

本書是根据苏联專家謝曼(О. И. Семан)同志在北京大學講授“电子光学理論基础”(Теоретические основы электрон-ной оптики)時所用的講稿翻譯,并參照电子物理教研室同志所講時所作的筆記整理而成。內容主要是采用光程函数法論述在靜場中及不考慮空間電荷的情況下的电子光学的理論基础。

本書可作为綜合大学物理系电子物理專門化的教學參考書,也可供工業大学電真空專業學生及电子顯微學工作者以及有关的科學研究工作者參考。

本書所根据的俄文原稿,由北京大学电子物理教研室朱宜同志譯出。教研室的其他同志参加整理。

电子光学理論基础

О. И. 謝曼 著

北京大学电子物理教研室譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7号

(北京市書刊出版業營業許可証出字第054号)

京華印書局印刷 新华書店發行

統一書号13010·492 開本850×1168¹/₃₂ 印張12¹/₁₆

字數316,000 印數0001—4,500 定價(8) 1.40

1958年12月第1版 1958年12月北京第1次印刷

譯 序

为了帮助北京大学物理系电子学教研室(1956年暑假后分为無線电物理教研室和电子物理教研室)培养干部及开展科学研究工作,苏联政府答应我們的要求,派遣謝曼(Освальд Иванович Семан)專家来我們教研室工作。謝曼專家于1954年12月中旬到达北京,旋即来校工作。專家的專長是电子光学理論,研究工作着重在电子光学象差理論。为了便于順利地开展工作的,專家决定为我們先开一門为期一年每周四小时的“电子光学理論基础”課程。開設这門課程的目的是为了充实我們在电子光学方面的基本知識,并随时介紹目前在这方面的科学研究情况,以及指出可以进行科学研究的問題,供我們在以后选择科学研究题目时作参考。專家有意尽量地避免与一般教科書及参考書上材料的重复,但又要不影响科学性与系統性,因此專家力圖將苏联以及其他国家的学者的重要研究成果(原始文献)加以系統化并簡單扼要地叙述出来。从以后我們教研室在專家領導下的科学研究成績来看,这門課程的作用是卓著的。此外,專家还帮助我們开展科学討論会。这种討論会在形式上由听报告發展成真正的科学問題討論;內容上,由介紹文献逐步轉到大家自己的工作报告和討論。在專家的关怀和具体指导下,我們的研究工作逐步迅速地开展了。在临走的前一学期,專家还为我們开了“非軸对称电子光学的理論基础”一課,以开拓我們的眼界。值此偉大的十月社会主义革命四十周年紀念日即將到来的前夕,我們深深地感觉到專家二年来辛勤的劳动与正确的指导不仅培养了我們在科学研究工作上成为初步具有独立工作能力的人,而且也在我們心中培育了中苏人民之間深厚的友誼以及私人的感情。我們在这里对謝曼專家表示衷心的感謝以外,我們相信在党的正确领导下,我国的电子光

學事業，也與別的學科一樣會日益繁榮。

專家在北京大學所講授的“電子光學理論基礎”一課程的俄文原稿是由本教研室朱宜同志負責全部譯出的。為了今後學習的方便，為了擴大它的影響，教研室決定將此稿整理後付印。在徵求了謝曼專家本人的意見後，商定在以俄文原稿為主要內容的基礎上適當參照專家講課時教研室同志們的聽課筆記進行整理。這項工作是由教研室的成員集體負責完成的，工作中也曾得到專家的大力支持。此外，還將專家在教研室科學討論會上的五篇報告原稿由朱宜同志譯出，作為本書的附錄，備讀者參考。

茲將本書的內容作簡短介紹如下：

本書採用光程函數法論述在靜場中、不考慮空間電荷的情況下的電子光學的理論基礎，在有些章節內採用了旋轉對稱條件。除緒言外，全書分六章。第一章初步介紹電子光學，敘述了帶電粒子受均勻的與非均勻的靜電場與靜磁場的作用，依次引入聚焦、成象、象差、折射率等概念，並在特殊情況下作定量的討論。第二章是電場磁場對運動着的帶電質點及其軌跡的作用。在這一章中，詳細地推導了在電子光學中具有重要意義的折射率普遍公式，並且由此討論軌跡的相似性，及軌跡方程。這裡還介紹了格林貝爾格(Г. А. Гринберг)院士的工作。最後提出約化折射率及約化電位等概念。第二章是很重要的，這裡只討論普遍規律。第三章介紹四種定軌跡的方法，其中解析法和數值計算法是精確的方法，雖然後者基本上是一種近似的方法，但它的精確度可以隨需要而提高。實驗法定軌跡的精確度較差，但其中電阻網法較好。作圖分析法是更粗略的定軌跡方法。以上三章只討論通過標位或場強來表示的普遍運動規律，還沒有用到關於場的特殊類型的知識。為了詳細地研究電子光學系統的特性，就必須知道場的具体分布。第四章是研究場的性質及如何確定場的問題，所討論的不是一切類型的場，而只是一些與電子光學有密切聯系的場。第五章討論傍軸光學。先討論傍軸

軌迹的特解与普遍解,再討論靜电浸沒物鏡的軌迹、复合場中的傍軸軌迹,并介紹决定軌迹的方法。引入短透鏡的基点概念。最后討論傍軸光学受微扰的理論及色差。本章在全書中占有重要地位。第六章用光程函数法討論电子光学系統的象差,介紹謝曼專家本人以及其他学者的工作。先推导任意平面中的橫向象差公式,再討論各种三級象差系数。这一套完整的理論是謝曼專家本人的貢獻。在这章里最后介紹了电子象的其他缺陷。

北京大学电子物理教研室

1957, 11 月初。

目 录

譯序	1
緒言	1
§ 1. 电子光学發展簡史	1
§ 2. 电子光学的内容及对象	5
第一章 电子光学的初步介紹	10
§ 1. 靜电場和磁場对帶电粒子的偏轉作用	10
§ 2. 均匀磁場的作用	16
§ 3. 均匀电場的作用	20
§ 4. 均匀的复合电磁場	23
§ 5. 用平行的均匀复合場以成象	27
§ 6. 电子軌迹的折射及折射率的概念	36
第二章 电場和磁場对运动的帶电粒子的作用(电場和磁場的光学作用)	45
§ 1. 光的傳播及費馬原理	45
§ 2. 电場和磁場中帶电粒子的运动方程	49
§ 3. 电子光学中的折射率	55
§ 4. 軌迹的相似性	69
§ 5. 軌迹方程	75
§ 6. 軌迹的曲率	90
§ 7. 軌迹的平面矢量方程	93
§ 8. 將旋轉对称場中的空間問題轉化成等效的平面問題(旋轉对称的靜場的各向同性作用)	106
第三章 决定軌迹的方法	122
引言	122
§ 1. 解析法定軌迹	123
§ 2. 作圖分析法定軌迹	123
§ 3. 数值計算法	135
§ 4. 实验法定軌迹	146
第四章 电子光学的場	159
§ 1. 場的普遍性質	160
§ 2. 場在旋轉对称軸附近的性質	132

§ 3. 电子光学中场的分类基础	194
§ 4. 电子光学中决定场的问题	209
第五章 旁轴光学	221
§ 1. 旁轴轨迹	227
§ 2. 静电浸没物镜	228
§ 3. 复合场中的旁轴光学	244
§ 4. 短透镜	265
§ 5. 受微扰的旁轴光学和色差	278
第六章 电子光学系统的象差	290
§ 1. 电子透镜象差的概念	290
§ 2. 光程函数法	292
§ 3. 光程函数的展开	296
§ 4. 四级光程函数的变分和横向象差方程	301
§ 5. 光程函数的简正形式和横向象差的展开式	308
§ 6. 特殊类型的象差	312
§ 7. 象的其他缺陷	330
§ 8. 焦散面与强度分布	335
附录 作者在科学讨论会上的报告	338
(一) 浸没物镜中阿尔齐莫维奇—莱克纳盖尔公式的初等推导	338
(二) 作为一种电子光学系统的球形电容器	347
(三) 象差理论的发展及电子光学中的简正形式	358
(四) 象差理论中光程函数法和轨迹法之间的关系	371
(五) 电子光学中的纵向象差	379
参考文献	1
人名对照表	4

緒 言

在這本書里除了敘述電子光學的理論基礎以及解釋電子光學的基本原理和定理以外，我們還要涉及一些有關計算的問題，並要对一些儀器和它們的作用作一些必要的說明（但是我們不去討論那些技術性的細節問題和具體的結構等）。此外，本書中還將介紹一些電子光學的近代問題。

電子光學作為一門課程還是不久以前的事。在 1945 年以前，高等學校中都沒有開設電子光學的課程，它的要點或一些簡單的知識常放在其他的物理課程中略加敘述，而對於它們的詳細了解和鑽研，則主要是通過閱讀文獻，參加科學討論會，以及听取物理學研究機構中的工作人員的報告而獲得的。後來大約十年以前，在蘇聯和其他國家的高等學校教學計劃中才列入電子光學這門課程（或有關它的專門的章節）；這是由于它在當時所起的實際作用，以及它所將起的重大作用。

從電子光學只是在不久以前才被列為高等學校的一門課程這個事實中也反映出，這門科學本身存在還並不很久：它僅有近三十年的歷史。

§ 1. 電子光學發展簡史

這裡不準備很詳細地來介紹電子光學發展成為一門獨立的科學的歷史，而只準備作一簡單的敘述。大致地說，電子光學的蓬勃發展階段是從三十年代開始的，一直持續到第二次世界大戰時期。在戰時，各國發表的科學著作數量大大減少了。直到戰後又重新掀起了從事電子光學理論和儀器的研究的热潮，許多國家的學者都投入了這個大發展的

潮流中，其中苏联的学者們也作出了重要的貢獻。

斯堪的那維亞的数学天文家 希忒沫在 1907 年發表的关于極光理論的論文^[2]中研究了到达大气最高層处的电子在地磁場中运动的情况。但是他的工作在当时沒有引起人們的重視。布許^[1]在 1926—1927 年間所作的关于磁聚焦理論的論文是第一个引起人們注意的工作。可是我們知道，一个研究工作要能够为該門科学奠定基础，就需要有先前已經积累得的許多研究成果才行；而对布許的工作来講当时却还没有这样的基础，因为科学發展的进程尚未为电子光学提供必要的准备。只是在經過了較長的时间以后，才重新出現了一些水平較高的新的工作，它們在一定程度上包括了过去已經知道的一些結論——电子光学进一步的發展就正是这样。希忒沫^[3]于三十年代在一本德国杂志上發表了一篇文章，其中指出他在 1907 年所發表的、即上面提到的那篇文章中实际上已得出旋轉对称磁場中电子光学的普遍方程。

电子光学的理論基础建立于 1932—1937 年，当时發表了很多重要的科学著作，而且电子光学已經引起理論科学家和实验科学家的兴趣。就在这时期，首次制成了电子显微鏡，象变换器，以及經過改进了的电视仪器。初次用电子显微鏡所攝得的具有高分辨率的照片（特别是在 1940 年德国“自然科学”(Naturwissenschaften)杂志上第一次刊登了一張大顆粒蛋白質分子的照片)引起了人們極大的注意。

理論工作者曾預言在电子光学中存在有普通光学中所不知道的象差(即螺旋象差或各向异性象差)，后来这一点被实验的觀察結果所証实；于是就使人們滿意地确信理論工作是向正确的途徑前进。

現代資產阶级的科学家常常有意無意地完全抹煞苏联及人民民主国家的学者的成就。但是，我們應該采取正确的态度，即：一方面必須了解我們自己的成就和缺点，知道在我們的工作中一切是怎样进行着的和向什么方向發展着，知道本門科学在自己的国家里的發展历史；同时另方面还必须了解資本主义国家中工作进行的情况和科学發展的

現狀。因此在这里准备簡單地叙述一下我国的^①学者們的工作和他們在發展电子光学中所作的貢獻。

1907年,洛辛克首先發表了借助于电子束管得出的关于陰極示波器的想法。1911年,洛讓斯基提出了一个可以被接受的电子示波器模型。以后又有許多苏联学者繼續从事关于电子束管的研究,特别是斯捷可利尼可夫同志的工作。此外,电视管的工作也得到了大年的发展,而在这些管子中对于电子光学系統的要求是較高的。后来在苏联又胜利地建成了以最新仪器所装备的莫斯科电视中心。苏联科学院院士列別捷夫同志于1931年在研究电子經過物样后所引起的衍射时,首次地将磁聚焦用到电子束上。在苏联,电子显微鏡的試制工作开始于衛国战争以前。尽管在战争最初的年代中,条件是非常艰苦的,但是到战争快結束时,已經建成了第一架近代电子显微鏡,并因此荣获了斯大林獎金;这工作是由凡尔茨涅尔、查琴等在科学院院士列別捷夫的领导下所完成的。苏联的电子显微鏡不断地被改进着,現在已出了一些新型的电子显微鏡,其中的一种在北京的苏联展覽館中曾展出过;它們在来比錫的国际博覽会上也同样地获得很高的国际評价。工業上所制造的这些电子学仪器已供研究所、高等工業学校及工厂广泛地应用着。实践証明,它們在完成复杂的研究中,常常起着重要的作用;例如冶金学、矿物学、地質学、范性材料学、生物学、医学及物理学等各方面都需要它們。在苏联有相当多的同志在从事电子显微学的研究,其中有些人就是列別捷夫所校閱的“电子显微学”(электронная микроскопия)一書^[4]的作者。季莫費也夫和席尔諾夫是研究光电發射和二次發射的。电子倍增器的系統是在1923年由斯列賓諾夫所提出来的,后为古比茨基于1932年加以改进。电子衍射仪的工作也在發展着,最新的ЭМ-4型就是巴格对克揚茨在科学院院士列別捷夫指导下設計完成的。随着新仪器的

① 指俄国的和苏联的——譯注。

被采用,电子光学的普遍基础也在發展着,从三十年代开始已有一些苏联学者既从事个别问题的理論探討,也研究一些重大的原則性的理論問題。作为近代电子光学理論先驅的最初的理論工作是博古斯拉夫斯基在 1929 年題为“电子在电磁場中的途徑”一文^[6];还在較早,1926—1927 年时,列宁格勒工学院学报上刊登了盖尔希果林的一篇关于利用电阻網来解决势論問題的奠基性論文^[6],特別当最近这种方法得到了广泛的运用时,可以看出該文对于發展电子光学起了很重大的作用。以后又現出了許多学者的一系列的工作,如德揚欽柯、魯可夫希可夫、斯特拉希盖維奇、虎尔金、卡尔松斯基、盖利曼、季莫費也夫、阿尔齐莫維奇等,他們的工作涉及了各种不同的理論問題——計算及建立場和決定軌迹、迴旋加速器的理論、 β 譜儀的理論、倍增器及象變換器的理論等。

以后从 1943 年起,又有了一系列重大的工作(这里不可能一一列举,后面各章中將附帶提到有关学者的工作),其中最卓越的是格林貝尔格关于細电子束聚焦的普遍理論的工作^[7];也應該提到盖利曼、斯比伐克、斯特拉希盖維奇、卡斯揚可夫、楚盖曼、瓦洛勃約夫及其他同志的許多工作。与實驗工作、仪器制造的發展的同时,目前在苏联电子光学的理論基础也正順利地發展着。

其他国家中也有不少学者从事电子光学的研究工作,特別是在电子光学發展的初期(1932 年到 1938 年間和以后),例如辟希特、格拉叟、謝尔赤、柯特和其他人的一些工作都是重要的貢獻。

从以上的敘述里我們可以看出:电子光学是电子学和技术物理中比較年輕的、正在發展中的一个部門,需要我們进行大力的研究使它日趨完整——大体上講,現在电子光学只是已奠定了基础但还不够完善。因此,目前电子光学方面的文献和科学書籍的数量相当少(已有的一些也相当分散),而且其中包含的內容还不很固定;此外,关于电子光学的新的科学刊物或教科書往往不断地被修正或补充着。

由于上述的情况,在这本书里我们不可能涉及电子光学中所有的问题,也不能作很完整的叙述,而只拟选择那些比较重要的而且大体上已经解决了的问题来加以说明;同时还拟论述一些具有进一步研究价值和很大发展前途的重要问题——希望这本书能够给读者以电子光学方面的基本知识,并为读者阅读文献进行研究工作提供一些帮助。

§ 2. 电子光学的内容及对象

现在我们来谈电子光学的内容与对象。

广义地说,电子光学是这样的一门应用物理学:它研究带电粒子在电场磁场作用下的运动,研究利用场对电子束或离子束的作用的各种不同类型的仪器装置(电子光学这名称中“电子”两字实际上反映了历史发展的过程,因为第一批这样的仪器是用电子工作的)。这种广泛的定义使这门学科的对象包括了全部或几乎是全部的电子或离子仪器。广义的电子光学与光线光学(световая оптика)仅有部分的相似,它可以称为电子力学或电子动力学。虽然对许多与光线光学中不完全相似的仪器(如各种加速器、高频仪器等)的研究实际上都应该属于电子光学,但是对电子光学的这样广义的理解并不很通用。

对电子光学的较狭义的理解是指,研究与光线光学有较多相似性的仪器中的现象的科学(也就是研究这样的一些仪器,它具有使电子聚焦及成象的性能)。这样,光线光学和电子光学间的相似性就格外明显了。

电子光学同物理学中的其他学科,特别是电子学有很密切的关系。随着科学研究工作的进展,电子光学的内容也将日益丰富和不断改变,同时它的出现也推动了对于其他各种有关成象问题的研究,例如:

- i) 利用 X 射线在扭曲晶格处反射而聚焦的办法以成象。
- ii) 利用不带电荷而有磁偶极矩的中性粒子成象。

iii) 利用“电子-光綫光学”的方法成象。也就是利用頻率的变换(例如双波衍射显微鏡)来成象。

現在我們来討論制备电子光学仪器时必不可少的几个条件:

- 1) 帶电粒子, 可用来成象或形成电子探針。
- 2) 粒子运动所在空間中的媒質。
- 3) 要有控制粒子运动的电場和磁場。

此外, 还要有帶电粒子的源, 粒子的接收器及一些輔助設備。

首先討論第(1)点, 即用来成象或形成电子探針的帶电粒子。除了有一类仪器(如离子显微鏡、离子投射器、質譜仪、重粒子加速器以及可以鑽得很小的孔的离子探針等)是利用离子来工作的以外, 絕大部分电子光学仪器中是利用电子的; 其所以如此, 主要是由于容易制备电子光学中所需要的电子源。在許多电子光学的仪器(如电子槍、投射器、象变换器及倍增管)中都用热电子發射、場致發射、光电發射及二次發射的方法以获得自由电子。其次一个原因是电子比較具有相同能量的离子更容易利用磁場来控制。因此, 从光学的观点(即根据極限分辨本領及其他性質)来看, 目前較完善的还是磁的电子显微鏡。而为了使离子聚焦必須將磁場换成电場或是再加用一些附加的成象透鏡(这些可由以后的叙述中看出)。最后, 在高頻的仪器中, 离子的渡越時間和慣性就有很重要的影响; 而电子的質量小, 故影响較小。

在这里我們順便叙述一下关于試圖制造質子显微鏡的起因和过程。大家知道, 光学显微鏡極限分辨本領是被衍射現象所决定的, 其公式如下:

$$d \geq k \frac{\lambda}{2n \sin \alpha} \quad (1)$$

① 直到 1936 年人們一直假定这个公式可以用来确定电子显微鏡的分辨本領(甚至有人專門研究过將这公式应用到电子显微鏡的一些問題)。后来人們才明白: 即使在理想的电子光学仪器中它的分辨本領也不仅被电子的波动性所决定, 而且还被該仪器的象差(球差)所决定。

其中 d 为分辨距离, λ 为波长, n 为折射率, α 为孔径角, k 为比例常数。

由此可见, 减小光波波长可以提高分辨本领和改善象的品质。在电子光学发展的初期, 发现了电子的波动性质, 知道了它的德布罗意波长较短并可由加速电压来加以改变, 这就促使了电子显微镜的产生。制造质子显微镜的试图的起因也是同样的: 因为在相同的加速电压下重粒子所对应的德布罗意波长比轻粒子的短。正是这一想法刺激了质子显微镜的试制, 但是这个工作遇到了相当大困难: 例如离子源的获得、对离子的控制、离子穿过物样时与后者的相互作用等。在 1940 年以前制成了具有低放大率的离子显微镜; 可是, 当时这种仪器没有得到进一步发展。1947 年香松^[8]和其他学者提出了他们设计的质子显微镜的构造原理。1955 年又出现了法国学者们关于离子显微镜的研究工作的报导, 这时这种仪器的分辨本领已经有相当大的提高。

其次, 讨论第(2)点, 即粒子运动的空間中的媒质。电子光学中基本的仪器都是要求真空的。不同仪器中要求的真空度是不同的, 但基本上在 10^{-3} — 10^{-6} mmHg 之間。场致发射的电子仪器中(如显微投射器)真空度达到 10^{-8} — 10^{-9} mmHg , 甚至更高些。因为如果不允许存在粒子的散射, 粒子强度的耗损, 有残余气体时表面的氧化及腐蚀等化学变化, 绝缘体表面的放电、击穿及一般的放电等效应, 那么真空是必不可少的。近年来新的发展是斯比伐克及其他学者获得了在 10^{-2} — 10^{-1} 大气压下成象的一系列有兴趣的结果。早就为人们所知道的气体聚焦在近年来也引起了注意。气体聚焦就是利用了电子束本身及被它所电离的气体场之間的作用而产生聚焦。还有研究电子束本身的空間电荷效应的工作现在也大大地增多了。这种空間电荷效应在具有很大的电流强度的仪器中(例如在脉冲情况下工作的仪器中)起着很重要的作用。

再来讨论第(3)点, 即控制粒子运动的电场和磁场。大部分电子光

学的仪器中都是用靜电場或准靜的电場和磁場，它們分別由电極系統及鉄磁体(磁極端头)和通电流的綫圈所产生。当然还要有电源供給电極上的电压和維持綫圈中的电流。此外，輔助設備中包括有：改进电子束的均匀性(однородность)的仪器、初步加速电子用的裝置，划分出所需要的一定截面和一定孔徑角的电子束所用的光闌。但是电子光学仪器最基本的、不可缺少的部分乃是“光学”作用場。一般說起来是这些“光学”作用場(电場和磁場)組成了电子光学系統。这种場可由几个單独的元件或是一个复杂系統的某一部分所产生。这种元件或个别部分常称为电子透鏡(但往往和光綫光学中的透鏡不完全相似)。

当然，这些电子光学仪器是各不相同的，但是从原則上看大致可以归納成下列几类^[9]：

1) 第一类——它能用細电子束使小物面放大成象且具有較高的分辨本領，例如电子显微鏡。

2) 第二类——目的是要产生强度大、能加以控制的电子探針，它具有尽可能小的亮斑。例如电子束管、电视管。

3) 第三类——它用寬电子束使大物面成象，形成具有低放大率的象(放大率大約等于1)，例如象变换器。

当然，并不是說所有的仪器都已归入这几类中了，例如电子显微投射器、倍增器、攝譜仪等得另行考虑。

最后，我們簡單地介紹一些常用的电子光学仪器。

电子显微鏡，可使我們深入研究物質的内部結構，它所研究的区間的大小常是与分子的大小相比拟的，或是接近于原子的大小。較好的电子显微鏡的分辨距离可达到 $20-30\text{\AA}$ ，工業上制成的显微鏡的分辨距离約为 $50-60\text{\AA}$ ；而仅有的最好的几架中竟可达到 $8\text{\AA}$ ，它已快接近晶格間距的大小了。对应于这种分辨本領的放大率也是很大的。因此，与光学显微鏡相比較，电子显微鏡能使我們更深入地研究物質的内部結構，更扩大我們的眼界：可以利用它来研究膠体、灰粉的結構、病

毒、陶瓷材料及許多其他的問題。随着电子光学的發展制成了利用質子成象的显微投射器,它可以区别各种离子。

由于制成了电子束管就提供了制造近代示波器的可能,并使得它能过渡到电视接收管。电子光学的象变换器在条件不好的情况下(如黑暗中或云雾中)能够將不可見的紅外光的象轉換成看得見的电子光学象。第二次世界大战中已制成了用象变换器来装备的武器。象变换器是属于浸沒物鏡的电子光学系統,近年来浸沒系統得到广泛的应用。

此外,电子光学最新的發展包括着利用高頻場来改进象的品質以及应用相聚焦等趋势。

第一章 电子光学的初步介绍

§ 1. 静电场和磁场对带电粒子的偏转作用

在这里我们将研究一系列可用初等的数学方法作简单、直观的讲解的问题。这就是电子光学中最简单的电场和磁场的性质和应用的问题(我们局限于研究静场)。

作用于粒子上的力决定于场强及运动着的粒子的电荷量,它的大小和方向由洛伦兹力决定:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}]. \quad (1,1)$$

此处 $\mathbf{F}$ 为作用于粒子上的力; $\mathbf{v}$ 为粒子运动的速度; $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ 分别为电场强度及磁场强度(用高斯绝对单位制); e 为粒子的电荷; c 为光速。

场所引起的偏转由下面的微分形式的运动方程所描绘(非相对论近似):

$$m_0 \ddot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{F}, \quad (1,2)$$

其中 $\boldsymbol{\rho}$ 为运动粒子的向径矢量; m_0 为粒子的静止质量。

我们现在来研究下面几种特殊情况。

1) 均匀的横向磁场所引起的偏转

因为磁场是均匀的, $\mathbf{H} = \text{常数}$, 所以很容易写出粒子轨迹曲率的表达式:

$$\frac{m_0 v^2}{R} = \frac{e}{c} v H, \quad (1,3)$$

其中 R 为轨迹的曲率半径。

在均匀的横向磁场中, 粒子速度的方向恒垂直于场的方向而数值不变。当 R 等于常数时, 表示粒子的轨道是圆的。由(1,3)轨迹的曲率

可寫為

$$\frac{1}{R} = \frac{e}{m_0 v} \cdot \frac{H}{c} = \sqrt{\frac{e}{2m_0 c^2 u}} H, \quad (1,4)$$

其中 $u = \frac{m_0 v^2}{2e}$, 對應於粒子速度 v 的加速電壓。

$$\text{或} \quad R = \frac{m_0 v}{e} \cdot \frac{c}{H}, \quad (1,4a)$$

由此可見, 粒子軌迹的曲率比例於 $\frac{e}{m_0 v}$ 及 $\frac{H}{c}$, 前者代表了粒子的性質, 而後者則是比例於場強。在給定場的情形下, 平面軌迹的曲率正比例於量 $\frac{e}{m_0 v}$ 。因而單位電荷的動量—— $\frac{m_0 v}{e}$ 是橫向偏轉的量度。因此, 所有具有相同數值 $\frac{mv}{e}$ 的粒子在橫向磁場中都相同地運動着。

$$\text{不难看出:} \quad \frac{m_0 v}{e} = \frac{RH}{c}, \quad (1,4b)$$

由實驗得知的 R, H 兩量之乘積就可以測定單位電荷的動量。因此在實驗工作中, 常用量 RH 來作為某種粒子(如電子)單位電荷的動量的量度。反之, 當粒子的 $\frac{e}{mv}$ 為常數時, 磁場強度比例於軌迹的曲率 $\frac{1}{R}$; 因而就可用這個量來相對地表示磁場。

由(圖 1,1)可見在均勻磁場中橫向偏轉 Δ 等於:

$$\Delta = R(1 - \cos \alpha), \quad (1,5)$$

其中 α 是粒子沿圓周所畫出的圓心角;

R 是軌迹的曲率半徑。

當偏轉很小時, 即 $\alpha \approx 0$,

$$\text{則有:} \quad \Delta \approx \frac{l^2}{2R}, \quad (1,6)$$

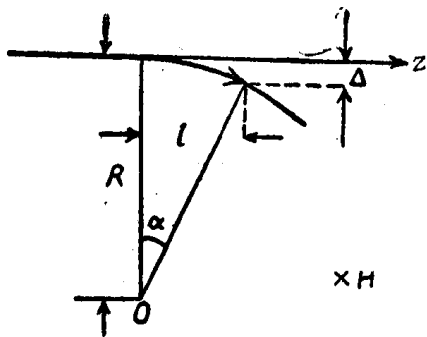


圖 1,1. 均勻的橫向磁場中帶電子的軌迹
($\otimes$ 表示磁場 H 的方向是垂直於圖面向里的)。