

427

粘性流体动力学理论 及紊流工程计算

陈 矛 章 编 著



北京航空學院出版社

52.73

285

粘性流体动力学理论 及紊流工程计算

陈 矛 章 编著

北京航空学院出版社

内 容 简 介

本书以紊流为主。除绪论外，第一章论述了粘性流体动力学基本方程，重点说明粘性应力在动量交换、能量输运和转换过程中的作用。以下各章分别论述薄剪切层方程、层流流动、流体运动的稳定性和转捩。在此基础上，以较大篇幅阐述了紊流的基本理论、紊流模型和紊流的工程计算方法。本书系统性强，内容丰富新颖，是从事航空航天、流体力学、气象学、海洋学、海洋工程、水力水电、造船、化工等专业教师、研究生及工程技术人员参考用书。

2F58/05

粘性流体动力学理论及紊流工程计算

陈矛章 编著

责任编辑 陶金福

北京航空学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京航空学院印刷厂印装

850×1168 1/32 印张：12.25 字数：306 千字

1986年12月第一版 1986年12月第一次印刷 印数：4000 册

统一书号：15432·030 定价：3.40元

序 言

本书是根据我于1983年为研究生编写的同名讲义改写而成，现将该讲义的前言抄录如下：

“今年恰值雷诺发表那篇著名的文章一百周年。一百年来，一支有相当规模和素养的科研队伍，其中包括许多极有才华的科学家，不辞辛劳地探索着紊流流动的奥秘。今天，这一艰巨任务虽仍远未完成，但与一百年前相比，人们对紊流本质的认识深刻得多了，对紊流流动的预估能力也大大增强了。近二十年来精密测试技术的发展，特别是高速计算机的冲击极大地推进着这一进程。

我在编写此书时无意全面和平均地对待历史发展过程中的每一理论，而是着眼于现代的先进理论及其应用，同时顾及一般的经典理论及方法。

紊流与层流相比无疑紊流是自然界中最经常最大量存在的流态，以紊流为主就是理所当然的了。”

该讲义写成以来，粘性流体动力学又有新的发展，但无实质性的突破，所以不打算对它作重大修改。主要的修改是文字性的，此外，增加了关于场论和张量的附录。

粘性流体力学在自然科学和工程技术领域中都有很重要的地位，所以在世界上有一支力量非常雄厚的科学队伍从事这一学科的研究工作，公布了大量的文献，发表了不少反映不同历史时期成就的很好的专著，这无疑对广大读者是很有教益的。但文献浩瀚，头绪繁多，特别是高速计算机问世以来，各种紊流模型和工程计算方法如雨后春笋般地发展起来，即使大量阅读这些文献也

常有如墜烟海、不得要領之感。编写本书的基本目的之一就是想通过精选材料，勾画出这一领域的基本理论轮廓，理清各种紊流模型和工程计算方法的来龙去脉，使读者易于把握这一学科的要領。

本书是偏工程性的。这一提法的含意是侧重于紊流的半经验统计理论，而对紊流的相关统计理论虽也涉及但不侧重。这一提法丝毫不表示忽视基本理论，恰恰相反，本书正是在对基本理论作了系统论述的基础上展开工程应用题材的，这使基本理论与工程应用紧密联系起来。

由于与层流相比紊流是自然界中最经常最大量存在的流态，所以本书侧重于紊流。

本书重视在历史上起过重要作用的经典理论，着眼于它们的现代生存能力，即更重视那些现在仍行之有效的理论。本书对紊流理论的某些新发展也作了适当介绍，虽然它们离工程应用还相当遥远。

著者 陈矛章

目 录

序 言

绪 论

- § 0—1 研究粘流特别是紊流的意义…………… (1)
- § 0—2 粘流研究的方法…………… (3)
- § 0—3 紊流理论与分子运动论的关系…………… (5)
- § 0—4 紊流理论的发展历史概况…………… (6)
- § 0—5 附面层理论的发展概况…………… (11)
- § 0—6 紊流研究的某些新思想…………… (13)

第一章 粘性流体动力学基本方程组

- § 1—1 流体微团运动分析…………… (16)
- § 1—2 质量方程…………… (24)
- § 1—3 粘性流体的运动方程 (N-S 方程) …… (25)
- § 1—4 粘性流体的能量方程…………… (31)
- § 1—5 纳维-斯托克斯方程组的适用性…………… (38)
- § 1—6 无量纲相似参数和量纲分析…………… (38)
- § 1—7 流体的涡旋运动…………… (48)
- § 1—8 流函数…………… (54)

第二章 薄剪切层方程

- § 2—1 剪切层概念…………… (57)
- § 2—2 二维流动中薄剪切层近似…………… (62)

§ 2—3	轴对称和三维流动中薄剪切层近似·····	(71)
§ 2—4	曼格勒 (Mangler) 变换·····	(75)
§ 2—5	动量积分方程·····	(77)
§ 2—6	裹入 (Entrainment) 方程 ·····	(80)

第三章 层流流动

§ 3—1	平直层流流动·····	(83)
§ 3—2	层流剪切层中的相似概念·····	(86)
§ 3—3	法沃克勒-斯坎 (Falkner-Skan) 变换 ·····	(88)
§ 3—4	层流附面层的相似解, 勃拉修斯解·····	(92)
§ 3—5	非相似流的计算方法·····	(97)
§ 3—6	可压二维定常层流附面层·····	(102)

第四章 流体运动的稳定性和由层流到紊流的转换

§ 4—1	概述·····	(109)
§ 4—2	小扰动方程·····	(111)
§ 4—3	奥尔-桑默费尔德 (Orr-Sommerfeld) 方程 ···	(113)
§ 4—4	三维波动·····	(120)
§ 4—5	弱非线性波·····	(124)
§ 4—6	影响转捩的其他因素·····	(129)
§ 4—7	转捩预估·····	(135)
§ 4—8	热力不稳定性和Benard 问题·····	(138)
§ 4—9	运动分层流的不稳定性·····	(139)
§ 4—10	离心惯性力引起的不稳定性·····	(142)

第五章 紊流基本理论

§ 5—1	雷诺方程——平均量的运动方程·····	(152)
§ 5—2	雷诺应力、涡粘性和混合长度·····	(157)

§ 5—3	平均运动的动能方程·····	(164)
§ 5—4	紊流脉动的动能方程·····	(168)
§ 5—5	涡量和涡的拉伸·····	(177)
§ 5—6	紊流能量耗散方程·····	(181)
§ 5—7	紊流附面层结构·····	(184)
§ 5—8	紊流的统计描写-概率密度和间歇·····	(199)
§ 5—9	关联函数·····	(205)
§ 5—10	谱分析·····	(210)
§ 5—11	拟序结构·····	(216)
§ 5—12	浑沌、分叉、怪引子·····	(226)

第六章 紊流的工程计算方法

§ 6—1	二维紊流附面层的积分方程解法·····	(234)
§ 6—2	零方程模型·····	(239)
§ 6—3	一方程模型·····	(245)
§ 6—4	两方程模型·····	(248)
§ 6—5	应力方程模型·····	(253)
§ 6—6	大涡模拟·····	(259)
§ 6—7	薄剪切层方程的差分格式·····	(264)
§ 6—8	孤立翼型的典型附面层问题·····	(274)
§ 6—9	附面层计算的逆方法(一)——内流问题·····	(285)
§ 6—10	附面层计算的逆方法(二)——分离泡问题·····	(291)
§ 6—11	尾迹·····	(296)
§ 6—12	射流·····	(304)
§ 6—13	三维附面层片·····	(314)
§ 6—14	三维细长剪切层条·····	(327)
§ 6—15	大分离和回流·····	(333)
§ 6—16	粘流与无粘流的相互作用·····	(352)

绪 论

§0—1 研究粘流特别是紊流的意义

现代科学的研究结果告诉我们，宇宙中物质存在的主要形式是流体状态，以我们居住的地球而论，它是由大气层包围着，并有一液态核心，且约 $2/3$ 的面积是由水所掩盖，甚至人体本身在其内部也存在着各种形式的流体运动，例如，心血管内的血液流动，淋巴液和其他体液的运动，呼吸过程中气体的运动等。

一切流体都存在粘性。从作用力的观点看，在许多情况下，只在固体壁面附近很薄的一层流体中粘性应力和雷诺应力是重要的，而在其他大部分区域可以按无粘流处理。从另一观点看，粘性耗散对于紊流能量平衡往往起着极重要的作用，而大气总是以紊流状态存在，所以其中的粘性耗散作用是不能忽略的。在前面提到的固体壁面附近的薄流体层中粘性的作用是不能忽略的。例如对于管道内的流动，若忽略粘性（包括紊流中的粘性耗散）则不能算出管道损失。对于机翼，若忽略粘性则不能算出阻力，而且机翼的升力也不能算准，有时甚致导致完全错误的结果。

在上一世纪便已发现流体的运动可以分为两种本质不同的类型：一种是很光滑的流动，即流体的速度、压力等物理参数随时间和空间的变化是很平滑的，这种流动称为层流；相反的情况称为紊流或湍流。所以紊流是这样的流动，它的速度、压力、温度等物理量随时间和空间都以很不规则很不光滑的方式变化着，这种变化常称为脉动。作为典型的例子，图 0.1.1 表示出大气中风速、风速的垂直分量和温度随时间的脉动情况。从这些曲线变化

的很复杂的性质立即就可以看出，对应的空气运动是紊流。从这个图还可以看出，与层流的简单情况相反，不同周期和不同振幅的脉动变化意味着紊流运动有很复杂的结构。这种很复杂的结构影响着流动的许多性质，使层流与紊流有很大的不同。例如，紊流具有大得多的动量交换能力，或者形象地说，紊流介质有很大的有效粘性，因此，在许多情况下，紊流流动对在其中的固体作用了大得多的力。同样，紊流流动也具有大得多的热交换、掺混以及使质点悬浮和扩展化学反应（特别是燃烧）的能力。由于内部的不均匀性，紊流也能使音波和电磁波散射，并导致它们的振幅和相位的脉动。

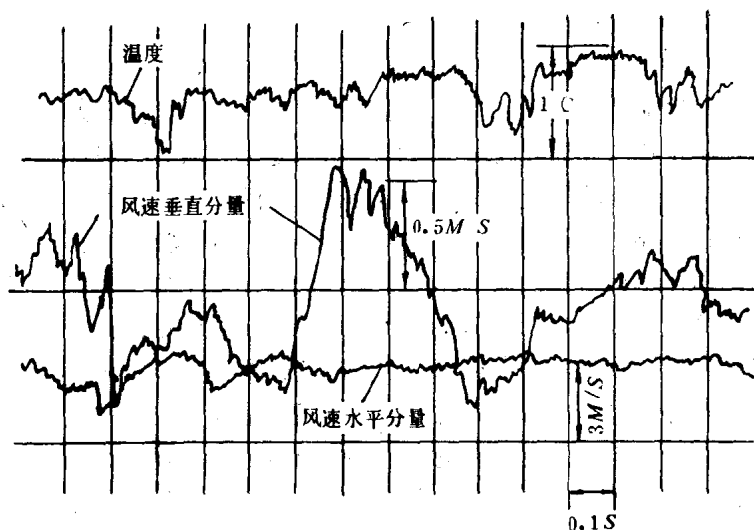


图 0.1.1 大气温度、水平风速、垂直风速随时间变化的典型记录

紊流的这些性质对于自然科学和工程技术的许多问题是有很大意义的。那么是否会经常碰到紊流呢？实际上在自然科学和工程技术中，最大量碰到的是紊流，而研究得成熟得多的层流却碰

到得稀少得多。

事实上，大气的不同运动，从表面层的微风到大尺度的大气环流，在江河湖海中的水流，星云中的气体运动，在工程技术中碰到的管道中的大多数流动，飞机在飞行中与气流接触各部分物体面上的附面层，以及子弹、火箭和轮船后部的尾迹……都是紊流。

总之，在自然科学和工程技术中，只要涉及流体流动的问题，则几乎紊流都是起主要作用的，因此，对它的研究从实用的观点看是极端重要的。

§0—2 粘流研究的方法

总的来讲是理论与试验相结合。但是，由于紊流流动远比层流流动复杂，因而对这两类流动的理论处理方法、处理的难易程度以及由此带来的理论的成熟程度也相差极大。可以这样估计，一般的层流流动问题可通过理论分析与数值计算而基本得到解决；而紊流的问题在理论上则基本没有解决。所以有人说，紊流是流体力学中至今理论上还未得到解决的最后一个难题。这当然不是说人们还不能对具体的紊流流动做出较好的工程预估。

从纯理论的角度看，紊流是一个有极大自由度的非线性关系的典型例子。严格地讲，任何连续介质的运动都可用具有无限多项的多维富里哀级数描写。对于层流运动，由于速度压力等物理量随时间和空间的变化都很光滑，所以，不需要波数很高的富里哀分量就可以描述它；而紊流则相反，由于各种物理量变化的极不规则性，需要有波数很高的富里哀分量才能描述高频脉动，且其系数也是随时间变化的，所以整个来看，紊流的完全准确描述是极其困难的，甚至根本没有希望对每个特定的流动进行严格的时间相关的数学描述。

强调这一论点在紊流研究的早期阶段无疑是正确的。退一步说,如果这种描述是可能的,它也是无用的,因为整个紊流场上各物理量变化的极端复杂性,使得在实际问题上直接使用其时间相关的精确解成为无意义的了;而人们实际感兴趣的还是总效的、平均的统计性能。上述情况决定了对紊流的研究主要依靠统计的平均的方法。这种方法,在后面介绍紊流理论和附面层理论发展历史概况时将会看到,主要向两个方向发展,一是紊流平均量的半经验分析;另一则是紊流相关函数的统计理论。前者侧重于工程应用,后者侧重于研究紊流的机理和结构。这两种途径应是互相补充的,但在发展过程中却表现出某些矛盾。例如,施里茨廷(Schlichting)1950年曾说:“统计理论,对工程师还没有得到任何实际的应用。”诚然,在紊流理论的早期发展阶段,相关统计理论的实际工程应用不是很多,但这个结论过于绝对。实际上在与噪声和地球物理有关的一些问题上,既有统计学的特点,也有平均流的性质。

相似理论和量纲分析的方法在紊流研究中起了很重要的作用。无论是在紊流平均量理论还是在相关函数的统计理论中都由量纲分析得出过一些很重要的果结,紊流附面层的壁律和柯尔莫果洛夫(Колмогоров)的耗散涡尺度就是两个很经典的例子。

此外,紊流统计理论主要还采用相关的方法和谱分析的方法。和量纲分析一样,这两种方法也不能提供任何新的物理条件,即不能形成新的独立的数学方程。它们都只是一种有力的分析工具,以帮助我们认识由纳维-斯托克斯方程所描写的物理现象的本质。

现代高速电子计算机的出现和发展,对紊流的研究起着巨大的推动作用,展现出非常美好的前景。用数值方法模拟和研究紊流流动已形成了一股新兴的极有势头的潮流。这条途径的困难主要是计算机的发展水平还不能满足需要,缺乏足够的可靠的精确

的试验数据,在数值技术上特别是误差控制和分析方面也存在一定困难。从现在计算机水平看,虽然其速度已达到上亿次,但还不能模拟紊流的全部特征。因为紊流的耗散涡是非常小的,要能模拟它,则计算格子要比耗散涡尺度小许多倍,这对计算机的容量和速度都提出了极高的要求。例如,对于距离为10毫米的平行壁面间的流动,对于雷诺数 $Re=10^4$ 和 10^6 的情况,所需的格点数分别为 10^8 和 10^{10} 。对于目前的计算机,即使 $Re=10^4$ 也不行。

为了适应计算机水平还不很高的情况,70年代中期出现了大涡模拟方法(见 § 6—6),即对大涡进行计算,对小涡进行模拟。看来,这是很有希望的方法,它既可能模拟紊流结构,也可能满足工程技术要求。

总之,用数值方法模拟和研究紊流运动为人们开辟了一条蓬勃发展的新途径,并已取得了许多重要结果。

在数学处理上近来也出现了一些新的思想,即将紊流作为一个大的非线性动力系统处理,经过不同程度的简化,有时是非常严重的简化,将纳维-斯托克斯方程化为常微分方程组,以研究其迹线结构,以及稳定性、分叉(Bifurcation)和混沌(Chaos)(见 § 5—11和 § 5—12)。这些研究虽然粗糙,但却在许多方面更深刻更本质地反映了紊流的特征。

§ 0—3 紊流理论与分子运动论的关系

在上世纪末,吉布斯(Gibbs)和波尔兹曼(Boltzmann)等成功地用统计力学的方法研究了分子运动论,建立了气体的粘性系数 μ 和热扩散系数 K 的理论计算公式。而紊流也可看成是许多流体微团的极不规则的运动,于是启发人们用与分子运动论类比的方法来研究紊流理论,例如Prandtl的混合长度模型就是一个典型例

子。他是用假想的混合长度来类比分子自由程长度，从而希望由此得出紊流粘性系数和紊流热扩散系数。这些方法和概念现在工程上仍然在用，并取得了一定的成功。但是应该指出，这种类比只在这种意义上是合理的，即对于这两种理论，单个力学系统的发展的精确描述在理论上是不可能的，在实际上是无用的，因而需要从总效的角度进行统计描写。但应该指出，在分子运动的统计力学与粘性流体的统计流体力学之间存在着本质的差别。首先，若温度不变则分子集合的总的动能是不随时间变化的，而实际流动的动能总是不断由于粘性作用而耗散为热能；后面还会谈到，实际紊流流动的动能转变为热能这样一个耗散过程是很复杂的，这一过程的进行情况往往决定了紊流运动的特征。第二，从数学上看，气体分子本来就是离散的，而对离散质点系可以用常微分方程组描述，但流体则不同，它是连续介质，所以只能用偏微分方程组描述。由于这些本质的不同，所以用气体分子运动论来类比紊流运动尽管在工程应用上获得了一定的成功，但对紊流流动物理本质的认识却未做出多少贡献。

§0—4 紊流理论的发展历史概况

在上一世纪的前半世纪已发现存在层流和紊流两类流型。然而这并不是紊流理论的建立。直到1883年，O. Reynolds发表他的第一篇文章才将一些试验现象提高到理性，标志着紊流理论的创立。雷诺的主要贡献有两点：他首先指出了由层流转变为紊流的条件。他对这个条件的研究导致建立了粘性和不可压流中动力相似的一般准则，在无外力作用和几何相似条件下，这个准则就是雷诺数 $Re = UL/\nu$ 。后面将会看到，从动力学的观点看，雷诺数可解释为作用于流体内部的惯性力与粘性力的典型值之比。惯性力的作用在于使具有不同速度的微团在跳到各种位置时都能由

惯性而大体保持其原有的速度，这正是紊流脉动的特征。而粘性力则相反，它的作用在于力图平滑掉各种小尺度的不均匀性，不使有大的脉动剪切速度。所以可以期望，当 Re 足够大时是紊流，而足够小时为层流。

雷诺的另一个重要贡献在于他建议将紊流流动中所有流体力学的量表示为平均的（规则的）和脉动的（不规则的）两部分之和，放弃对紊流的复杂的不断变化的瞬时流场进行精确描写的企图，而只研究平均值，它随时间和空间的变化都比较光滑。雷诺的这些工作建立了平均运动的运动方程，即雷诺方程，引出了雷诺应力的概念。雷诺的这些思想直到现在还在沿用，但平均的概念已有了实质性的发展。雷诺建议的是按时间或按空间的平均，而现在则采用概率平均。

在紊流理论发展历史中，G. Taylor (1921) 的著作是很有意义的。他首次引入了关联函数的概念，并把速度关联作为重要的统计特征。不过一般而言，把流体力学场的关联函数和其他统计量看成紊流基本特性的思想，是首先由 L.V. Keller 和 A.A. Friedmann (1924) 建立的。他们提出了一种通用的方法，利用实际气体的运动方程来建立紊流场的任何阶的关联函数的偏微分方程组。如果这些方程组能解出，则可以得到紊流随机场的精确解。遗憾的是这是一个无穷方程组，它是不封闭的。例如在关于二阶速度关联函数的方程中包含了三阶速度关联函数，即未知函数的数目始终大于方程的数目。这就是紊流理论中著名的方程组封闭问题。

关于紊流动力学的多许理论工作，过去和现在都致力于克服与封闭问题有关的困难，但到目前为止还未解决。然而在紊流理论方面已做出了许多有重大实际价值的重要结果，它们都以不同的方式避开了这个问题；或者说沿两个方向迂迴前进：第一，致力于紊流的大尺度分量的描写（尺度是与全部流动的尺度相比），

第二，描写小尺度分量。这两种分量的基本差别在于：紊流的大尺度分量的特征主要和流动边界几何状态和外力性质有关，所以不同类型的流动将很不同。而小尺度分量则在很大程度上具有通用的特征。

前面提到过研究紊流有两种方法，即紊流平均量的半经验分析和紊流相关函数的统计理论。前一种方法实际上主要只涉及到及大尺度分量；后一种方法理应既包括大尺度也包括小尺度，但真正取得重要结果的却主要是在小尺度方面。

在紊流介质中动量和热交换基本上是由大尺度分量承担的，因此对它的研究对许多重要工程问题是很需要的，例如阻力和换热计算。由于这个原因，在紊流理论的发展过程中首先研究了大尺度分量。这首先对在技术上迫切需要的领域，例如对管流、槽道流、附面层和自由紊流（包括紊流尾迹，紊流射流和边界射流）进行了大量试验以确定紊流的大尺度特征，在这些试验的基础上形成了紊流的半经验理论，这些理论允许将试验数据系统化并用来预估相似试验的结果。

紊流的半经验理论的形成在紊流理论的发展中是一重要进步。这个阶段开始于本世纪初，但得出丰硕成果却是在20~30年代。然而，半经验方法的潜力仍未充分用尽，在这方面有价值的工作仍在继续着。对紊流理论的半经验方法的发展作出了重要贡献的有 G. Taylor, L. Prandtl, 和 V. Karman。

紊流的半经验理论是基于紊流和气体分子热运动的类比。它的基本概念包括混合长度（类比于分子自由行程），紊流强度（类比于分子的均方根速度）和紊流粘性、热传导和扩散系数，利用这些类比，并假设在紊流应力张量和平均应变变化率张量之间，以及在紊流热通量和平均温度梯度之间存在着线性关系。然后由试验证实并确定其中的常数。

紊流的半经验理论对于解决许多重要实际问题是有价值的。

然而，这些理论采用的假设往往没有可信的物理基础，它没有能对紊流的物理属性的了解作出大的贡献。

作为另一方向的小尺度分量的研究却完全是另一回事了。这个理论是 Колмогоров (1941) 和 Обухов (1941) 提出的关于小尺度分量的新的相似性假设的直接结果。这个理论的形成是紊流理论发展中的另一重大阶段。在他们之前 1922年 L. Richardson 和 1935年 G. Taylor 的工作也对这个理论的发展作出了贡献。Richardson 对高 Re 数紊流的物理机制引入了某些新的思想，提出了能量级联过程的概念。他假设完全发展了的紊流由不同阶的涡系的集合所组成。某一阶的涡系是由上一阶的更大的涡系丧失稳定性并由那里得到能量后产生的。后来又轮到它们自己丧失稳定性，产生了下一阶的更小的涡系，并将能量传给它们。所以，发生了一种涡系崩溃的特殊的能量“级联过程” (Cascade process)，在这过程中整个流动的能量一次又一次地传给更小尺度的运动，一直到可能是稳定的最小的可能的尺度。为了要稳定，这些非常小的尺度的运动必须以足够小的 Re 数为特征。由此，这种最小尺度的运动，粘性将起重要作用，将有相当部分的动能耗散为热能。

Richardson 只以定性的形式提出了上述的紊流结构的先进思想，而未作出精确的数学语言的推导。然而，他的直觉和观察是如此强有力，以至他在 1926 年的文章中用纯经验的方法建立的小尺度紊流运动的通用的定量的定律，到现在仍然认为是正确的。

G. Taylor 的工作在小尺度紊流理论中也有重要的作用。他于 1935 年引入了“均匀和各向同性紊流”的概念。所谓均匀是指紊流的统计特征不随空间位置变化，所谓各向同性是指统计特征不随坐标轴的转动而变化。由于引入了这个概念使数学上得到了大大的简化，但前述的方程组封闭的问题仍然存在，但易处理得多。