

弹性连杆机构 的分析与设计

(第2版)

张策 黄永强 等著
王子良 陈树勋

机械工业出版社

弹性连杆机构的 分析与设计

(第2版)

张 策 黄永强 等著
王子良 陈树勋



机械工业出版社

本书系统地论述了弹性连杆机构分析与设计的基本理论和方法,与第一版(1989)相比,本版中增加了许多新的内容,以期反映近十年来在这一领域的新发展。全书共十一章:第一章概括地介绍了机械弹性动力学的产生、发展和研究内容;第二章和第三章梗概地介绍机械振动学和有限单元法的基本知识;第四章至第八章讨论连杆机构的弹性动力分析方法;第九章集中讨论机构运动微分方程的求解;第十章介绍简单连杆机构的基于弹性动力学理论的设计方法。第十一章简要地介绍了近十年来机构弹性动力学的其他重要发展。

本书可供高等院校有关专业的师生和从事机械设计的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

弹性连杆机构的分析与设计/张策等著. —2版. —北京:
机械工业出版社, 1997.6
ISBN 7-111-05544-6

I. 弹… II. 张… III. ①弹性构件-连杆机构-分析②弹性构件-连杆机构-机械设计 IV. TM12.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 25726 号

出版人:马九荣(北京市百万庄南街1号 邮政编码 100037)
责任编辑:张秀恩 版式设计:张世琴 责任校对:唐海燕
封面设计:郭景云 责任印制:卢子祥
机械工业出版社京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1997年6月第2版第2次印刷
787mm×1092mm¹/₁₆·18印张·432千字
2 521—4 520册
定价:34.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

再 版 前 言

本书第1版出版于1989年,文献则只收集到1986年,反映了当时连杆机构弹性动力学的发展水平。近十年来在国际上,特别是在中国,这一领域又有了很大的发展。国内许多高等学校和研究机构在这一领域开展了研究工作。历届全国机构学学术讨论会都有这一领域的文章发表。在弹性连杆机构的分析、综合、材料、平衡、控制、误差分析、间隙的影响等多方面都做出了贡献。目前我国学术界在这一领域的综合成果已经居于世界水平的前列。

在保持第1版的基本框架不变的基础上,本书第2版对内容有较强的增删。增删的主旨是剔除那些已表明是效果不太好的数值方法,不再给出计算机程序,而增加一些篇幅来反映近十年来新的进步。

第一章是机械弹性动力学概论,在这一章中用新的观点对动力学分析方法进行了分类,并定义了机械弹性动力学的范畴。目前,国内外著作中采用这一观点的还不是很多。

机械振动学和有限单元法是机械弹性动力学的重要理论基础。在第二章和第三章中对这两个领域的一些最基本内容做了梗概性的介绍。作者并不认为读者阅读了这两章就能完全地、透彻地掌握这些内容。在这里,只是提供给读者一个基本内容的骨架和提纲。要深入地研读本书后续部分的内容,再查阅一些关于机械振动学和有限单元法的专门书籍仍然是必要的。

第四章至第八章讨论连杆机构的弹性动力分析。

第四、第五两章以简单平面连杆机构为研究对象,所谓“简单连杆机构”是指构件形状呈杆状,可以用梁单元来模拟的连杆机构。在历史上,机构弹性动力学的研究是从这类机构开始的。这类机构的分析方法相对地较为简单,便于理解。第四章介绍机构弹性动力分析的一种简化方法,其中忽略了一系列影响因素;第五章则介绍一种较为精确的方法。

第六章介绍一般连杆机构的弹性动力分析。所谓“一般连杆机构”有两个含义:一是指包括用梁单元无法模拟的“复杂连杆机构”,二是指既包括平面机构,也包括空间机构。这一章中要提供一个最一般的、具有普遍适用性的分析方法。初涉此领域的读者最好在阅读过第四章后再读本章。

在第四至第六这三章中所介绍的方法均采用有限单元法来建模,而在第七章中则介绍用传递矩阵法来进行弹性动力分析。

从第四章至第七章,均假定机构的主动构件等速回转,研究的是连杆机构本身的动力学。在第八章中抛弃了这一假定,研究由电动机和连杆机构组成的机械系统的弹性动力分析方法。

在第九章中集中讨论机构运动微分方程组的求解。

第十章讨论弹性连杆机构的设计问题。在本书第1版中,这一章主要包括通过修改机构几何参数减小运动误差的运动改善法,和以减小机构重量为目标,以运动误差和应力为约束的优化方法。机构的平衡属于设计工作的一部分,近十年来对弹性连杆机构的平衡问题已开始研究,在这一版中增加了这一部分内容。

第十一章简要地介绍了近十年来机构弹性动力学的其他重要发展,包括:含间隙机构的动力学问题、弹性机构的渐进解析法求解和谐振现象分析、用主动控制的方法抑制机构的弹性

动力响应,以及弹性动力分析方法在机器人操作机分析中的应用等。

本书第2版由黄永强、王子良任主编。各章执笔分工如下:

黄永强(河北理工学院机械系副教授)——第五章、第九章、第十章;

王子良(天津理工学院机械系副教授)——第四章、第六章、第七章和第二节的2.5.3节、2.5.4节;

张策(天津大学机械系教授)——第一章、11.1节;

陈树勋(河北理工学院基础部教授)——第二章的绝大部分、第三章;

孟宪举(河北理工学院机械系讲师、硕士)——第八章;

王玉新(天津大学机械系教授、博士)——11.2节;

唐力伟(石家庄军械工程学院机械系讲师、博士)——11.3节;

刘鸿飞(北京科技大学机械系讲师、硕士)——11.4节。

后面四位作者都是具有研究生学历,并对所撰写的内容进行了专门研究的青年同志。

本书以著作者的研究成果为主,此外,也纳入了国内外学者的一些研究成果。在此,特向这些学者表示衷心的感谢!

感谢机械工业出版社高级工程师张秀恩同志为本书两版之出版所付出的心血。

国内机构弹性动力学领域发展迅速,著作者对近年发展之把握难免挂一漏万。真诚地欢迎学术界朋友和广大读者提出批评指正。

著者

1996年10月

第一版 前 言

连杆机构传统的分析与设计方法把机构的构件假定为刚性的。近几十年来,设计的机械产品运转速度趋于提高,对机械的工作精度要求更为严格。与此同时,为了减轻机械的重量,设计的构件截面减小,构件刚度降低。高速下急剧增大的惯性力使机构构件产生弹性变形和振动,从而使机构的工作性能恶化。因此,某些机构构件的弹性不能再象传统方法中那样被忽略不计。这样,就产生了机构学的一个分支——机构弹性动力学。

机构弹性动力学在国外形成研究热潮只是最近二十年的事。这一新的机构分析与设计理论的发展,“是国际市场上为推出具有超等运转性能的产品而竞争的结果”。中国机械产品要更新换代、走向世界,机构弹性动力学也必将在中国的机械设计领域得到应用和发展。近年来,我国学术界也已起步研究。本书试图将这一课题的基本内容向机械产品设计人员做一介绍,希望能推动它的应用,也希望有助于学术上的进一步研究。

本书共分五章。第一、二两章对弹性动力分析用到的基础理论——振动理论和有限元法做了简单的介绍,以供未系统学过这两门学科的读者入门之用。由于篇幅的限制,在内容选择上主要针对第三章之需要,不能包容太多;叙述上也只能从简,不能挖掘过深。第三章介绍弹性动力分析方法,是本书之核心内容。这一章主要介绍用有限元模型分析弹性连杆机构的方法:如何建立机构系统的有限元模型,如何导出系统的运动微分方程式。为了叙述上的集中,将运动方程式的求解放到第四章介绍。为此,建议读者在了解 3.2 节的基本方法时应穿插阅读 4.2 节的内容。第五章介绍简单弹性连杆机构的设计问题。

本书由张策、陈树勋、王子良、黄永强著,由张策、陈树勋主编。执笔分工如下:张策—3.1 节、3.2 节、第五章、附录;陈树勋—第一章、第二章、3.3 节;王子良—3.4 节、3.5 节、3.2.5 小节;黄永强—第四章。

本书是著者近年来关于弹性连杆机构动力学研究成果的总结。这项研究工作得到国家自然科学基金的资助。书中还纳入了国内外学者和研究生的一些研究成果。清华大学教授唐锡宽同志、天津大学教授祝毓琥同志、机械工业出版社高级工程师张继铎同志认真审阅了全书并提出了宝贵意见。对此,著者一并表示衷心的感谢。

著者研究这一领域的时间不长,又受到理论水平的限制,因此本书一定存在不少缺点错误,敬希读者批评指正。

著者

1987 年 1 月于

唐山工程技术学院

目 录

再版前言

第一版前言

第一章 机械弹性动力学概论	1	3.1 弹性力学的基本方程	35
1.1 机械弹性动力学的产生和 发展	1	3.1.1 一般空间问题的基本方程	35
1.1.1 四种不同水平的机械动力学 分析方法	1	3.1.2 平面应力状态	40
1.1.2 机械动力学发展的背景	2	3.2 弹性力学中的变分原理	41
1.1.3 机械弹性动力学发展历史简介	2	3.2.1 虚功原理和最小位能原理	41
1.2 连杆机构弹性动力学简介	4	3.2.2 哈密尔顿原理和拉格朗日方程	43
1.2.1 连杆机构弹性动力学的产生和 发展	4	3.3 有限单元法概述	45
1.2.2 弹性动力分析方法概述	5	3.4 平面应力问题的有限单元法	45
第二章 机械振动学基础	9	3.4.1 基本方程的建立	45
2.1 单自由度系统的振动	9	3.4.2 位移模式的选择和解的收敛性	50
2.1.1 自由振动	9	3.5 平面杆件系统的有限单元法	51
2.1.2 受迫振动	11	3.5.1 基本方程的建立	51
2.2 有限多自由度系统振动方程的 建立	15	3.5.2 计算格式的形成	55
2.2.1 计算模型的简化	15	3.5.3 杆件内力的计算	57
2.2.2 用拉格朗日方程建立多自由度 系统的微振动方程	16	第四章 简单平面连杆机构的弹性动力 分析——简化方法	59
2.3 多自由度系统的自由振动	20	4.1 梁单元运动微分方程的推导	59
2.3.1 固有频率和主振型	20	4.1.1 型函数和广义坐标	59
2.3.2 多自由度系统振动的通解	20	4.1.2 运动学关系	61
2.3.3 主振型的正交性与正则化	21	4.1.3 运动微分方程式	64
2.3.4 正则坐标与方程组的解耦	23	4.2 系统模型与系统运动微分方程 的建立	69
2.3.5 振型截断法	23	4.2.1 仅包含回转副机构的系统模型	69
2.4 用振型叠加法求系统对激励 的响应	24	4.2.2 系统的无阻尼运动方程式	70
2.5 弹性体的振动	26	4.2.3 计入阻尼影响的系统运动微分 方程式	72
2.5.1 等直杆的纵向振动	26	4.2.4 包含移动副的平面连杆机构 的系统模型	73
2.5.2 等直杆(梁)的横向振动	28	4.3 系统的弹性动力分析	75
2.5.3 等直杆的扭转振动	30	4.3.1 各种运动学参数的计算	75
2.5.4 弹性体振动的主振型正交性	31	4.3.2 动应力计算	76
第三章 弹性力学中的有限单元法	35	4.3.3 准静态分析	77
		4.3.4 计算机程序框图	78
		4.3.5 关于简化方法的总结	79

4.4 变截面直线梁单元	81	矩阵	130
4.4.1 I 类变截面直线梁单元	81	7.3 平面连杆机构振动特性分析	131
4.4.2 II 类变截面直线梁单元	83	7.3.1 单环闭链平面连杆机构振动特性分析	132
4.5 弹性连杆机构的低阶谐振现象	84	7.3.2 带有分支的平面连杆机构的自振特性分析	135
4.5.1 现象表述	84	7.3.3 带有环路的平面连杆机构的自振特性分析	136
4.5.2 机理浅析	86	7.4 平面连杆机构弹性动力学方程	138
4.5.3 频域特性计算的简化	87	7.4.1 机构的动能势能表达式	138
第五章 简单平面连杆机构的弹性动力分析——精确方法	89	7.4.2 平面连杆机构弹性动力学方程	139
5.1 梁单元运动微分方程的推导	89	7.5 空间连杆机构的传递矩阵	140
5.1.1 梁单元的动能表达式	89	7.5.1 杆扭转振动传递矩阵	140
5.1.2 梁单元的应变能表达式	93	7.5.2 空间等直杆的状态矢量和传递矩阵	141
5.1.3 梁单元的运动微分方程	100	7.5.3 空间机构球铰及固结铰链的点传递矩阵	142
5.2 系统运动方程的建立	101	7.6 空间连杆机构振动特性分析	144
5.3 补充说明的几个问题	103	7.6.1 空间闭链机构振动特性分析	144
第六章 一般连杆机构的弹性动力分析	105	7.6.2 空间开链机构振动特性分析	147
6.1 有限位移条件下的应变	105	第八章 电动机-连杆机构系统弹性动力分析	148
6.1.1 任意方向的线应变	105	8.1 概述	148
6.1.2 有限应变表达式	106	8.2 电动机-弹性连杆机构系统动力学方程的建立	148
6.2 计入几何非线性时弹性连杆机构通用动力学方程	109	8.2.1 电动机-弹性连杆机构系统动力学方程的建立	148
6.2.1 参考坐标系及运动学关系	109	8.2.2 悬臂梁假设的力学含义	150
6.2.2 构件动力学方程	110	8.2.3 驱动力矩的广义力的求法	151
6.2.3 机构通用动力学方程及讨论	112	8.3 电动机-弹性连杆机构系统动力学方程的求解	153
6.3 采用集中质量模型建立弹性动力学方程	114	8.3.1 电动机-弹性连杆机构系统动力学方程的求解方法	153
6.3.1 构件局部坐标系及运动学关系	114	8.3.2 计算实例	154
6.3.2 构件的动力学方程	117	8.4 曲柄摇杆机构基频特性的揭示	154
6.3.3 用模态综合法缩减构件坐标	118	8.5 电动机-弹性连杆机构系统的运行特性	156
6.3.4 系统运动方程	121	8.5.1 固有频率和电动机轴速度波动之间的对应关系	156
第七章 连杆机构弹性动力分析的传递矩阵法	125		
7.1 基本问题和求解思路	125		
7.2 平面连杆机构的传递矩阵	126		
7.2.1 状态矢量与等直杆的场传递矩阵	126		
7.2.2 不同边界条件下等直杆的简化传递方程式	128		
7.2.3 具有集中质量铰链的点传递			

8.5.2 电动机-连杆机构系统的弹性动力分析结果与弹性连杆机构系统的 KED 分析结果的对比	157
第九章 机构运动微分方程组的求解	160
9.1 概述	160
9.2 实振型叠加法	160
9.2.1 常系数二阶微分方程组的解法	160
9.2.2 变系数二阶微分方程组的解法	162
9.2.3 响应计算中的一些算法	165
9.3 复振型叠加法	167
9.3.1 阻尼系统特征值问题	168
9.3.2 阻尼系统振型的正交性	170
9.3.3 响应的求解	170
9.3.4 机构运动微分方程的稳态解	172
9.4 特征值问题	173
9.4.1 概述	173
9.4.2 豪斯霍尔德法	176
9.4.3 特征值与特征向量的变化率	182
9.5 逐步积分法	184
9.5.1 线性加速度法	184
9.5.2 威尔逊- θ 法	185
9.5.3 纽马克法	186
9.6 线性多步法	187
9.7 刚性微分方程的求解	189
9.7.1 刚性的概念	189
9.7.2 向后差分方法	190
9.8 求解时变非线性振动方程的迭代法	192
第十章 简单弹性连杆机构的设计	195
10.1 概述	195
10.2 弹性连杆机构的构件截面形状	196
10.3 截面参数的优化——非线性规划法	198
10.4 截面参数的优化——最佳性准则法	200
10.4.1 应力约束下的最小重量设计	200
10.4.2 位移约束下的最小重量设计	203
10.4.3 应力约束和位移约束下的最小重量设计	206
10.5 运动改善法	206
10.6 最佳性准则法与运动改善法的联合使用	212
10.7 摄动法在重新分析中的应用	214
10.8 弹性连杆机构的平衡	217
10.8.1 概述	217
10.8.2 弹性连杆机构摆动力的求解	217
10.8.3 摆动力和摆动力矩的幅频响应	218
10.8.4 摆动力最小化的构件截面参数优化	219
第十一章 连杆机构弹性动力学的最新发展	223
11.1 考虑运动副间隙影响的机构动力学研究	223
11.1.1 含间隙刚体机构的动力学分析方法	223
11.1.2 运动副元素分离的判断准则	226
11.1.3 含间隙弹性机构的动力学分析方法	228
11.2 用渐近解析方法研究弹性连杆机构的谐振响应	229
11.2.1 动力学方程	230
11.2.2 摄动分析	233
11.2.3 数值结果	236
11.2.4 其他谐振响应	237
11.3 弹性连杆机构动态响应的主动控制	239
11.3.1 压电驱动原理	240
11.3.2 建立受控系统运动方程	241
11.3.3 传感原理	242
11.3.4 控制系统设计	244
11.3.5 弹性动力响应主动控制的实验	247
11.4 机器人弹性动力分析	249
11.4.1 子结构的动力学方程	250
11.4.2 系统弹性动力学方程	254
11.4.3 实例分析	255
附录 第四章和第五章中用到的矩阵	257
参考文献	268

第一章 机械弹性动力学概论

1.1 机械弹性动力学的产生和发展

1.1.1 四种不同水平的机械动力学分析方法

任何机械都有运动,任何机械都受有力的作用。机械动力学就是研究机械在运动中产生的力和机械在力作用下的运动的科学。

机械动力学的分析过程,按其任务之不同,可分为两类问题:1. 已知机构的运动状态和工作阻力,求解输入扭矩和各运动副反力及其变化规律;2. 给定机器的输入扭矩和工作阻力的变化规律,求解机器的实际运动。在许多文献中^[d6,d10]称前者为逆动力学,后者为正动力学。这种分类是从分析过程的任务着眼的。

还可以从分析方法的水平角度对动力学分析过程作另一种分类。由于动力学研究的复杂性,人们常常引入一些假定,使问题简化。随着生产实践的发展,对动力学分析的准确度提出了新的要求;随着科学技术的发展,为动力学分析提供了新的理论和手段。因而,动力学研究发展的总趋向是:逐步地将这些假定抛弃,日益地使分析更接近客观实际情况。在机械动力学发展过程中先后提出了四种不同水平的分析方法:静力分析、动态静力分析、动力分析、弹性动力分析。

(1)静力分析(Static Analysis) 对低速机械,运动中产生的惯性力可以忽略不计。对机械的运动过程中的各个位置,可用静力学方法求出为平衡负荷而需在驱动构件上施加的输入力或力矩,以及各运动副中的反作用力。这是历史上最早出现的力分析方法。对许多速度不太高的机械,现在仍用静力分析方法来计算原动机的功率和进行构件的强度、刚度计算。

(2)动态静力分析(Kineto-Static Analysis) 随着机械速度的提高,惯性力不能再被忽略。根据达朗贝尔原理,可将惯性力计入静力平衡方程来求出为平衡静负荷和动负荷而需在驱动构件上施加的输入力或力矩,以及各运动副中的反作用力。这样一种分析方法称为动态静力分析。在这种分析方法中要计入惯性力,而为求出惯性力又需知道构件的加速度,所以在动态静力分析中首先要进行运动分析。在进行运动分析时是假定驱动构件按某一理想运动规律运动的,例如,多数驱动构件均被假定为做等速回转运动。由于采用了“驱动构件等速回转”这一假定,在动态静力分析中便不涉及原动机的特性,因而,这在本质上是一种理想化运动状态下的力分析。现在对许多速度较高的机械,均用动态静力分析代替了静力分析。

(3)动力分析(Dynamic Analysis) 在力的作用下,机械并不能维持“驱动构件等速回转”这种理想化的假定。尽管这种假定在许多情况下是允许的,但在实际的工程问题中也常常要求知道机械系统的真实运动。动力分析就是要求出在外力作用下机械的真实运动。

在动力分析中抛弃了对驱动构件运动规律的理想假定,便自然地要把原动机包括在机械系统之内来进行分析。所以动力分析的对象是整个的机械系统,在有的文献中也常称为机械系统动力学。

静力分析和动态静力分析的数学模型均归结为一个线性代数方程组的求解,而动力分析

则需要求解微分方程。

(4)弹性动力分析(Elasto-Dynamic Analysis) 在上述三种分析方法中,构件均被假定为刚性的。随着机械向轻量化方向发展,构件的柔度加大;随着机械向高速化方向发展,惯性力急剧增大。在这种情况下,构件的弹性变形会给机械的运动输出带来误差。对于一些高精密度的机械,就必须计入这种弹性变形对精度的影响。机械系统的柔度加大,系统固有频率下降;而机械运转速度提高,激振频率上升。随着激振频率和固有频率的接近,可能会发生较强的振动现象,既破坏机械的运动精度,又影响构件的疲劳强度,并加剧运动副中的磨损。在这种情况下,传统的、把构件视为刚体的分析方法已不能满足要求。在这种情况下,出现了计入构件弹性的动力分析方法—弹性动力分析。

机械弹性动力学是机械动力学的新的发展阶段。它研究把机械的构件看作是弹性体而不是刚体时机械的真实的运动状态和受力状态,以及为抑制弹性动力响应而应采取的措施和相应的设计机械的方法。

1.1.2 机械动力学发展的背景

我们从机械动力学发展的背景中来考察一下这一分支学科产生的动因。

生产力的不断提高是推动科学技术发展的动力源。追踪近二百余年机械产品的发展历史,机械运转速度的不断提高是最为突出的特征。它是推动机械动力学和机械振动学发展的第一因素。机械中的惯性力—它与转速的平方成正比—增大了,惯性力变化的频率也随之加大了,这就要带来许多的动力学问题。历史上先后提出的上述几种不同水平的动力学分析方法,考虑因素越来越多,越来越更符合客观真实情况,分析复杂程度越来越高,其背后的第一推动力就是机械速度的不断提高。汽车的高速化推动了对整车振动和传动系统振动与噪声的研究,内燃机和各种自动机械的高速化推动了高速凸轮机构动力学的研究。

轻量化是现代机械设计的另一特征。人们历来都重视对机械产品要节能和节材的要求;而能源与资源的危机,航空航天事业的发展,更进一步强化了这一要求。材质的改善、各种新型轻质高强度材料的出现以及最小重量优化设计方法的发展,促使机械产品的轻量化比过去更易于得到实现。随着机器重量的减轻,构件的柔度加大,易于产生变形和振动。机械弹性动力学的发展直接与轻量化相联系。

精密化要求机械的实际运动尽可能与期望运动相一致。这一要求使我们在分析误差时必须尽可能地计入各种因素的影响,如间隙、弹性、制造误差。特别是要注意机械在高速下的动态精度与静态时有很大区别。精密机床的动态特性研究、高速间歇机构的动态定位精度研究就是这样发展起来的。

机械产品高速化、精密化、轻量化、大功率化的趋向不断促进着机械动力学的发展,要求提供更准确地、更真实地反映客观实际的动力学分析方法。力学理论的发展、电子计算机在设计领域的应用则为不断进步的动力学分析方法提供了理论基础和实现手段。

1.1.3 机械弹性动力学发展历史简介

在机械发展历史上,高速化带来的挑战首先在轴和轴系的振动问题上表现出来。轴类零件的大多数是细长零件,固有频率较低;而机械的高速化首先带来轴的运转的高速化,因而,远在各种机构之前,轴和轴系的振动早就引起了人们的注意(虽然长期以来并未使用“弹性动力学”这一术语)。在轴的振动问题中,多数情况下只要求算出固有频率,只要使轴的转速离开固有频率较远也就可以了,而不进行振动响应分析。也有一些重要的大型轴类零件如汽轮发电机转

子,其振动损坏会造成巨大的经济损失,因而在分析中考虑的因素很多,不仅要计算固有频率,也要计算响应,甚至考虑故障的诊断和预报。大型转子的动力学问题已经发展为动力学的一个专门的分支——“转子动力学”,至今仍然是研究的热点。

在轴和轴系之后,凸轮机构的动力学分析也发展到计入构件弹性影响的阶段。内燃机和各种自动化机械的高速化导致了凸轮机构的高速化。在本世纪前半叶,人们多从运动学角度来选择运动规律,很少提及动力学概念。当时,即使考虑到动力学,也只是在选择运动规律时注意一下加速度峰值(它代表着动负荷的峰值)。具有最小的加速度峰值的凸轮从动件运动规律——等加速等减速规律曾被认为是一个很好的运动规律。后来,到40年代末期,Hrones和Mitchell分别通过理论分析和实验研究发现,这一运动规律使从动件发生剧烈的振动,在高速下是一个动力响应很差的运动规律^[d9]。正是由于计入了系统的弹性,进行了振动分析,才得到了这一重要认识。自此以后,高速凸轮动力学得到蓬勃发展:为改善动力学特性,提出了许多新型的凸轮曲线;研究了凸轮机构的动态设计。高速凸轮动力学的基础是计入了构件的弹性来进行振动分析,因而也可以称为是凸轮机构的弹性动力学。

连杆机构弹性动力学是70年代以后发展起来的。因为连杆机构的分析比轴系和凸轮机构更复杂,必须用到有限元方法,所以它的发展必然要在计算机在工程中得到应用之后。“机构弹性动力学”这一术语实际上就是随着高速连杆机构的研究而出现的。连杆机构弹性动力学的研究和多柔体动力学的研究是大体同时地、平行地发展起来的。在机构学领域,主要由于连杆机构高速化的要求,开创了机构弹性动力学,英文称为Kineto-Elastodynamics(简称KED),直译是“运动弹性动力学”。在宇航领域中首先兴起了多柔体动力学(Flexible multi-body dynamics),它的研究对象和应用范围都更为宽泛。

齿轮传动的动负荷及由此而带来的振动与噪声也是一个很早就引起人们注意的问题。随着对产品质量和性能的要求不断提高,今天,解决齿轮传动的噪声问题的要求比任何时候都更迫切。对轮齿动负荷的研究已有半个多世纪的历史,但现代意义上的动力学研究是从50年代建立起齿轮传动的振动分析模型才开始的。把轮齿和传动轴视为弹性体,把一对齿轮或一个齿轮系视为一个振动系统,使这个系统振动的内部激励主要有两个:轮齿啮合刚度的变化和制造误差。在此基础上,提出了修正齿形的方法(修缘),以减轻啮合中的冲击、振动和噪声。绝大多数研究者在分析中都作了这样一种近似假设:轮齿的弹性变形导致啮合点发生变化,但啮合点仍在啮合线上。实际上,在弹性变形以后齿廓已不是渐开线。到了80年代,我国学者陈志新^[c7]提出了将共轭理论、弹性力学和动力学结合起来,建立共轭弹性动力学(Conjugate-Elastodynamics,简称CED)的建议。

这些不同机构的动力学研究先后地步入了计入构件弹性影响的阶段。在这种趋势的后面有共同的背景,这种研究基于共同的理论,采用相同或相近的数学模型和求解方法。因此在机械动力学领域,它们可以被归纳为机械弹性动力学,以区别于传统的刚体动力学。文献[d7]首先提出了这一观点。

考察机械弹性动力学的发展历史可以看出,它和机械振动理论有着密不可分的关系。在轴和轴系的振动研究兴起和发展的那个时期,其他机构弹性动力学问题还没有提到日程上来。轴和轴系的振动研究历来被认为是机械振动理论的一个实际应用。在不少机械振动方面的著作中,都设有专门的一章来讨论轴的振动问题。研究凸轮机构的动力学时,常常采用集中参数模型,若进行一些简化,可得到一个线性多自由度或单自由度振动系统。因而凸轮机构的动力学

可以认为是将机构学和机械振动理论相结合的产物。凸轮机构的振动问题已从振动理论的专著中脱离出来。连杆机构一般不采用集中参数模型,而建立有限元模型。连杆机构的弹性动力学,以及共轭弹性动力学,可以认为是机构学(含共轭理论)、动力学(包括机械振动理论)和弹性力学(具体地说,有限单元法)相结合的产物。从机械弹性动力学的发展历史来看,它是逐渐从机械振动理论中独立出来的。显然,机械振动理论是研究机械弹性动力学的重要基础。

在机械振动理论中,已涉及到如何将实际的工程系统简化为力学模型(如弹簧-质量块模型)的问题。但是,机械振动理论的主体还不是讨论如何简化模型,而是针对模型来讨论振动的响应及其特性。组成机械系统的构件形状各异,构件间的连接方式也不同,因而把机械构件和机械系统简化为可供研究的模型就成为机械弹性动力学的首要任务。建立了模型之后,再用机械振动的理论进行动力响应分析。为了进行正确的设计,还必须了解系统的哪些参数对动力响应有影响,有什么样的影响,影响的程度如何。因而,在研究机械的弹性动力分析方法时要抓住这样三个问题:动力学模型的建立,系统方程的求解,参数影响的分析。

1.2 连杆机构弹性动力学简介

1.2.1 连杆机构弹性动力学的产生和发展

连杆机构弹性动力学是机械弹性动力学的一个重要组成部分,“机械弹性动力学”这一术语就是随着高速连杆机构的研究而首先出现的。

当原动构件等速回转时,构件的加速度和角加速度,因而其惯性力,与原动构件转速的平方成正比。随着机械速度的提高和构件柔度的加大,构件在惯性力作用下的变形加大了,这使得机构真实的运动与期望的运动之间产生误差。图 1-1 所示为一平面四杆机构,按照运动学综合的方法所设计的这一机构,其连杆上的点 P 可作成所期望的轨迹,如图中实线所示。而在动态下,由于构件的变形,点 P 所生成的轨迹如双点划线所示,其轨迹称为真实轨迹。文献[E3]中提到一个实例:一个按照运动学综合方法设计的高速印刷机的抓取机构,在实际运转速度超过设计速度一半时,抓取动作便失灵了。文献[S8]对一个工业机械手进行了分析和实验而得出结论:构件的弹性对高速机械手动作的精度和稳定性有很大影响。

随着机构主动件速度的提高,激振力(一般惯性力是激振力的主要组成部分)的频率也随之提高了。而构件柔度加大时,系统的固有频率下降了。激振力频率与固有频率的接近增大了振动的振幅,也增大了发生谐振的危险。在弹性连杆机构中存在着复杂的谐振现象,其中最常见的一种是低阶谐振现象——即机构在低于其第一阶固有频率的一系列转速下都可能发生谐振现象。图 4-17 所示为一个四杆机构的连杆中点稳态最大动应力随曲柄转速变化的情况。从此图不难看出,对振动情况下构件中的动应力要格外注意。周期性变化的动应力会导致构件的疲劳破坏。此外,振动还会带来噪声,恶化工作环境。

以上事实说明,传统的、把构件看作刚体的分析与设计方法已不能满足现代机械设计的要求。就是在这样的背景下,机构弹性动力学产生,并在近二十余年发展成连杆机构动力学的

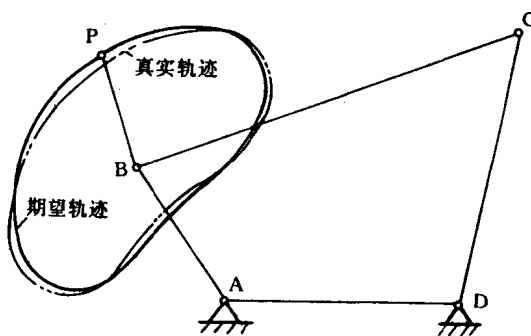


图 1-1

一个新的分支领域。它的任务是研究机构的部分或全部构件被看作是弹性体时在外力和惯性力作用下机构的真实的运动情况和受力情况(弹性动力分析),以及相应的设计机构的方法(弹性动力综合)。

机构的部分或全部构件被看作是弹性体,从而在分析中必须计入构件弹性的影响的连杆机构,即称为弹性连杆机构。在判定一个机构是否属于弹性连杆机构时,不能仅以杆件截面尺寸或长细比的具体数值为依据,而必须由机构的运转速度、精度要求以及构件的柔度来综合判定是否要计入弹性的影响。

美国学者 Erdman 和 Sandor^[E3]称机构学的这一分支为“Kineto-Elastodynamics(KED)”,即“运动弹性动力学”。美国机械工程师协会(ASME)机构学年会上也采用了这一术语。但在文献中并未完全统一,如有的称为“Elastodynamics”,即“弹性动力学”,在日本一些文献中则直接称为“连杆机构的振动”。在文献[E3]的定义中,Elastodynamics 和 Kineto-Elastodynamics 是有一些区别的。在本书中,不考虑这一区别,采用“机构弹性动力学”这一名称。从内涵上看,这个名称包容了“Kineto-Elastodynamics”,因此“KED”这一简称也将在本书中使用。

考虑构件弹性的研究最早可追溯到 30 年代^[L1],但做为导致形成一个机构学分支的研究热潮是从 60 年代一有了电子计算机的支持才开始的。连杆机构弹性动力学的研究开始于科学技术最发达的美国。60 年代可被认为是早期研究阶段,这一时期的研究工作尚较为零碎,未成系统。由于计入弹性所带来的复杂性,早期研究者仅把部分构件(往往是一个,如四杆机构的连杆)看作是柔性的,而且一般仅考虑构件的一种变形形式,如对杆状构件常仅考虑其弯曲变形;在方程推导中也常引入许多假设,从而使模型与实际情况相距较远。文献[E3]、[L1]对这一时期的研究情况做了总结。70 年代初期,Wenfrey^[W1]、Erdman 和 Sandor^[E1,E2]将结构动力学中的有限元方法移植到机构分析中来,才使这一领域的研究克服了早期的模型过于简化的缺陷,走上了日臻成熟的发展道路。近二十年来,许多研究者致力于弹性动力分析与综合的理论研究、实验研究和应用研究。“KED”已成为世界机构学研究的一个前沿领域。据文献[T1]介绍,“新的方法已经在一大类机械系统的设计中取代了传统的把构件看作是刚体的方法”。虽然公开发表的文献中极少就如何将 KED 方法应用于具体机械的设计做详细的介绍,但仍披露出,应考虑构件弹性的高速机械还有工业缝纫机、包装机械、纺织机械等。

我国自 80 年代初开始研究机构弹性动力学,十余年来发展迅速,在弹性连杆机构的分析、综合、材料、控制、平衡、误差分析、间隙的影响等多方面都做出了贡献,综合成果已经达到了国际先进水平。

机器重量要减轻,速度与精度要提高,这是现代机械设计的必然趋向。机构弹性动力学的发展,“是国际市场上为推出具有超等运转性能的产品而竞争的结果”^[T1]。中国机械产品要走向世界,也面临更新换代的任务。因而,机构弹性动力学也必将在中国继续得到发展。

1.2.2 弹性动力分析方法概述

弹性动力分析的任务是研究弹性连杆机构在外力和惯性力作用下的真实运动情况和受力情况。

一般在分析机构的真实运动时,均假定:(1)与采用刚性机构的运动分析方法得到的机构名义运动的位移相比,由构件变形引起的弹性位移很小;(2)这种弹性位移不会影响机构的名义运动。依据上述假定,机构真实运动的位移可以看作是名义运动的位移和弹性位移的叠加。名义运动可以用刚体机构运动分析方法求出,弹性位移则用弹性动力分析方法求出。在弹性动

力分析方法的推导中要用到机械振动理论,要求出机构的振动特性。

机械系统的振动特性主要取决于系统自身的惯性、弹性和阻尼。实际的机构比较复杂,在分析时为了便于处理要进行简化,建立起既能反映系统动力学特性,又有可能进行分析计算的动力学模型。

为了使所建立的模型较准确地反映原机构系统的特性,现在普遍采用“子结构分析法”,即把系统按结构划分为子结构和单元,然后建立单元和子结构的运动方程,最后将单元和子结构的运动方程组合成系统的运动方程。

弹性构件在振动问题研究中属于连续弹性体,可以考虑其质量和刚度的分布特性,建立起精确的力学模型。但是按这种模型建立起来的是偏微分方程,只在某些简单情况下才能求得解析解。由于这种模型的局限性,在机构分析中用的不多,只是在用传递矩阵法求解简单连杆机构的固有频率时有所应用(详见第七章)。在连杆机构的弹性动力分析中,常常采用质量离散化的方法,建立两类近似模型:

(1)集中参数模型 将弹性体的质量按某种简单原则聚缩于若干点上,形成集中质量和集中转动惯量。这些集中质量和集中转动惯量之间用无质量的弹性元件相联接。这样,就用这些点处的有限个自由度代替了连续弹性体模型的无限个自由度。按这种模型建立起来的运动方程为常微分方程。这种模型由于对质量分布形式简化较多,模型较为粗糙,精度较差。若要提高精度就要增多集中质量的数目,从而使计算量大幅度增加。本书在分析空间连杆机构时介绍了一种集中参数模型(详见 6.3 节)。

(2)有限元模型 这种模型采用另一种方式对连续体模型进行简化。它也承认质量和弹性是分布的,而不是集中的,但是对单元内的位移分布建立了某种假设,并以此假设为基础导出单元的动力学特性。它用结点处的有限个自由度代替了连续弹性体的无限个自由度。所建立的方程也是常微分方程。在单元划分数相同的情况下,这种模型一般比集中参数模型精确。现在有限元方法已能提供多种平面单元和空间单元供建模使用,因而有限元模型具有适应性广的优点,即用它可模拟具有复杂形状的构件。有限元模型的另一个优点是运算模式统一,就是说,不管是什么形状的构件、采用什么样的单元,也不管机构系统复杂到什么程度,均可用统一的模式来形成单元与系统的运动方程,并对方程用统一的算法来求解。机构的弹性动力分析的全部计算工作都是在电子计算机上进行的,分析运算模式的统一化就尤为重要。有限元模型是本书介绍的重点。

弹性动力分析的复杂程度以及计算时间的长短与构件形状有直接关系。从这一角度可以把连杆机构分为两大类:简单机构和复杂机构。构件形状呈杆状(或可以分解为杆的框架状,如图 4-7 所示),可以用梁单元来模拟,机构动力学模型的自由度(广义坐标总数)也较少的机构称为简单机构。构件形状复杂,必须用梁单元以外的各种平面的或空间的有限单元来模拟,自由度也较多的机构称为复杂机构。这种划分与杆数、机构的运动型式无关。本书将以简单平面连杆机构为重点来说明有限元方法的应用。与刚体机构的运动分析和动力分析相比,弹性动力分析要复杂的多。许多研究者提出的分析方法中都程度不同地忽略掉一些因素,或采取某些假定,以简化分析过程。近年来,又有一些研究者追求分析的精确性,力求考虑尽可能多的影响因素。在本书中介绍两种适用于简单连杆机构的弹性动力分析方法:第四章是一种简化方法,其中忽略了一系列影响因素;第五章是一种精确方法,尽可能多地计入了各种影响因素。前者可用于分析精度要求较低、转速较低、杆件柔度也较小的场合。

下面以简化方法为例来介绍一下用有限元模型进行机构弹性动力分析的原理。

在这一简化方法中,采用了“瞬时结构假定”;机构在运动循环中的某一位置时,可将机构的形状和作用于其上的负荷(包括动负荷,而且主要是动负荷)被瞬时地“冻结”起来,从而可瞬时地被看作是一个结构。采用了“瞬时结构假定”,就可以借用结构分析的方法来进行机构分析。

分析的基本步骤是:

(1)机构的各构件被划分为单元,在各单元的指定点设置结点。要根据构件形状和计算精度要求正确地选择单元的类型和数目。对杆状构件可以用梁单元来模拟。

(2)选择位移模式,建立广义坐标,并从拉格朗日方程出发导出单元的运动微分方程。一般可取结点处的弹性线位移和角位移(有的方法中还包括曲率)做为广义坐标。广义坐标形成一个列阵作为问题的基本未知量。广义坐标的数目称为动力学模型的自由度。自由度决定了问题的规模。

(3)由单元运动方程集合为系统运动方程。系统运动方程一般具有如下形式

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P - M\ddot{U}_r \quad (1-1)$$

式中, M 、 C 、 K 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; P 为广义力列阵; $\ddot{U}_r$ 为刚体加速度列阵,可由机构的刚体运动分析求出; U 、 $\dot{U}$ 、 $\ddot{U}$ 分别为系统的广义坐标列阵及其对时间的一阶、二阶导数矩阵,均为未知量。

机构在不同位置上相当于不同的“瞬时结构”,因而矩阵 M 、 C 、 K 都是机构位置的函数。机构的运动微分方程式(1-1)是一个变系数的微分方程组,而结构分析得出的方程组是常系数的微分方程组,这是机构分析与结构分析的一个重要区别。用控制论中的术语来说,结构是一个定常系统,而机构则是一个时变系统。这类变系数微分方程组的解法在第九章有专门的讨论。

(4)求解式(1-1)即可得到机构的广义坐标,进而可求出构件中的应变和应力,以及机构真实的位移、速度、加速度、机构创成的真实轨迹或函数等。

以求解式(1-1)为基础的分析过程称为“运动弹性动力分析”(KED分析)。求解变系数微分方程组是很费时的,有的情况下,可以用一种简化的分析来代替。略去式(1-1)左边的前两项,得到

$$KU = P - M\ddot{U}_r \quad (1-2)$$

以求解式(1-2)为基础的分析过程称为“运动弹性静力分析”,而在文献中更多地称之为“准静态分析”。

最早明确地区分出这两种不同水平的分析,并给以明确定义的是文献[E3]:KED分析中“计入了弹性变形对惯性力的影响”,而准静态分析则“在计算惯性力时假定所有构件都是刚性的”。式(1-1)中右边的一 $M\ddot{U}_r$,一项代表的是机构刚体运动的惯性力,而左边的 $M\ddot{U}$ 是与弹性变形加速度相联系的惯性力,因此不难理解文献[E3]中的上述提法。

但是,这一定义并未能指出两种不同分析方法的本质。我们可以看出,式(1-1)是一个振动方程,其右边代表外力和刚体惯性力;而式(1-2)形式上是一个静力平衡方程。为进一步指明两种分析方法不同的物理本质,我们给出如下定义:

运动弹性动力分析(Kineto-Elastodynamic Analysis,简称KED分析):把机构做为一个运动着的弹性系统,研究其在外力和刚体惯性力激励下的振动,并在此基础上求出机构的位移、速度、加速度、应力、应变等运动学、动力学参数。

运动弹性静力分析(Kineto-Elastostatic Analysis,简称 KES 分析或准静态分析):把机构做为一个运动着的弹性系统,研究把外力和刚体惯性力假想为静载荷情况下系统的变形,并在此基础上求出机构的位移、速度、加速度、应力、应变等运动学、动力学参数。

弹性动力分析是 KED 分析和 KES 分析的总称。应说明的是,在国外文献中所用的术语并不一致。“运动弹性静力分析”这一提法取自文献[S6];而文献[E3]中则称之为“Elastodynamic”,与 Kineto-Elastodynamic”相区别。更多的文献则称之为“Quasistatic”—准静态分析。对运动弹性动力分析,有的文献也称之为“Elastodynamic”。

弹性动力分析按其分析的目的与结果又可分为变形分析、频率分析和动态响应分析。当机器的运转速度不是很高,但对运动精度有一定要求时,我们主要关心构件变形后机构的真实运动,这种情况下可以用 KES 分析方法进行变形分析。当速度较高,应考虑振动时,就要用 KED 分析的方法进行动态响应分析,求出动态位移或动应力。有的情况下只需要求出机构的固有频率以便判断有无共振危险,则可以只进行频率分析。