社会动态系统引论

袁天鑫　黄午阳　译

社会动态系统引论

〔美〕D. G. 鲁恩伯杰　著
袁天鑫　黄午阳　译

上海科学技术文献出版社

社会动态系统引论

〔美〕D. G. 鲁恩伯杰 著

袁天鑫 黄午阳 译

上海科学技术文献出版社出版

(上海市武康路2号)

新华书店上海发行所发行

上海商务印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 13.75 字数 385,000

1985年8月第1版 1985年8月第1次印刷

印数: 1—7,200

书号: 17192·97 定价: 3.05元

《科技新书目》94-124

译 者 的 话

美国斯坦福大学工程经济系主任D. G. 鲁恩伯杰教授所著的《动态系统引论——理论、模型和应用》(Introduction to Dynamic Systems——Theory, Models and Applications) 一书深入浅出地介绍了怎样应用动态系统理论分析社会、经济、人口、战争、文化和生物等领域里的实际问题. 其内容涉及上述各种系统的数学模型、静态和动态特性分析、控制和最优化问题. 为了使读者便于理解本书的内容和扩大理论的应用范围，书中列举了大量以实际问题为背景的例子，另外还搜集了各种类型的问题200多道作为习题.

书中的许多实例大都是资本主义社会，特别是美国社会中的一些问题，因此有些观点与情况对我国的国情不尽合适，但是书中介绍的处理问题的方法却是可以借鉴的. 考虑到书的完整性和系统性，我们基本上将全书内容照译了出来，望读者在阅读时着重注意其怎样将实际问题抽象到理论高度来研究的方法.

本书最后由黄午阳同志校订. 在本书的翻译中得到了上海交通大学张钟俊教授许多具体的指导，华东化工学院的蒋慰孙教授对翻译此书也曾给予大力支持，在此一并表示衷心的感谢.

译　者

1984.5

前　言

本书是前五年我在斯坦福大学讲授《动态系统》课程的讲义。在应用定量分析方法的几乎一切领域里，它可作为二年级大学生或一年级研究生使用的一本自成体系的教科书．作为先决条件，我们假设读者已掌握了微分方程以及线性代数或矩阵分析等基本课程．然而，因为在以后的推导中需要这些内容，所以本书在第二章和第三章中仍对这两门课程作一些复习．

简单地讲，本书的目的是帮助大家提高分析实际动态现象和动态系统的能力．这一目的是通过介绍动态系统的三个重要方面来达到的：(1) 理论——它研究动态系统数学描述的特征；(2) 实例模型——它说明如何将具体问题转化为合适的数学描述；(3) 应用——它说明了在给定情况下可能提出的一类问题，并说明了理论怎样帮助我们解决这些问题．虽然我们最优先考虑的是恰当地给出严密的理论介绍，但在本书中还是包含了以上三个基本组成部分的一些有意义的实例．

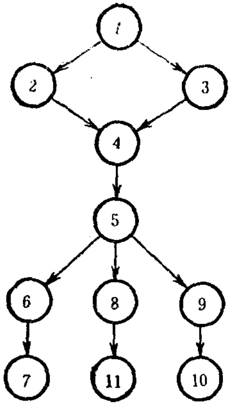
本书的内容是按章节标题所列出的理论体系来组织的．但是，这种特殊的理论体系或风格，只是许多标准的微分方程教科书中所叙述的传统方法和现在通常被作为控制理论方向的现代状态空间方法的一种混合．我们之所以选择这两种方法的混合，一方面是为了扩大视野以取得两种方法的优点，另一方面也是由所介绍的应用上的需要所确定的．然而，正如每个数学分支那样，动态系统的基本概念超出了用于描述这些概念的任何特殊的数学结构．因此，虽然本书的理论是在一定的范围内介绍的，但是，我们仍力图使所讲授的动态系统知识比理论本身更丰富和更少受到限制．

当然，本书的内容部分地反映了我个人的兴趣，但是，所选择

的大部分材料还是与前面所讲的提高分析实际系统的能力这一主要目的直接有关的. 第二章到第五章中的理论材料是相当一般的, 不过除了理论之外, 这些章节还强调了理论和分析之间的关系. 主特征向量分析被用来作为这种关系的一个补充的说明. 第六章将线性系统的经典内容推广到正系统的特殊而有意义的研究课题. 这一章比其它任何章更多地证明了理论与直观概念之间的本质关系. 第七章中马尔柯夫链(Markov Chain)所研究的问题, 传统上是作为不同的课题来处理的. 然而, 尽管马尔柯夫链所研究的问题确实有某些独特的特点, 把它作为动态系统理论的一个分支, 却能得到许多统一性. 第八章按传统的变换法和状态空间法这两种方法, 扼要叙述了系统控制的概念. 第九章和第十章借助于用来统一理论和广泛类型的应用问题的李雅普诺夫函数(Liapunov function)讨论了非线性系统. 最后, 第十一章评述了最优控制这一极为重要的课题——它描述了在许多领域中的问题叙述的一种重要结构. 在各章中均有各种类型的例子, 这些例子不仅说明了理论, 而且它们本身都有实际意义. 虽然这些模型都是实际的抽象, 但其中有许多是"经典"模型, 它们已经经受了时间的考验并对科学的发展产生了巨大的影响. 为了提高分析的效率, 学习这些例子与学习理论同样是有价值的.

本书所包含的内容足够作为一学年的课程. 然而, 在制订学习计划时, 仍有相当大的机动余地. 在斯坦福大学本书曾被删去某些章节的内容以作为六个月课程的基本教材. 下面所示的各章从属图可用来制订相应的各种教学计划. 为了进一步有助于制订教学计划, 对于多少有点偏离主要研究课题的较难的章节已用星号"*"标明.

各章后面的一组问题是本书的一个重要组成部分. 其中有一些是练习题, 它们或多或少是该章所讨论的方法的直接应用; 有一些是理论的推广; 还有一些介绍了新的应用领域. 我们力图在每一章中编入一些各种类型的问题. 特别困难的问题用星号"*"标明.



各章的从属图(某章依赖于图中导向它的所有章)

本书的整理是一项长期而艰巨的任务，如果没有许多人的帮助是完成不了的．书中的许多问题和例子是由教辅人员和学生们共同提供的．我要向斯坦福大学的工程-经济系表示感谢，该系为我提供了环境和资源，从而使这一计划得以完成．我也要向我的家属表示感谢，因为他们给予我帮助、鼓励和支持．我还要感谢洛依斯·戈拉特(Lois Goularte)，她有效地打印了某些草稿并协助组织了该计划的许多方面．最后，我还得向许多学生、访问学者和同事表示感谢，因为他们为我阅读了初稿并提出了许多有价值的建议。

David G. Luenberger

加利福尼亚，斯坦福 1979.1

目　　录

第一章 引 言

1.1 动 态 现 象

动态这一术语是指能产生时变曲线的现象，该曲线在某一时刻的特征是与它在其它时刻的特征相联系的．这一术语与随时间演变或变化的曲线几乎是同义的．它是指在连续演变的过程中所呈现的事件．

在我们的日常生活和科学研究中，几乎所有能被观察到的现象都具有重要的动态特征，其具体实例可产生于以下几个方面：(a) 物理系统，例如正在飞行的宇宙飞船、家庭取暖系统或开采矿藏；(b)社会系统，例如一个组织体系中的变动、种族的演变或经济机构的行为；(c) 生命系统，例如遗传的转移、生态的蜕变或人口的增长．虽然，以上这些方面说明了动态系统的范围很广，并且指明了提高描述和分析动态行为的熟练程度的潜在意义，但是，我们必须强调，一般的动态概念都超出了具体过程的特殊起源或环境．

我们无须借助于数学，也不用导出动态系统的一般理论，就可以直观地理解和分析许多动态系统．事实上，我们经常在相当有效地处理日常生活中的许多简单的动态系统．但是，为了有效地研究那些我们并不熟悉的复杂情况，就必须系统地进行研究，而数学则能使语言简练、概念明确．

从上述观点来看，动态这一术语具有双重含义．首先，这一术语是指我们周围世界中随时间演变的现象；其次，它是被用于描述和分析这种现象的数学学科的一部分．就最深刻的意义而论，动态这一术语同时涉及到两个方面：实际，抽象以及它们之间的相互影响．

虽然有无数有趣的动态现象出现在各种领域中，但是其相应

的数学描述的一般形式的数量却是比较少的. 在数学上动态系统通常是用微分方程或差分方程描述的. 事实上，就纯粹的数学内容而论，有相当多的情况表明，至少对动态进行初步的研究几乎与微分方程和差分方程的理论是一样的. 这些方程提供了描述各个变量之间随时间而变化的联系的一种结构.

使用微分方程还是差分方程来描述动态系统，取决于是以连续时间还是离散时间来观察系统的行为. 连续时间与我们通常的概念相吻合，这里时间被认为是连续变化的，并且认为它是平滑地流逝的. 按数学上的术语，这种连续时间是用实数的闭联集来量化的. 它的任意值通常用字母 t 表示. 按连续时间所观测的动态行为通常用微分方程来加以描述，该方程将动态变量的导数与其当时的值联系了起来.

离散时间由有序点列而不是由闭联集所构成. 从应用观点来看，当各种事件和结果仅在离散时间上(例如按天、按月或按年)出现或被我们考虑时，引进这种时间是方便的. 例如，当我们研究人口模型时，逐年地而不是连续地计算人口的变化比较方便. 离散时间通常是用以一个方便的起始点为参考点的依次标注的离散时间点来表示的. 这样，时间就相当于整数 0, 1, 2, 等等，而一个任意的时间点常用字母 k 表示. 所以，在离散时间上所观测到的动态行为，通常用将某一时刻上的变量值与各相邻时刻上的变量值联系起来的方程加以描述. 这种方程称为差分方程.

1.2 多变量系统

正如适用于一般分析那样，当我们认识到特殊现象的有意义的研究通常仅在明显地考虑其周围环境才能完成时，便出现了系统这一术语. 我们感兴趣的特殊变量多半只表示还含有其它分量所组成的集合体中的一部分. 一种有意义的分析必须考虑到整个系统及其各分量之间的联系. 因此，系统的数学模型多半包含了许多相互联系的变量. 并且我们通过把这种情况描述为多变量系统

来强调这一点．说明多变量现象的普遍性和重要性的一些例子出现在如下一些问题中：(a) 不同地区之间人口的迁移，(b) 在一个经济系统中各种个体同时产生的相互作用，(c) 正在增长的人口系统中的不同年龄组．

有效地处理许多相互联系的变量的能力，是数学系统分析的最主要的特点之一．因此，有必要提出一种能帮助我们清楚地思考和系统地处理许多同时发生的关系的技术工具．对人们的思考来说，为了了解所研究情况的基本要点，我们必须首先学会把完整的一组关系看作一个删除了细节的单元；而后，当需要时，再去研究许多详尽的相互关系．从处理观点来看，当我们以计算而不是以进一步理解为主要目标时，就要求有一个系统而有效的描述方法．

有两种主要方法可用来描述一组相互关系．第一种是向量表示法，它对于计算和理论推导来说是一种有效的描述方法．就其本质而言，向量表示法既可避免详细叙述，又可在需要时恢复详细叙述．因此它是一种方便、有效而又实际的语言．此外，在按这种形式分类整理具体情况之后，我们就能应用线性代数的一系列理论结果．因此，这种语言也是与数学理论正好相一致的．

描述变量之间相互关系的第二种方法是利用图形．在这一方法中，系统的各个部分用点或方块表示，而用连线表示相应各部分之间的联系．对于使许多复杂情况的基本结构形象化来说，这种表示法是很有帮助的；然而它没有向量表示法那样的完整分析功能．由于这个原因，虽然上述两种方法都将在本书内介绍，但我们的重点还是放在向量法上．

我们所研究的大多数情况既是动态的又是多变量的，因此，要用若干个变量来表征它们，而这些变量中的每一个都随时间变化并且都通过时间与其它变量相联系．事实上，多变量与随时间演变的结构的这种组合代表了动态系统的现代理论的方向．

大多数动态系统既随时间演变又是多变量的，这一特点确定了构成其分析基础的数学的某些特征．其数学工具基本上是微分

(或差分)方程和向量代数的组合. 微分(或差分)方程给出了动态部分,而向量代数则提供了多变量表达式的表示方法. 这两个数学分支的结合与相互影响,构成了本书中所有分析的基础. 因此,我们先在第二章介绍微分方程和差分方程,然后再介绍矩阵代数.

1.3 一些实例

如同一切领域中问题的阐述和分析那样,从"现实世界"的动态现象到借助于数学模型的合理抽象的过程,都要求有一种仅仅通过经验才能得到提炼的专门技巧. 在任何给定的应用场合,通常并非只有一个"精确"模型;而是模型的详细程度、侧重点以及模型形式的选择均受分析者的自由选择所支配. 但是,有许多为大家所熟悉和普遍承认的"经典"模型. 这些经典模型具有重要的作用,它们不但可作为其所描述的原始现象的模型,而且还可作为在新情况下,我们所应力求达到的清晰度和真实性的例子. 一个熟练的分析者往往知道许多种有参考价值或作为有充分根据的出发点的经典模型.

从某种意义上来说,本节中的实例都是经典的,因而可作为读者今后学习的一个开端. 随着以后各章的学习,例子的种类将不断扩充,并且具有已知特征的有充分根据的实例的这一增长过程,正是我们学习的最重要的目的之一. 各种类型的实例丰富了建模的方法.

本节中的前三个例子是以离散时间形式叙述的,因此用差分方程表示. 而后三个例子是按连续时间定义的,因此所得到的结果为微分方程. 从这些例子可以看出,对于某一具体现象是建立连续时间模型还是建立离散时间模型的选择多少是有点任意的. 这种选择通常是由现有可利用的数据、分析上的处理方便、应用领域中已建立起来的习惯或单纯的个人偏爱所决定的.

例 1(几何增长)

在广泛的范围之内(例如人口或其它动物的增长，植物的生长过程，一个科学领域中出版物的积累，原材料的消耗，借贷中利息的积累等等)，一种有效的简单增长规律是由下列差分方程所描述的线性增长规律

$$x(k+1)=ax(k)$$

其中 $x(k)$ 表示变量(例如人口)在 k 时刻的大小，参数 a 是一个确定增长率的常数．对于正的增长而言，a 的值必须大于1，这时 $x(k)$ 的后继值将比它的原有值大一个固定的因子．

如果 $x(k)$ 的初始值被指定，比如说 $x(0)=1$，则其后继值就能递推求得．尤其是，容易看出：$x(1)=a$, $x(2)=a^2$，并且一般地有，$x(k)=a^k$, $k=0, 1, 2, \cdots$．由该模型所得到的典型增长曲线如图1.1所示．

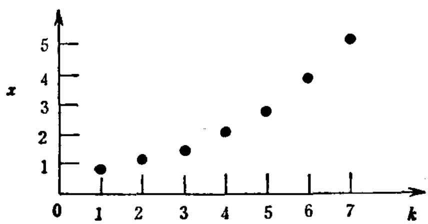


图1.1 几何增长

由这样一个简单的线性模型所得到的增长曲线称为几何增长，因为其值按几何级数增长．我们已发现，这种形式的增长曲线几乎与许多情况中的经验数据相一致，并且至少在数值范围内，这个模型在理论上是非常合理的．

例2(分组人口模型)

在许多实际场合(特别是对于在正常的一生中，其生育率的水平是不均匀的人口而言)，上述简单的增长模型不适用于对人口变化进行全面分析．一个比较满意的模型是考虑人口中的年龄分布．这种经典模型被称为分组人口模型．

我们将人口按相同的年限，比如说五年，分成年龄组．也就是说，第一组由年龄在0～5岁间的所有成员组成，第二组由年龄在5～10岁间的所有成员组成等等．分组人口模型本身是一个离散时间的动态系统，其一个时间周期的宽度对应于基本的分组间距(在我们的例子中为五年)．假设男、女人口在分布上是相同的，这

样，我们就可以通过仅仅考虑女性人口来简化模型．令 $x_i(k)$ 是在时间周期 k 时第 i 个年龄组的（女性）人口．这些年龄组按 0 到 n 依次标明，用 0 表示最低的年龄组，而用 n 表示最高的年龄组．为了描述系统行为，仅需在一个时间周期内，描述上述各年龄组的成员如何变化．

一开始我们先排除死亡的可能性（下面马上将考虑这一因素），从而在一个时间周期内第 i 个年龄组的成员将全部转移到第 $i+1$ 个年龄组．为了考虑在给定年龄组内的死亡率，这个转移过程就由一幸存因子所衰减．于是净转移可由如下的简单方程来描述：

$$x_{i+1}(k+1)=\beta_i x_i(k),\ i=0,\ 1,\ \cdots,\ n-1 \tag{1-1}$$

其中，β_i 是第 i 个年龄组在一个周期内的幸存率．因子 β_i 可由保险统计资料满意地确定．

不能由上述方程确定的唯一年龄组是 $x_0(k+1)$，这个年龄组的成员是在上一个周期内出生的．他们是上一个周期内的成员的后代．因此，这个年龄组内的成员取决于上一个周期内各组的出生率及其人数．特别地，有

$$x_0(k+1)=\alpha_0 x_0(k)+\alpha_1 x_1(k)+\cdots+\alpha_n x_n(k) \tag{1-2}$$

其中，$\alpha_i(i=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$ 是第 i 个年龄组的出生率（它是用每一时间周期内，第 i 个年龄组的每一成员的女性后代的人数来表示的）．因子 α_i 通常也可由统计资料来确定．

联立方程 (1-1) 和 (1-2)，我们就可得到怎样由 $x_i(k)$ 求 $x_{i+1}(k+1)$ 的系统方程．这是一个动态与多变量系统结构相组合的极好的例子．由于我们是用代表各个年龄组的成员数的这一变量来描述人口系统的，故它是一个多变量系统．而这些变量又由简单的差分方程动态地联系了起来，于是整个系统可被认为是由差分方程与多变量结构组合而成．

例 3（国民经济）

虽然有好多简单的国民经济的动态模型，而我们在这里介绍的则是以离散时间描述的模型，其中各周期的时间间距为 1/4 年．