

广义桥函数理论及其应用

Theory and Application of
Generalized Bridge Functions

饶雪芳 张其善 著



广义桥函数理论及其应用

Theory and Application of Generalized Bridge Functions

饶雪芳 张其善 著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

广义桥函数理论及其应用/饶雪芳,张其善著. —北京:
国防工业出版社,1998.5

ISBN 7-118-01812-0

I. 广… II. ①饶… ②张… III. 函数 N.O174

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 17722 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 7 $\frac{1}{8}$ 170 千字

1998 年 5 月第 1 版 1998 年 5 月北京第 1 次印刷

印数:1—1 000 册 定价:15.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金

第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模			
主任委员	黄 宁			
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允	曾 铎
秘 书 长	崔士义			
委 员	于景元	王小谟	尤子平	冯允成
(以姓名笔画为序)	朱森元	朵英贤	刘 仁	杨星豪
	吴有生	何庆芝	何国伟	何新贵
	宋家树	张立同	张汝果	张均武
	张涵信	陈火旺	范学虹	柯有安
	侯正明	莫梧生	崔尔杰	

前 言

《广义桥函数理论及其应用》是桥函数理论研究的新成果,它是《桥函数理论研究及其应用》的续篇。

本书共分六章。第一章回顾了人们从研究沃尔什函数到发现桥函数,从研究桥函数到推广为广义桥函数的认识过程,以及国内研究非正弦正交函数的情况。第二章首先介绍沃尔什函数的复制理论,根据复制理论去分析复制信息码的特性,从而导出 P 编号、 H 编号、 W 编号和 X 编号以及沃尔什函数矩阵的递推关系式,并详细叙述两类四种编号的桥函数的构造过程及其数学表达式。本章在总结前人经验的基础上首次提出了广义复制方法,使 Chrestenson 函数(多值沃尔什函数)可以由其序号作为复制信息用广义复制方法复制出来,并对复制过程给予数学分析。根据广义复制方法,推导了多并元序(p 进自然码序)、广义哈达玛序、广义序率序的 Chrestenson 函数变换矩阵的递推关系式,并利用广义复制方法证明离散 Chrestenson 函数的正交性。第三章研究桥函数变换的快速算法,首先给出 H 编号先移位后复制桥函数变换的快速算法,然后以此为基础独立地推导出 P 编号、 W 编号先移位后复制桥函数变换的四种快速算法。对于先复制后移位桥函数变换,本章也以定理的形式给出 H 编号、 P 编号和 W 编号中的先复制后移位桥函数变换的快速算法,最后给出的是广义哈达玛序的 Chrestenson 函数变换的一种快速算法。第四章首先引入广义桥函数概念,给出了两类四种广义桥函数,即第一类先复制后移位广义桥函数及第二类先复制后移位广义桥函数、第一类先移位后复制广义桥函数及第二类先移位后复制广义桥函数的构造过程,且

讨论了它们的编号问题,并分析了 p 进自然码序的连续型先复制后移位广义桥函数和 p 进自然码序的连续型先移位后复制广义桥函数的乘积特性、共轭乘积特性和正交性条件,给出了四种编号的广义桥函数变换矩阵与 Chrestenson 变换矩阵的关系式。这些都是关于桥函数理论的新的研究成果。此外,本书首次将逻辑导数这个概念引入到广义桥函数中,先给出广义桥函数逻辑导数的定义,然后求出 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数和 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的逻辑导数的计算公式。同时指出,当 $p=2$ 时,这两个公式适用于桥函数。第五章通过分析从桥函数系中导出正交函数系的方法,并根据 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数和 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的正交特性,得出保证广义桥函数正交的两个条件和两个原则,据此能够从广义桥函数系中导出许多正交函数系,并证明了从 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数系中导出一种正交函数系的完备性和从 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数系中导出的另一种正交系的完备性。最后证明了广义桥函数系包括了著名的沃特利函数系。第六章首先提出了实广义桥函数的概念,将取 p 个复数值和 0 的广义桥函数转化为取 $p+1$ 个实数值的广义桥函数,以便于实际应用,并证明了实多值沃尔什函数系及实多值哈尔函数系都是实广义桥函数系的一部分,最后介绍了桥函数的应用情况。

本书所论述的科研成果,是多年来在国家自然科学基金的资助下取得的,其项目名称为“非正弦正交函数理论及其应用的研究”,批准号为 69372008。

本书之所以能够出版,首先感谢国防科技图书出版基金评审委员会有关专家和责任编辑林秀权编审的大力支持,其次感谢参加该课题的研究生们和合作者们的辛勤工作。本书在编著过程中,得到了国防科工委测量通信总体研究所刘蕴才高级工程师的大力支持,他对本书的润色加工和进一步完善做了不少工作。

由于作者水平有限，书中难免存在一些缺点和错误，望读者批评指正。

著 者

1997 年 3 月

内 容 简 介

本书共分六章。第一章回顾了人们从研究沃尔什函数到发现桥函数又推广到广义桥函数的认识过程,以及国内研究非正弦正交函数的情况。第二章在研究沃尔什函数复制理论的基础上,提出了广义复制方法,推导了 p 进自然码序等几种函数变换矩阵的递推关系式。第三章研究并推导出 H 编号以及 P 编号、 W 编号桥函数的快速算法。第四章引入了广义桥函数的定义,给出了四种广义桥函数的构造过程,分析了复制移位生成的 p 进自然码序广义桥函数的有关特性和正交性条件,还给出了四种编号广义桥函数变换矩阵与多值沃尔什函数变换矩阵的关系式。第五章根据 p 进自然码序广义桥函数的正交特性,导出许多正交函数系,同时证明广义桥函数包含许多非正弦正交函数系。第六章提出了实广义桥函数的概念,并证明实多值沃尔什函数系及实多值哈尔函数系都是实广义桥函数系的一部分。

本书内容新颖、丰富,富有创见,数学推导严谨,文句简炼,可供从事通信、雷达、控制理论与计算机、信息传输、图像与信号处理及应用数学等领域工作的科技人员及高等院校相关专业的师生参考、阅读。

责任编辑 林秀权

目 录

第一章 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 广义桥函数的概念	3
1.3 国内研究非正弦正交函数的概况	4
第二章 复制理论	8
2.1 沃尔什函数的复制理论	9
2.1.1 什么是复制理论	9
2.1.2 斯维克提出的复制方法	9
2.1.3 经过改造的复制方法	10
2.1.4 对称复制方式与平移复制方式的关系	12
2.2 复制信息码的特性	14
2.2.1 二进码的平移特性	14
2.2.2 二进码的格雷码的反射特性	15
2.3 复制理论与沃尔什函数矩阵的递推关系式	17
2.3.1 P_{2^m} 矩阵	17
2.3.2 W_{2^m} 矩阵	18
2.3.3 H_{2^m} 矩阵	20
2.3.4 X_{2^m} 矩阵	21
2.4 方块脉冲函数的移位特性	22
2.5 复制与移位的结合产生桥函数	22
2.5.1 第一类先移位后复制桥函数的构造	23
2.5.2 第二类先移位后复制桥函数的构造	25
2.5.3 第一类先复制后移位桥函数的构造	26
2.5.4 第二类先复制后移位桥函数的构造	28
2.6 四种桥函数的数学表达式	30

2.6.1	第一类先移位后复制桥函数的数学表达式	30
2.6.2	第二类先移位后复制桥函数的数学表达式	31
2.6.3	第一类先复制后移位桥函数的数学表达式	31
2.6.4	第二类先复制后移位桥函数的数学表达式	32
2.7	多值沃尔什函数与广义复制方法	33
2.7.1	多值沃尔什函数的定义	33
2.7.2	多值沃尔什函数的性质	34
2.7.3	多值沃尔什函数的排列问题	34
2.7.4	前 p^m 个按 p 进自然码排序的 Chrestenson 函数的复制 方法	36
2.7.5	复制方法的数学分析	37
2.7.6	p 进自然码的特点	40
2.7.7	按 p 进自然码排序的 Chrestenson 函数变换矩阵的递推 关系式	42
2.7.8	前 p^m 个按 p 进反自然码排序的 Chrestenson 函数的复 制方法	43
2.7.9	p 进反自然码的特点	44
2.7.10	按 p 进反自然码排序的 Chrestenson 函数变换矩阵的 递推关系式	45
2.7.11	前 p^m 个按格雷码排序的 Chrestenson 函数的复制方法	47
2.7.12	p 进格雷码的特点	49
2.7.13	p^m 阶广义序率序 Chrestenson 函数变换矩阵的递推关 系式	50
第三章	桥函数变换的快速算法	55
3.1	四种编号的先移位后复制桥函数的变换矩阵	55
3.2	W 编号先移位后复制桥函数变换的快速算法	57
3.2.1	W 编号先移位后复制桥函数变换的快速算法	57
3.2.2	算例与流程图	59
3.3	W 编号先移位后复制桥函数变换的另一种快速 算法	61
3.3.1	W 编号先移位后复制桥函数变换的另一种快速算法	61
3.3.2	算例与流程图	63

3.4	P 编号先移位后复制桥函数变换的快速算法	66
3.4.1	P 编号先移位后复制桥函数变换的快速算法	66
3.4.2	算例与流程图	68
3.5	P 编号先移位后复制桥函数变换的另一种快速 算法	70
3.5.1	P 编号先移位后复制桥函数变换的另一种快速算法	70
3.5.2	算例与流程图	72
3.6	H 编号先复制后移位桥函数变换的快速算法	75
3.7	P 编号先复制后移位桥函数变换的快速算法	76
3.8	W 编号先复制后移位桥函数变换的快速算法	77
3.9	广义哈达玛序的 Chrestenson 变换的一种快速 算法	78
3.9.1	广义哈达玛矩阵分解成稀疏矩阵的乘积	79
3.9.2	快速算法的步骤	81
第四章	广义桥函数	86
4.1	广义桥函数	87
4.2	第一类先复制后移位广义桥函数	87
4.2.1	第一类 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数的 构造过程	87
4.2.2	第一类 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数的 数学表达式	89
4.2.3	第一类先复制后移位广义桥函数的编号问题	89
4.2.4	例子	90
4.3	第二类先复制后移位广义桥函数	91
4.3.1	第二类 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数的 构造过程	91
4.3.2	第二类 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数的 数学表达式	92
4.3.3	第二类先复制后移位广义桥函数的编号问题	93
4.3.4	例子	93
4.4	第一类先移位后复制广义桥函数	94
4.4.1	第一类 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的	

构造过程	94
4.4.2 第一类 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的 数学表达式	96
4.4.3 第一类先移位后复制广义桥函数的编号问题	96
4.4.4 例子	97
4.5 第二类先移位后复制广义桥函数	97
4.5.1 第二类 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的 构造过程	97
4.5.2 第二类 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数的 数学表达式	99
4.5.3 第二类先移位后复制广义桥函数的编号问题	99
4.5.4 例子	99
4.6 先复制后移位广义桥函数的乘积特性	100
4.6.1 p 进自然码序的连续型先复制后移位广义桥函数的 乘积特性	101
4.6.2 p 进自然码序的连续型先复制后移位广义桥函数的 共轭乘积特性	105
4.7 先移位后复制广义桥函数的乘积特性	110
4.7.1 p 进自然码序的连续型先移位后复制广义桥函数的 乘积特性	110
4.7.2 p 进自然码序的连续型先移位后复制广义桥函数的 共轭乘积特性	118
4.8 p 进自然码序的连续型先复制后移位广义桥函 数的正交性	124
4.8.1 p 进自然码序的连续型先复制后移位广义桥函数的 正交性条件	125
4.9 p 进自然码序的连续型先移位后复制广义桥函 数的正交性	128
4.9.1 p 进自然码序的连续型先移位后复制广义桥函数的 正交性条件	129
4.10 关于广义桥函数变换矩阵	134
4.10.1 p 进自然码序先复制后移位广义桥函数的变换矩阵	134

4.10.2	第二类 p 进自然码序先复制后移位广义桥函数的变换矩阵	136
4.10.3	广义哈达玛序的先复制后移位广义桥函数的变换矩阵	137
4.10.4	第二类广义哈达玛序的先复制后移位广义桥函数的变换矩阵	139
4.10.5	p 进自然码序先移位后复制广义桥函数的变换矩阵	139
4.10.6	第二类 p 进自然码序先移位后复制广义桥函数的变换矩阵	140
4.10.7	广义哈达玛序的先移位后复制广义桥函数的变换矩阵	142
4.10.8	第二类广义哈达玛序的先移位后复制广义桥函数的变换矩阵	143
4.10.9	第二类广义格雷码序的先复制后移位广义桥函数的变换矩阵	144
4.10.10	第二类广义格雷码序的先移位后复制广义桥函数的变换矩阵	146
4.11	p 进自然码序的广义桥函数变换矩阵正交性的证明	149
4.11.1	p 进自然码序先复制后移位广义桥函数变换矩阵正交性的证明	149
4.11.2	p 进自然码序先移位后复制广义桥函数变换矩阵正交性的证明	150
4.11.3	第二类 p 进自然码序先复制后移位广义桥函数变换矩阵正交性的证明	150
4.11.4	第二类 p 进自然码序先移位后复制广义桥函数变换矩阵正交性的证明	151
4.12	广义哈达玛序的广义桥函数变换矩阵正交性的证明	153
4.12.1	第二类广义哈达玛序的先移位后复制广义桥函数变换矩阵正交性的证明	153
4.12.2	第二类广义哈达玛序的先复制后移位广义桥函数变换矩阵正交性的证明	154

4.12.3 广义哈达玛序的先移位后复制广义桥函数变换矩阵 正交性的证明	154
4.12.4 广义哈达玛序的先复制后移位广义桥函数变换矩阵 正交性的证明	155
4.13 广义格雷码序的广义桥函数变换矩阵	157
4.13.1 前 p^m 个 m 位 p 进格雷码与前 p^m 个 m 位 p 进自然码 的一一对应关系	157
4.13.2 广义格雷码序的广义桥函数变换矩阵的正交性	158
4.14 广义桥函数的逻辑导数	159
4.14.1 逻辑导数的定义	159
4.14.2 广义桥函数的逻辑导数	159
第五章 从广义桥函数系中导出正交函数系	165
5.1 从先复制后移位广义桥函数系中导出正交函数 系	165
5.1.1 从 p 进自然码序的先复制后移位广义桥函数系中导 出正交函数系	166
5.2 从先移位后复制广义桥函数系中导出正交函数 系	169
5.2.1 从 p 进自然码序的先移位后复制广义桥函数系中导 出正交函数系	170
5.3 从先复制后移位广义桥函数系 $\{gb'_j(\omega, j, m, t)\}$ 中 导出正交函数系的完备性证明	174
5.3.1 通过固定 $m-j$ 同时变化 m 和 j 的方式从先复制后 移位广义桥函数系 $\{gb'_j(\omega, j, m, t)\}$ 中导出正交函数系 $\{\Psi_r(r, s, q, t)\}$ 的完备性证明	175
5.3.2 通过固定 j 变化 m 的方式从先复制后移位广义桥函 数系 $\{gb'_j(\omega, j, m, t)\}$ 中导出正交函数系 $\{\Psi_r(i, k, j, t)\}$ 的完备性证明	177
5.4 从先移位后复制广义桥函数系 $\{\tilde{g}\tilde{b}_p(\omega, j, m, t)\}$ 中导出正交函数系的完备性证明	178
5.4.1 通过固定 j 变化 m 的方式从先移位后复制广义桥函数 系 $\{\tilde{g}\tilde{b}_p(\omega, j, m, t)\}$ 中导出正交函数系 $\{\Phi_r(i, k, j, t)\}$ 的完	

备性证明	178
5.5 广义桥函数系包含沃特利函数系	182
5.5.1 沃特利函数系的定义	182
5.5.2 广义桥函数系包含沃特利函数系	183
第六章 实广义桥函数系及广义桥函数系应用展望	185
6.1 实广义桥函数系	185
6.1.1 实广义桥函数系的定义	185
6.1.2 实广义桥函数系包含实多值哈尔函数系	187
6.1.3 实广义桥函数系 $\{RG'_{2,p}(\omega, j, m, l)\}$ 的性质	188
6.2 桥函数遥测系统	189
6.3 综合数字逻辑网络	192
参考文献	195