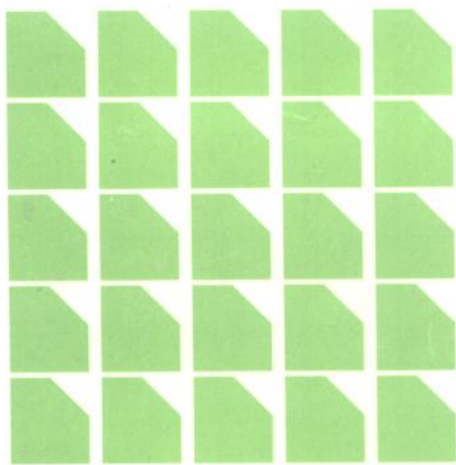


高等学校教材

(第二版) **数学模型**

姜启源 编



高等教育出版社

01414

J53

(2)

高等学校教材

数 学 模 型

(第二版)

姜启源 编

高等教育出版社

(京) 112 号

图书在版编目 (CIP) 数据

数学模型/姜启源编. - 2 版. - 北京: 高等教育出版社, 1993. 8 (1999 重印)

ISBN 7-04-004505-2

I. 数… II. 姜… III. 数学模型 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第 20243 号

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 、 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京市金顺印刷厂

开 本 850×1168 1/32 版 次 1987 年 4 月第 1 版
1993 年 8 月第 2 版

印 张 16.75 印 次 1999 年 6 月第 7 次印刷

字 数 430 000 定 价 15.90 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

· 内 容 提 要 ·

本书第一版在 1986 - 1989 年度教材评选中获“国家优秀奖”。此次再版，作者在原书基础上增加新模型近 30 个，并对原书结构重新做了调整。全书包括初等模型、确定性连续模型、确定性离散模型、随机性模型等内容。

该书可作为数学、应用数学专业教材，也可作为其他理工科专业选修课教材和科技工作者的参考书。

2009/8/22

序 言

自从1987年高教出版社出版了国内第一本“数学模型”教材以来，已经过去五个年头了。五年的时间不算长，但在这段时间内，国内关于“数学模型”的教学工作却发展得相当快；在各校的支持下，先后举办了两次全国性的教师培训班，组织了两次教学经验交流会。据不完全统计，到1991年，全国开设这门课程的高校已超过30所，正式出版的教材有五种。去年年底，考虑到近年来数学科学发展的趋势，国家教育委员会颁布的理科数学与力学类专业《基本培养规格和教学基本要求》中把这门课程列为数学和应用数学专业的主要基础课和专业基础课。

近年来，国内已有越来越多的人认识到，数学教育不仅要使学生学会并掌握一些数学工具，更应着眼于提高学生的数学素质。所谓一个人的数学素质包含了许多方面，而“数学建模”能力无疑是其中一个重要的、也是长期未被重视的一个方面。从1983年以来，“数学模型”课在清华已开设了十次，先是对应用数学专业的学生，后来扩大为对理工科各专业的学生。实践表明，这门课程给予学生的训练与传统的数学课程是很不一样的。

“数学模型”一书出版后，经过一些学校试用，很多同志提出了不少很好的意见。在此基础上，姜启源同志根据自己的教学经验，并参考了近几年国外新出版的教材，完成了对第一版的修订。新版基本上保持了原书的风格，但作了较大的改动。无论从模型本身所涉及的范围，还是建模过程中所涉及的数学方法，都比第一版丰富得多。另外还增加了一批习题和对一些模型的评注，这些材料大多来源于作者讲授这门课的经验以及与同行的讨论，我以为这些都是新版的特色。

这本书新版的问世，对各校普遍开设这门课程应该是有帮助

的。然而要学好这门课，光有一本教材，即使是很好的教材，也是不够的。“要培养学生的洞察力和想象力，靠一本教科书当然是不够的。至少还需要通过教师根据不同的背景和学生的实际情况来灵活运用书中的内容”——这是第一版序言中的一句话，我愿意把它在此重复一遍。

萧树铁

1992年3月于清华园

前 言

一、最近几十年来随着各门科学技术特别是计算机的不断进步,数学的应用不仅在它的传统领域——所谓物理领域(力学、电学等学科及机电、土木等工程技术)取得了许多重要进展,而且迅速进入了一些新的领域——所谓非物理领域(经济、人口、生态、医学等).数学在发展高科技、提高生产力以及加强系统管理乃至社会生活科学化等方面的重要性已经日益被人们所认识.

将数学方法应用到任何一个实际问题中去,往往首先是把这个问题的内在规律用数字、图表或者公式、符号表示出来,然后经过数学的处理得到定量结果,以供人们作分析、预报、决策或者控制.这个过程就是通常所说的建立数学模型.建立数学模型一般说来有机理分析、测试分析等方法,本书主要讨论机理分析方法,即根据客观事物的性质分析因果关系,在适当的简化假设下,利用合适的数学工具得到描述其特征的数学模型.

本书主要介绍非物理领域的数学模型,这是因为数学在这些方面的应用时间不长,需要从建立数学模型开始研究的问题很多,而且一些非物理领域模型的实际背景也往往比较容易了解.相比之下,数学在许多物理领域的应用已经日趋深入,进一步的研究需要涉及较为专门的知识,不可能也不便在这本书中讨论.

二、数学模型作为一门课程进入我国高等学校不过是近十年的事,发展却非常迅速,目前不仅许多学校的数学、应用数学、计算数学等数学类专业将它列为必修或限定选修课程,而且一些工科、经济管理、师范等院校也将它列为选修课,普遍受到学生们的欢迎.与这种发展形势不相适应的是,数学模型的教材种类较少,内容也不够丰富.

本书第一版1987年出版以来，得到全国许多同行和读者的热情支持，收到很多诚挚、中肯的意见。编者在教学和研究实践中对教材的编写有了一些新的看法，也积累了一些新的实例。这次修订与第一版相比改动较大，主要有以下几点。

1. 增加约 $1/2$ 的模型，从原来的约50个增至80个左右。数学模型教材与其它数学课程教材不同，它不需要按照课本的顺序讲授。较丰富的实例使教师可以根据专业方向、学生程度和自己的具体情况在教学内容上作出更灵活的安排。另一方面，建模能力的培养需要阅读、思考大量别人作出的模型，目前这方面的资料不多，本书的一些章节可以作为学生的课外阅读材料。

2. 书的结构重新编排。按照模型的基本特征(确定性和随机性、连续和离散、稳态和动态等)及所用的数学方法(初等数学、微积分和微分方程、差分方程、概率论等)为基本顺序。根据编者的实践，这样的顺序对教学比较合适。同时按照模型的应用领域(经济、人口、工程、医学等)给出辅助目录，便于从事某些专业工作的读者参考。

3. 保留的模型全部重写。加强和改进对建模背景、目的和模型假设、结果分析等部分的叙述，提高可读性，并增加评注，陈述编者对建模方法、结果推广等方面的意见。

4. 扩充习题。增加了一些使学生更好地理解、消化书中实例的题目。为了便于教学凡是需要读者自己作出假设、选择建模方法并求解，因而没有确定答案的习题都标以*号。从培养建模能力的角度看，学生应该动手作几个标以*号的题目。

用数学规划(线性规划、非线性规划、动态规划等)建模是数学模型的重要部分。考虑到它涉及的数学方法属于专门的运筹学课程，为了不使本书的内容过于庞大，这次修订仍然没有包含这方面的模型。

阅读本书大部分内容只需要大学工科的微积分、线性代数、

概率论等基本数学知识. 某些章节用到的微分方程稳定性、变分法、马氏链等内容书中均有简单介绍.

书中的大多数模型是编者从多种书刊中搜集并从便于教学的角度改编而成的. 在叙述过程中都给出了它们的原始出处以供读者查阅.

数学模型是一门新课, 教学内容和教学方法都很不成熟, 编写教材的困难较大, 再加上受编者水平所限, 本书必然存在很多不足之处, 诚恳希望广大读者提出意见, 以便进一步修改.

萧树铁教授对数学模型课程建设和这本教材初版的编写以及这次修订一直给予关心和指导, 并再次为本书作序; 叶其孝教授审阅了全书, 提出了宝贵的意见; 任善强、杨启帆、葛玉安、边馥萍、陈义华、李飞宇等同行为本书的修订提出了中肯的建议. 在此向他们一并表示衷心的感谢.

编者 1992.4

《现代数学基础丛书》编委会

主 编：程民德

副主编：夏道行 龚 昇 王梓坤 齐民友

编 委：（以姓氏笔划为序）

万哲先 王世强 王柔怀 叶彦谦 孙永生

庄圻泰 江泽坚 江泽培 李大潜 陈希孺

张禾瑞 张恭庆 严志达 胡和生 姜伯驹

聂灵沼 莫绍揆 曹锡华 蒲保明 潘承洞

目 录

第 1 章 建立数学模型	(1)
1.1 从现实对象到数学模型	(2)
1.2 建模示例之一 椅子能在不平的地面上放稳吗	(8)
1.3 建模示例之二 商人们怎样安全过河	(11)
1.4 建模示例之三 如何预报人口的增长	(13)
1.5 建立数学模型的方法和步骤	(19)
1.6 数学模型的特点和建模能力的培养	(21)
1.7 数学模型的分类	(25)
习题	(27)

第一篇 初 等 模 型

第 2 章 初等数学方法建模	(29)
2.1 公平的席位分配	(29)
2.2 双层玻璃窗的功效	(34)
2.3 划艇比赛的成绩	(37)
2.4 动物的身长和体重	(41)
2.5 实物交换	(43)
2.6 核武器竞赛	(46)
2.7 传染病的随机感染	(48)
2.8 传送带的效率	(52)
习题	(55)
第 3 章 量纲分析法建模	(58)
3.1 量纲齐次原则	(58)
3.2 航船的阻力	(63)
3.3 点热源的热扩散	(66)
3.4 物理模拟中的比例模型	(70)
3.5 无量纲化 抛射问题	(73)

3.6 关于Pi定理的证明	(78)
习题	(82)

第二篇 确定性连续模型

第4章 微分法建模(静态优化模型)	(84)
4.1 不允许缺货的存贮模型	(85)
4.2 允许缺货的存贮模型	(87)
4.3 森林救火	(89)
4.4 最优价格	(92)
4.5 血管分支	(94)
4.6 消费者的选择	(98)
4.7 冰山运输	(101)
习题	(106)
第5章 微分方程建模(动态模型)	(110)
5.1 传染病模型	(110)
5.2 经济增长模型	(120)
5.3 正规战与游击战	(124)
5.4 药物在体内的分布与排除	(132)
5.5 香烟过滤嘴的作用	(138)
5.6 水电站调压塔的功能	(145)
5.7 人口的预测和控制(一)	(149)
5.8 红绿灯下的交通流	(156)
5.9 烟雾的扩散与消失	(169)
5.10 万有引力定律的发现	(174)
习题	(179)
第6章 稳定性方法建模(平衡与稳定状态模型)	(185)
6.1 平衡状态的交通流	(185)
6.2 捕鱼业的持续收获	(190)
6.3 军备竞赛	(195)
6.4 种群的相互竞争	(200)
6.5 种群的相互依存	(207)

6.6 种群的弱肉强食	(209)
6.7 微分方程稳定性理论简介	(217)
习题	(221)
第 7 章 变分法建模(动态优化模型)	(224)
7.1 生产计划的制订	(224)
7.2 生产与贮存的控制	(228)
7.3 国民收入的增长	(231)
7.4 林木砍伐的最佳时机	(234)
7.5 渔业资源的开发	(239)
7.6 渔船出海的数量与时机	(245)
7.7 赛跑速度的安排	(250)
7.8 变分法简介	(259)
习题	(269)

第三篇 确定性离散模型

第 8 章 差分方程建模	(271)
8.1 市场经济中的蛛网模型	(271)
8.2 差分形式的阻滞增长模型	(277)
8.3 按年龄分组的种群增长	(283)
8.4 人口的预测和控制(二)	(290)
8.5 交通网络控制	(296)
8.6 差分方程简介	(300)
习题	(303)
第 9 章 层次分析法建模	(305)
9.1 层次分析法的基本步骤	(306)
9.2 层次分析法的广泛应用	(317)
9.3 层次分析法的若干问题	(325)
习题	(335)
第 10 章 图的方法建模	(337)
10.1 消防设施与监狱看守	(337)
10.2 化学制品的存放	(341)

10.3 循环比赛的名次	(344)
10.4 红绿灯的调节	(349)
10.5 能源利用系统的预测和冲量过程的稳定性	(352)
习题	(360)
第 11 章 逻辑方法建模	(363)
11.1 效益的合理分配	(363)
11.2 存在公正的选举规则吗	(370)
11.3 价格指数带来的问题	(380)
习题	(386)

第四篇 随机性模型

第 12 章 概率分布方法建模	(390)
12.1 报童的诀窍	(390)
12.2 随机存贮策略	(392)
12.3 广告中的学问	(396)
12.4 轧钢中的浪费	(401)
12.5 随机性人口模型	(406)
12.6 零件的预防性更换	(410)
12.7 设备检查方案	(416)
习题	(420)
第 13 章 马氏链模型	(423)
13.1 基因遗传	(423)
13.2 仓库管理	(429)
13.3 等级结构	(432)
13.4 资金流通	(443)
13.5 马氏链简介	(447)
习题	(453)
第 14 章 随机服务模型	(456)
14.1 收款台前的队伍	(456)
14.2 机器维修服务	(463)
14.3 快餐店以快取胜	(467)

14.4 计算机的序贯处理	(473)
习题	(476)

第五篇 更复杂的模型

第 15 章 更复杂的模型	(479)
15.1 废水的生物处理	(479)
15.2 农作物灭虫药的使用	(486)
15.3 鲑鱼数量的周期变化	(492)
15.4 国民经济的积累与消费	(498)
15.5 交通量分布的最大熵模型	(503)
习题	(510)
参考文献	(511)

辅助目录(按照应用领域分类)

一、经济与管理模型

2.5 实物交换	(43)
4.1 不允许缺货的存贮模型	(85)
4.2 允许缺货的存贮模型	(87)
4.3 森林救火	(89)
4.4 最优价格	(92)
4.6 消费者的选择	(98)
4.7 冰山运输	(101)
5.2 经济增长模型	(120)
6.2 捕鱼业的持续收获	(190)
7.1 生产计划的制订	(224)
7.2 生产与贮存的控制	(228)
7.3 国民收入的增长	(231)
7.4 林木砍伐的最佳时机	(234)
7.6 渔船出海的数量与时机	(245)
8.1 市场经济中的蛛网模型	(271)
10.5 能源利用系统的预测和冲量过程的稳定性	(352)
11.1 效益的合理分配	(363)
12.1 报童的诀窍	(390)
12.2 随机存贮策略	(392)
12.3 广告中的学问	(396)
12.6 零件的预防性更换	(410)
12.7 设备检查方案	(416)
13.2 仓库管理	(429)
13.4 资金流通	(443)
14.1 收款台前的队伍	(456)
14.2 机器维修服务	(463)

14.3 快餐店以快取胜	(467)
15.2 农作物灭虫药的使用	(486)
15.4 国民经济的积累与消费	(498)
二、社会与人文模型	
1.2 椅子在不平的地面上放稳吗	(8)
1.3 商人们怎样安全过河	(11)
2.1 公平的席位分配	(29)
2.6 核武器竞赛	(46)
5.3 正规战与游击战	(124)
6.3 军备竞赛	(195)
9.2 层次分析法的广泛应用	(317)
10.1 消防设施与监狱看守	(337)
10.2 化学制品的存放	(341)
11.2 存在公正的选举规则吗	(370)
11.3 价格指数带来的问题	(380)
13.3 等级结构	(432)
三、工业与科技模型	
2.2 双层玻璃窗的功效	(34)
2.8 传送带的效率	(52)
3.2 航船的阻力	(63)
3.3 点热源的热扩散	(66)
3.4 物理模拟中的比例模型	(70)
3.5 抛射问题	(73)
5.6 水电站调压塔的功能	(145)
5.9 烟雾的扩散与消失	(169)
5.10 万有引力定律的发现	(174)
12.4 轧钢中的浪费	(401)
14.4 计算机的序贯处理	(473)
四、人口与交通模型	
1.4 如何预报人口的增长	(13)
5.7 人口的预测和控制(一)	(149)