息光弹的两次曝光法	361
§ 10.7.	全息光弹的实时法	368
§ 10.8.	图像全息	373
§ 10.9.	用两种模型材料法分离条纹	374
§ 10.10.	旋光法分离条纹	376
§ 10.11.	等和条纹的判别及小数条纹补偿	380
§ 10.12.	实验设备及实验技术	381
§ 10.13.	应用实例	390
第十一章 光弹性摄影技术		400
§ 11.1.	照相器材	400
§ 11.2.	摄影	404
§ 11.3.	底片冲洗	407
§ 11.4.	底片的鉴别	410
§ 11.5.	底片处理	411
§ 11.6.	印相及放大	413
第十二章 模型律		416
§ 12.1.	前言	416
§ 12.2.	量纲	416
§ 12.3.	量纲分析与 $\pi$ 定理	420
§ 12.4.	相似的基本概念	424
§ 12.5.	弹性结构的静力相似	425
§ 12.6.	力偶、重力载荷与分布载荷	433
§ 12.7.	线性结构的静力相似	434
§ 12.8.	广义相似举例	437
§ 12.9.	根据基本方程建立相似条件	442
§ 12.10.	弹性结构的动力相似	447
§ 12.11.	相似数误差	450
§ 12.12.	组合结构和热应力相似	454
参考文献		455

## 绪 论

光弹性是实验力学中的一个分支。这个方法就是用光学灵敏材料制成与实物相似的模型，或在实际构件上粘贴光学灵敏材料，在相应载荷作用下，用偏振光照射并通过计算便能得到表面及内部的应力变化规律。用这种实验方法求得的应力分量对工程设计来说具有足够的精度，它直观性强，可靠性高，适应性广，能求出在各种复杂条件下的全部应力状态。特别是对理论计算较为困难的形状复杂、载荷复杂并有应力集中的构件（生产中经常遇到），光弹性法更能显示出它的优越性。

光弹性法与其他学科一样，它的发生和发展一开始就与生产密切相关。物理学家早在十九世纪就已发现了人工双折射现象，直到二十世纪由于工业的发展光学仪器和透明塑料的产生才使这一方法得以应用和发展，逐渐形成一门独立的学科——光弹性法。在二十世纪二十年代光弹性解决了一系列弹性力学中的难题，在三十年代发现了应力冻结现象，解决了三维问题。四十年代以后，由于仪器设备的改进，新的模型材料的采用和计算方法的提高，光弹性已成为较为完善的实验技术了，在生产中起了重要作用。近年来由于激光全息技术、电子技术和计算技术的发展，大大地促进了光弹性的发展。一方面向自动化、计算机化发展，另一方面向更广阔的领域中渗透。除了在重型机械、动力机械、土建水利、发电设备、交通运输、宇宙飞行等方面得到广泛的应用外，在力学其他领域中如塑性力学、岩石力学、断裂力学、生物力学、复合材料以及动、热应力等方面也使用光弹性法进行应力分析。现代工业生产的发展给光弹性的发展创造了条件，反过来光弹性又促进了生产的发展。恩格斯在科学历史摘要中说<sup>1)</sup>：“如果说，在中世纪的黑夜

1) 马克思恩格斯选集，第三卷，523页。

之后，科学以意想不到的力量一下子重新兴起，并且以神奇的速度发展起来，那末，我们要再次把这个奇迹归功于生产。”目前我们正处于科学突变和生产高潮时期，光弹性也必随着生产高潮向新的阶段发展。

光弹性是力学、光学和新技术相结合的学科。近年来由于计算技术的发展，特别是有限元法的应用给应力分析开辟了新的途径。有限元可以分担某些实验任务，但不能代替实验，如果把有限元和光弹性结合起来就可以多快好省地解决问题。数学模型和物理模型是研究力学问题中最基本的模型，如果能把两种模型结合（或混合）起来，再加上计算技术和电视传感技术，可以使光弹性向高度自动化阶段发展。因此光弹性是一门实用性强而且有很大发展前途的学科之一。

# 第一章 应力应变分析

## § 1.1. 应力、应变概念

### 一、应力

在工程上各种机械和结构都是由构件组成的。当构件承受载荷时，构件内部便产生内力。一般说来，内力在截面上的分布是不均匀的。通常用应力描写一点内力的强弱。其大小用单位面积上受力大小来表示，常用单位是公斤/厘米<sup>2</sup>或公斤/毫米<sup>2</sup>(公制)或帕斯卡(Pa)(国际单位制)。图1.1(a)表示构件的一部分，在截面F上取一小面积 $\Delta F$ ，设作用在 $\Delta F$ 上的内力为 $\Delta P$ 。根据上述概念作用在 $\Delta F$ 上的平均应力为 $\Delta P/\Delta F$ ，

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta F}, \quad (a)$$

$\Delta F$ 如无限缩小，则 $p$ 即为作用在截面上一点的应力。 $p$ 的方向是倾斜的，但可以用力的分解原理将 $p$ 分解为二个分量。如图1.1(b)。一个与截面垂直，一个与截面平行。前者用 $\sigma$ 表示，称为正应力(或称垂直应力)。后者用 $\tau$ 表示，称为剪应力(或称切应力)。 $\sigma$ 和 $\tau$ 是应力的两个基本量。 $\sigma$ 有正负之分，正的表示拉应力，负的为压应力。拉、压表示截面间离开或压紧的趋向。剪应力则表示截面间相互滑错的趋向。 $\tau$ 也有正负之分，其规定见下节。

应力如同水压或风压，它在截面上是连续变化的。在一般情况下，同一截面不同点的应力不同。同一点而不同方向截面上的应力也不同。为了更好地理解，以简单拉伸为例说明应力与截面的关系。图1.2(a)表示直杆受轴向力 $P$ ，设杆的横截面面积为 $F$ ，由材料力学可知横截面的正应力 $\sigma$ 系均匀分布，其大小为

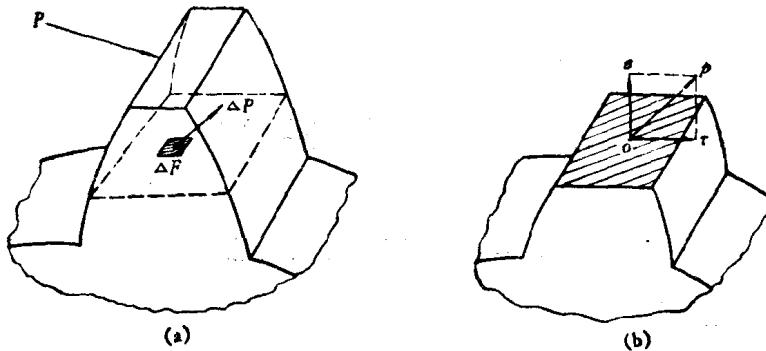


图 1.1 构件内力与应力

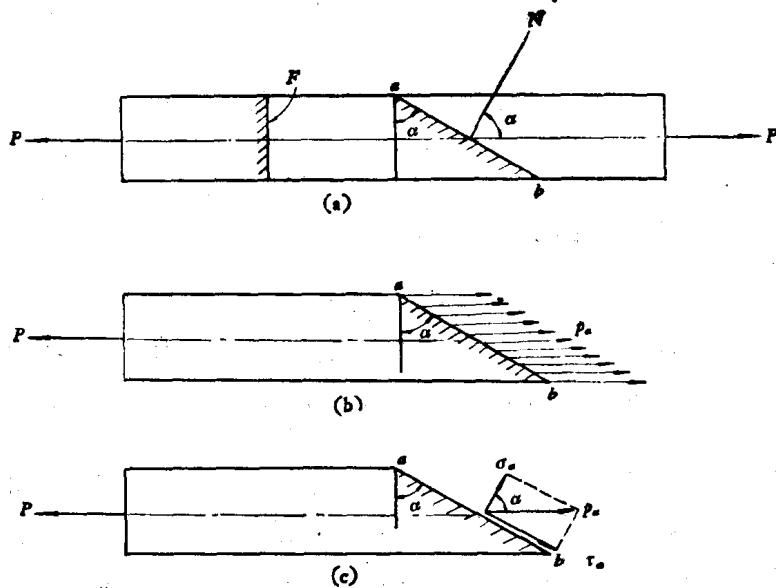


图 1.2 拉伸时斜截面应力

$$\sigma = \frac{P}{F}. \quad (b)$$

如  $ab$  为一斜截面, 设截面法线与轴线夹角为  $\alpha$ , 斜截面上的应力为  $p_a$  (见图 1.2 (b)). 用截面法, 根据平衡条件可得

$$p_a = \frac{P}{F} \cos \alpha, \quad (c)$$

根据上述概念把  $p_a$  分解为  $\sigma_a$  及  $\tau_a$ , 见图 1.2(c), 则

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_a = p_a \cos \alpha, \\ \tau_a = p_a \sin \alpha, \end{array} \right\} \quad (d)$$

将 (b), (c) 式代入 (d) 式得

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_a = \sigma \cos^2 \alpha, \\ \tau_a = \sigma \cos \alpha \sin \alpha, \end{array} \right\} \quad (e)$$

根据三角公式  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$ ,  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ ,

代入 (e) 式得

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_a = \frac{1}{2} \sigma (1 + \cos 2\alpha), \\ \tau_a = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha. \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

由(1.1)式可看出应力随截面方向改变而变化。当  $\alpha = 0$  时即为横截面, 此截面上

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{a=0} = \sigma = \frac{P}{F}, \\ \tau_{a=0} = 0. \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

此即材料力学中轴向拉伸时横截面上的应力公式。

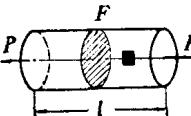
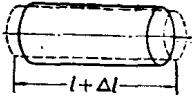
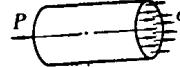
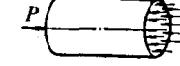
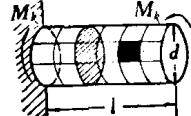
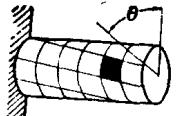
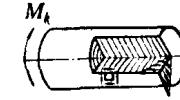
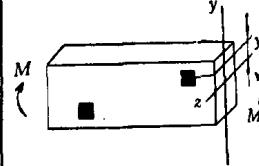
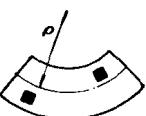
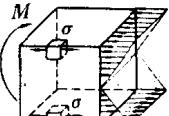
在材料力学中, 已给出各种基本受力状态下的应力计算。比如梁受弯曲时, 横截面上正应力为三角形分布。如非纯弯曲, 横截面上尚有剪应力。圆轴受扭转时, 横截面上的剪应力也是三角形分布。

表 1.1 给出四种基本受力形式下的应力状态。

## 二、应变

一般构件或模型都是弹性体, 受力后产生变形和位移。位移是构件在受力前后某点位置的移动。变形是构件受力后形状和尺寸的改变。用于描述变形大小的量称为应变。应变分为两种, 一为线应变(即线段的变化率), 用  $\epsilon$  表示之; 一为角应变(即两微小直线段间直角的变化量), 用  $\gamma$  表示之。比如一个受轴向拉伸的杆, 图 1.3(a) 为变形前的状态, 在表面上刻有长度为  $s$  的  $AB$  线,

表 1.1 基本受力状态

	受力状态	变形状态	横截面应力
拉			
压			
扭			
弯			

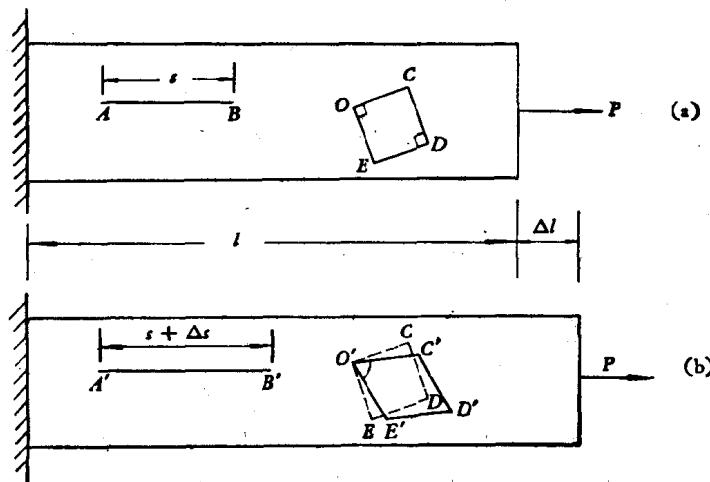
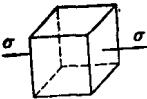
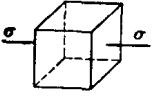
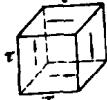
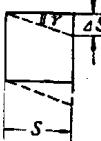
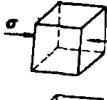


图 1.3 拉伸的变形状态

## 态的应力与应变

一点的应力状态	应力计算	变形计算	一点的 变形状态	应变计算	备注
	$\sigma = \frac{P}{F}$	$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$		$\epsilon = \frac{\Delta S}{S}$	
	$\sigma = -\frac{P}{F}$	$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$		$\epsilon = -\frac{\Delta S}{S}$	
	$\tau = \frac{M_k \rho}{J_p}$	$\theta = \frac{M_k r}{G J_p}$		$\gamma = \frac{\Delta S}{S}$	$J_p$ 为极惯性矩 $\rho$ 为点到圆心距离
	$\sigma = \frac{My}{J_z}$	$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E J_z}$			$J_z$ 为对 $z$ 轴的 惯性矩

及  $\angle COE = 90^\circ$ 。变形后如图 1.3(b)，直线变为  $\overline{A'B'}$ ，长度为  $s + \Delta s$ ， $\angle COE$  变为  $\angle C'O'E'$ 。则  $AB$  段的平均线应变为

$$\epsilon_{AB} = \frac{\Delta s}{s}, \quad (f)$$

$\angle COE$  的角应变为

$$\gamma_0 = \angle COE - \angle C'O'E'. \quad (g)$$

如  $AB$  段无限缩小，则  $\epsilon_{AB}$  代表点的线应变， $CO$ ， $EO$  无限缩小，则  $\gamma$  代表  $O$  点的角应变。 $\epsilon$ ， $\gamma$  皆为无量纲量。

### 三、应力、应变关系

应力与应变两者有密切联系，在弹性范围内应力与应变成正比。如为轴向拉伸或压缩及纯剪切，应力、应变关系为