

天线原理

陈 顺 生

东南大学出版社

TN82

2

天 綫 原 理

陈 顺 生

东 南 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书着重阐述天线的基本概念、基本理论和基本分析方法，介绍了常用天线的工作原理、工程分析设计方法及其性能参数，对最近发展起来的新型天线及其严格分析方法也作了较多的阐述。

本书内容分四个主要部分，第一部分回顾了电磁场的基本原理、元天线的分析和天线的特性参量；第二部分是天线阵的分析与综合；第三部分讲述线天线的方向性及其阻抗；第四部分是口径面天线的基本理论与几种典型的口径面天线。本书中对谢昆诺夫单位圆及其应用、帕克林登积分方程及矩量法、几何绕射理论、微带天线等都有较详细的论述或介绍。

本书内容由浅入深、循序渐进，理论联系实际，注重于概念和分析方法的阐述。本书可用作无线电技术、通讯、电视、广播、雷达、微波技术等专业本科生的教材，也可作为从事有关专业工作的研究人员、科技工作者的参考书。

责任编辑 朱经邦

责任校对 杨 克

2545/33
11

天 线 原 理

陈顺生 编

东南大学出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行 东南大学印刷厂印刷

开本787×1092毫米1/16 印张 $16\frac{14}{16}$ 字数389千字

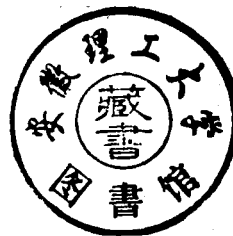
1989年7月第1版 1989年7月第1次印刷

印数：1—1000册

ISBN 7-81023-163-(4)

TN·19

定价：3.56元



前 言

本书是根据电子工业部电磁场与微波技术教材编审委员会天线与电波教材编审小组审定的编写大纲、结合编者多年来教学实践的经验、在原编“天线原理”讲义的基础上编写而成的，由天线与电波教材编审小组评审并推荐出版。

本书着重讲述天线的基本概念、基本原理与分析方法，同时兼顾介绍一些常用天线的工作原理与技术性能，本书共分十章。第一章是对电磁场理论基本内容的回顾，并详述了矢量位函数法在求解元辐射体的问题上的应用。第二章从天线工作的物理过程出发，阐述了天线的各种参数的物理意义、定义及各参数之间的关系。第三章介绍了接收天线的电参数，特别计算了某些系统的噪声。第四章用叠加原理求解天线阵的方向性，着重用物理概念和图解法来分析天线阵的方向性，讨论了天线阵方向图的综合方法，本章较详细地叙述了谢昆诺夫单位圆及其在天线阵的分析与综合中的应用。第五章、第六章讨论了线天线，主要是对称振子的方向性与阻抗特性，并介绍了一些实用天线的原理。本章除介绍一般工程中求解线天线的阻抗与方向性的方法外，着重介绍了帕克林登积分方程的数值解法——矩量法，以弥补以往教材的不足。第七章为磁流源天线，其典型结构是波导缝隙天线和某些微带天线。微带天线是近年来新发展起来的天线，并已获得广泛的应用。第八章、第九章阐述了口径面天线的基本理论，介绍了主要口径面天线的口面场的求解。为解决几何光学法所不能解决的问题，近年来发展了一种几何绕射理论（GTD），本章对此有扼要介绍。为适应毫米波技术和超宽频带的要求，本书最后一章还介绍了行波天线和几种宽频带天线的构成与工作原理。

本书的特点是内容由浅入深，循序渐进，理论联系实际，着重概念的建立和方法论的阐述。通过对本书的学习，可掌握天线理论与技术的基本内容，熟悉基本分析方法，了解新发展动向。为从事天线的理论与技术工作或从事高频电子系统工作的人们打下良好的基础。

本书可用作无线电技术、通讯、电视、广播、雷达、微波等专业本科生的教材，也可作为从事有关专业工作的研究人员、科技工作者的参考书。

本书主审人为西安电子科技大学天线研究所汪茂光教授，他对全书进行了认真仔细、一丝不苟的审阅，提出了许多宝贵的意见。编者在此谨向汪茂光教授致以诚挚的谢意。

在编写和出版本书的过程中，得到了各方面的支持与帮助，这里特别要感谢东南大学无线电工程系杨铨让教授在组织本书编写与出版工作中的指导与关怀。北京工业学院张德齐教授、成都电讯工程学院林昌禄教授、东南大学章文勋教授、桂林电子工业学院周朝栋教授等都对本书的编写提出过许多珍贵的意见与建议，编者对他们表示深切谢意。在教学实践中，东南大学孙国安副教授和听课的大学生们也对讲义中的不妥之处提出了看法与意见；邱玉芬同志绘制了本书的全部图形曲线，在此对他们一并表示致谢。

由于编者水平所限，书中可能有不少错误和欠妥之处，敬请广大读者批评指正。

陈顺生 于东南大学

1988.2

目 录

绪 言	(1)
第一章 电磁波辐射的理论基础	(3)
§1.1 基本原理与关系式	(3)
§1.2 元辐射体的辐射场	(8)
第二章 天线的特性参量	(17)
§2.1 天线工作的物理过程	(17)
§2.2 天线外场特性参量	(19)
§2.3 天线的工程参量	(22)
§2.4 天线的等效电路参量	(25)
§2.5 天线各参量之间的关系	(25)
第三章 接收天线理论基础	(27)
§3.1 互易定理及其应用	(27)
§3.2 天线的阻抗失配与极化失配	(30)
§3.3 天线的噪声温度	(31)
§3.4 几种通讯系统噪声的估算	(34)
第四章 天线阵的方向性	(37)
§4.1 二元阵	(37)
§4.2 线阵、面阵、体阵——方向图乘法的应用	(43)
§4.3 均匀直线阵	(47)
§4.4 非均匀直线阵的分析与谢昆诺夫单位圆的应用	(58)
§4.5 超方向性阵列	(62)
§4.6 天线阵方向图的综合与契比雪夫天线阵	(63)
§4.7 泰勒分布简介	(70)
第五章 线天线的方向性	(73)
§5.1 对称振子天线	(73)
§5.2 地面对振子天线性能的影响	(79)
§5.3 角形反射器	(85)
§5.4 正交对称振子	(86)
§5.5 行波导线天线	(88)
第六章 天线的阻抗与馈电	(95)
§6.1 等效传输线法求对称振子的输入阻抗	(95)
§6.2 对称缝隙振子的自导纳	(100)
§6.3 圆柱天线积分方程及其矩量法解	(102)
§6.4 对称振子间的互阻抗	(110)

§6.5	八木天线	(117)
§6.6	对称振子的馈电系统	(122)
第七章	波导缝隙阵列天线和微带天线	(129)
§7.1	巴俾涅原理与布克关系式	(129)
§7.2	波导缝隙天线	(132)
§7.3	波导缝隙阵列天线的设计	(136)
§7.4	微带天线	(140)
§7.5	双频微带贴片天线与圆极化微带贴片天线	(149)
第八章	口径面天线的理论基础	(152)
§8.1	矢量积分方程的建立——辅助源法	(152)
§8.2	标量积分方程——基尔霍夫公式	(157)
§8.3	平面口径的绕射	(163)
第九章	口径面天线	(175)
§9.1	波导开口端的辐射	(175)
§9.2	波导喇叭天线	(178)
§9.3	抛物反射面天线	(186)
§9.4	卡塞格伦天线	(199)
§9.5	其它类型双反射面天线	(206)
§9.6	几何绕射理论 (GTD) 简介	(209)
§9.7	特殊反射面天线	(216)
§9.8	反射面天线的馈源	(219)
第十章	行波天线与宽频带天线	(227)
§10.1	表面波天线	(227)
§10.2	槽形波导天线	(233)
§10.3	介质棒天线	(234)
§10.4	螺旋天线	(237)
§10.5	等角螺旋天线	(240)
§10.6	对数周期天线	(242)
附 录		(247)
附录 I	半波对称振子的互阻抗表	(247)
附录 II	常用公式	(254)
练习 题		(257)
参 考 文 献		(263)

绪 言

《天线原理》是继《电磁场理论》以后的一门专业课程，它的主要任务是研究天线的辐射问题，了解常用天线的工作原理、分析与设计方法以及它们的参数。

天线是各种无线电系统，如通信、雷达、遥感等系统中不可缺少的部件，通常，它通过馈线与发射机或接收机相连。随着科学技术的发展，天线的形式愈来愈多，其作用愈来愈突出，结构愈来愈巧妙复杂，与电子计算机结合使用的趋势也愈来愈明显。近几年来，天线的理论分析工作取得了很大的进展，各种数值计算方法的应用使天线理论日臻完善。总之，天线本身已发展成为无线电技术领域的一门独立学科。

天线理论的主要研究对象是天线的内场和外场。天线的内场是指天线体上的电（或磁）流分布、电压分布或电场、磁场分布；天线的外场是指它在空间产生的电磁场分布。从理论上说，天线的内场与外场是不可分割和相辅相成的，所以求解天线的问题是复杂的边值问题，这也是现代天线理论不懈地追求解决的问题。而工程上常将内场与外场分开来处理，先合理地假定某一天线的内场分布，再根据这个内场分布计算外场，这种解当然是近似的。但由于这一计算方法简单而带来的误差又在允许范围之内，所以在工程上获得了广泛的应用。

天线的发展与科学技术的发展是紧密相关的。1873年，麦克斯韦（1831~1879）总结了库伦、安培、法拉第等人的研究成果，得到了统一的电磁场方程组，并提出了“位移电流”这一新的概念，预言了电磁现象的波动性，从而开创了电磁波的世界。1887年，赫兹（1857~1894）用实验方法证明了电磁波的存在。赫兹实验时所用的发射与接收天线如图1所示。发射天线为偶极子（对称振子）型，端接两块 $40\times 40\text{mm}$ 的金属板，接收天线是直径为35厘米的圆环。这些原始天线是现代天线的雏型。1895年，俄国的波波夫（1859~1905）发明了雷暴指示器；1897年，英国的马可尼（1874~1937）

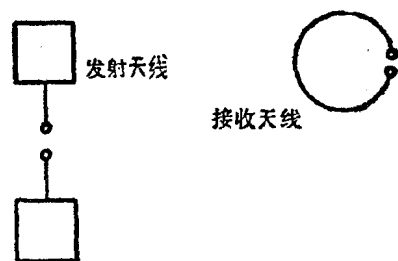


图1 赫兹实验用发射与接收天线

发明了无线电收发报机，从而奠定了现代无线电通信的基础。马可尼所用天线的原理图如图2所示。天线是由50根铜线组成的扇形接地单极子，发射机为火花放电式，频率范围为50~100千赫。19世纪初，索莫弗尔德推导了地面上垂直与水平极化波传播的积分公式，从而奠定了中长波和地面波传播的理论基础。到十九世纪二、三十年代，许多无线电爱好者发现了远距离通信的可能性，从而导致了电离层的发现。又由于电子三极管能给出较大的输出功率，使远距离短波通讯成为现实，因而研制了多种短波天线和宽频带天线。第二次世界大战给雷达的发展提供了机会，使天线进入了微波波段，制成了多种形式的雷达天线。第二次世界大战以后，无线电技术得到了飞速的发展，天线技术也取得了快速的进步。由于火箭、卫星等高技术的要求，研制成了先进的相控阵等天线。随着对跟踪精度要求的提高，对天线的性能如分辨率、旁瓣、效率、抗干扰性等的要求也愈来愈高，使人们对天线的研究进入了更新的高度，出现了综合口径天线、信号处理天线、自适应天线等技术。可以预计，在不久的

将来，天线理论与技术将会取得突破性的进展。

解放以后，特别是近二十年来，我国的天线事业也取得了明显的进步，研制成了许多种高性能的天线，从事天线理论与技术工作的队伍迅速地扩大，参加并在国际天线会议上宣读的论文愈来愈多，质量也愈来愈高。我

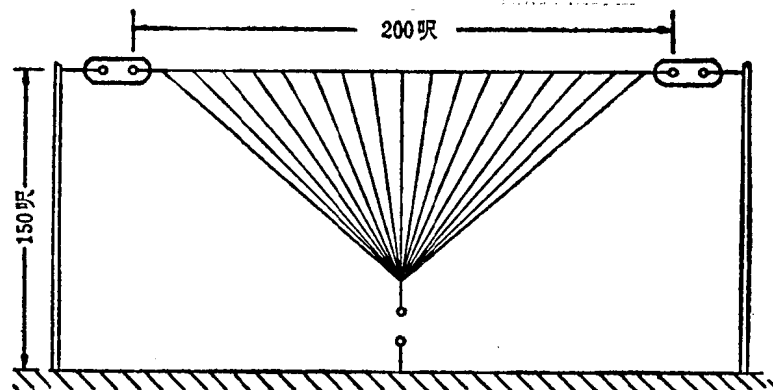


图 2 马可尼所用的天线

国的天线工作者们正在为祖国的建设事业和赶超世界水平作出自己的贡献。

天线的类型纷繁，分类的方法也有多种。按工作性质可分为发射天线和接收天线，但很多种天线既可用于发射，亦可用于接收。按工作频段可分长中波天线、短波天线、超短波天线和微波天线，但许多种天线既可用于低频段，又可用于高频段，有些天线多频共用或具有很宽的频带。按工作原理与结构形式可分为线天线、面天线和天线阵。常见的线天线有振子天线、行波直导线天线、菱形天线、波导缝隙阵列天线、螺旋天线、微带天线等；常见的面天线有喇叭天线、反射面天线、透镜天线等。有一些天线如漏波天线等难以归到以上两类中去，只好把它暂归入行波天线类中。由以上可见，这些分类方法都不是很严格的。

人们在选用天线类型时，应根据总体指标、使用频率、极化方式、容许体积等多方面的要求来综合考虑。单就方向图的形状来说，各种系统的要求也是不同的。表中列出了一些典型系统对天线方向图形的要求。

表 1 典型系统对天线方向图形的要求

系统名称	应用范围	方向图形状	天线形式
干线通讯	定点通讯、散射通讯、卫星通讯等，短波至微波波段	窄波束、高增益、低旁瓣	对称振子阵、反射面天线、透镜天线、菱形天线等。
移动通讯	移动电台，主要是超短波波段	水平面内无方向性，垂直面内较尖锐	各种天线，以线天线为主
广播电视	中波、短波、微波	水平面内无方向性，垂直面内较尖锐	以线天线为主
导航	短波至微波波段	无方向性或扇形波束，圆周水平扫描	线天线、面天线或振子阵
搜索	雷达、遥感	扇形、余割平方形或特殊赋形波束	面天线或振子阵
炮瞄、跟踪	雷达	笔形波束、圆锥扫描或和差波束	面天线、振子阵、相控阵
测向	短波、超短波	心形波束	线天线

第一章 电磁波辐射的理论基础

§1.1 基本原理与关系式

一、麦克斯韦方程组

麦克斯韦方程组的微分形式与积分形式为

$$\left. \begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= i + \int \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \\
 \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \\
 \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} &= Q \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= 0
 \end{aligned} \right\} (1.1)$$

式中, \mathbf{J} 为传导电流面密度矢量, ρ 为电荷体密度, Q 为总电荷量。在 MKS 制中, 各量的单位为: E ——伏/米、 H ——安/米、 D ——库/米²、 B ——韦/米²、 J ——安/米²、 ρ ——库/米³。在本书中, 各量均用有效值表示, 一般情况下略去时谐因子 $e^{j\omega t}$ 。

在各向同性媒质中, 场量满足以下媒质状态方程

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.2)$$

其中 ϵ 、 μ 和 σ 的单位分别为法/米、亨/米和欧/米。

电流密度和电荷密度还应满足连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.3)$$

关于麦克斯韦方程的物理意义, 在前修课程中已详细讨论过, 这里不再重复。麦克斯韦方程的解只在以下三个条件下才是唯一的:

- (1) 它们满足两种媒质分界面上的边界条件;
- (2) 它们满足无穷处的边界条件——辐射条件;
- (3) 它们处处为有限值。

在简谐振荡的情况下, 麦克斯韦方程变为

$$\left. \begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D} \\
 \nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{B} \\
 \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0
 \end{aligned} \right\} (1.4)$$

为使麦克斯韦方程完全对称，可以人为地引进磁流密度 J^M 和磁荷密度 ρ^M ，得

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{J}^M - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= \rho^M \end{aligned} \right\} (1.5)$$

式中的磁流与磁荷也应满足连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{J}^M + \frac{\partial \rho^M}{\partial t} = 0 \quad (1.6)$$

二、波源形式、两重性原理、等值原理

由麦克斯韦方程组可见，存在以下三类可能的波源形式：

(1) 交变电流（或电荷）波源 J （或 ρ ）；

(2) 交变磁流（或磁荷）波源 J^M （或 ρ^M ），这些波源是虚拟的，在实际应用中可找到几种等效的形式；

(3) 已建立的交变电场或磁场波源。

常见的电流波源天线有对称振子，其上的电流分布呈驻波形式；行波直导线与螺旋天线，其上为行波电流分布。场波源的典型天线为喇叭天线、反射面天线等。缝隙天线、小电流圆环天线可看成是等效磁流波源天线。

电流波源是最常见的波源形式，将信号源馈接到金属导线上，在导线上就会产生一定的电流分布，该电流将在导线周围空间产生一定的电磁场分布。根据边界条件，解麦克斯韦方程即可求出空间中的电磁场分布函数。

若已知某电流波源所产生的场，通过两重性原理（又叫对偶性原理）可方便地求出具有相应边界条件的磁流波源所产生的场。我们这里不加证明地直接从麦克斯韦方程组的讨论中引出两重性原理。当只存在电流波源时，麦克斯韦方程组的形式为

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

当只存在磁流波源时，相应的麦克斯韦方程组为

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{J}^M - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{B} &= \rho^M \end{aligned}$$

对比这两个方程组可知，只要进行如下代换，即能保持方程的形式不变，第一组方程变成第二组，第二组方程变成第一组：

$$\begin{array}{cccccc} H & E & J & \rho & \varepsilon & \mu \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ E & H & -J^M & -\rho^M & -\mu & -\varepsilon \end{array} \quad (1.7)$$

当求解出 J 所产生的 H 和 E 后, 可通过上述代换求出 J^M 所产生的场。在有些电磁场问题中可能既存在电流波源, 又存在磁流波源, 可先求出它们共同产生的电场, 然后用两重性原理即可写出它们共同产生的磁场。

可见, 两重性原理简化了磁流(荷)波源问题的解。

对于第三种形式的波源——场波源的问题, 可通过另一个原理——等值(等效)原理^①来简化求解的过程。等值原理的文字表述是: 设在一封闭曲面 S 所围定的体积 V 内有若干种类型的真实波源, 它们在 S 面中所产生的总场可等效成分布在该面上的电流、磁流或电荷、磁荷分布。封闭面 S 内空间任一点的场可看成是这些表面电流、磁流所产生的场的和。

假设在无限空间内有某一天线, 它产生的场为 E 和 H , 现在作一封闭曲面 S 包围住天线, 如图 1.1 所示。 S 内的空间为 1 区, S 外的全部空间为 2 区。在 S 面上将 E 和 H 分解为切向和法向分量 E_t, H_t, E_n, H_n , 则

$$E = E_t + E_n \quad H = H_t + H_n$$

利用麦克斯韦方程的线性特性, 可把以上各分量分成独立的两组矢量:

(1) H_t 和 E_n 一对矢量, 设 $E_t = 0, H_n = 0$;

(2) E_t 和 H_n 一对矢量, 设 $H_t = 0, E_n = 0$ 。

对于第一对矢量来说, S 面相当于理想导体表面, 因为它上面只有磁场的切向分量 H_t 和电场的法向分量 E_n , 在这个 S 面上有表面电流流通, 其密度为

$$J_s = n \times H_t \quad \text{或} \quad n \cdot E_n = \eta^e / \epsilon \quad (1.8)$$

其中 η^e 为表面电荷面密度。

对于第二对矢量来说, S 面相当于理想导磁体表面, 因为它上面只有电场的切向分量 E_t 和磁场的法向分量 H_n , 在这个 S 面上有表面磁流流通, 其密度为

$$J_s^M = -n \times E_t \quad \text{或} \quad n \cdot H_n = \eta^M / \mu \quad (1.9)$$

其中 η^M 为表面磁荷面密度。

若由等效电流在 2 区某观察处产生的场为 E^e 和 H^e , 等效磁流产生的场为 E^M 和 H^M , 则观察点处的总场为

$$E = E^e + E^M \quad H = H^e + H^M$$

S 面的形状可任意选取, 可以是封闭面, 也可以是局部面。在选取了 S 面后, 求出了初始波源在 S 面上的场, 这时 S 面上的场就是新的已建立的波源, 初始波源可认为已不复存在。此时 1 区某观察点的场完全决定于表面 S 上的场源分布。在 2 区内没有其它波源时, 2 区内各点的场也完全决定于 S 面上的场源分布。利用等值原理很容易求得这类问题的解。

三、辐射条件

唯一性定理说明, 在体积 V 内的场源及其全部边界 S 上的 $n \times E$ 或 $n \times H$ 给定时, 则体

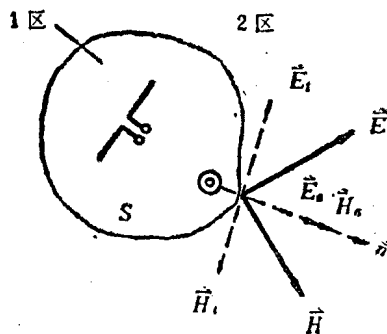


图 1.1 等值原理

^① S. A. Schelkunoff: Some Equivalence Theorems of Electromagnetics and Their Application to Radiation Problems, BSTJ, 15, 92 (1936)

积 V 内的场是唯一的, 这是对有限范围内的场而言的。

天线的基本任务是求解分布在有限范围内的场源在无限空间内产生的场分布。从唯一性定理来看, 若不给定在无穷远处场的边界条件, 则场的解就不是唯一的。

在解无限大空间中点源的波动方程时, 我们曾得到两个解: 一个是 $e^{-jk r}/kr$, 另一个是 $e^{+jk r}/kr$, 前者是自场源发出的沿 $+r$ 方向传播的外向波, 或说是入射波; 后者是向场源会聚的沿 $-r$ 方向传播的内向波, 或说是反射波。由于场源分布于无限均匀媒质中的有限空间, 内向波是没有意义的, 应舍弃。所以解的唯一形式是外向波或入射波, 只存在外向波的条件称为辐射条件, 满足这个条件的表示式为

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + jk\psi \right) = 0 \quad (1.10)$$

式中, ψ 是待求场量的解, 若解的形式为 $e^{-jk r}/kr$, 则能满足这个等式。所以我们在讨论天线辐射的问题中, 由于天线上的场源分布在有限区间, 求无限远处的电磁场, 常将场源视为一个点源, 解均取为 $e^{-jk r}/kr$ 这种形式, 它说明在无穷远处传播的是外向球面波, 它的幅度与 r 的一次方成反比。

辐射条件又被称为索莫弗尔德条件。

四、滞后位函数

已知天线上的波源分布以后, 可直接解麦克斯韦方程求出各个场量。但为了简化解的过程, 减少变量的数目, 常采用一些辅助函数来解麦克斯韦方程, 这样的函数有好多种, 滞后位函数是最常用的一种。

(1) 只存在电流波源 J 时

只存在电流波源时的麦克斯韦方程组为

$$\begin{aligned} \nabla \times H &= J + \frac{\partial D}{\partial t} & \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot D &= \rho & \nabla \cdot B &= 0 \end{aligned}$$

由于 $\nabla \cdot B = 0$, 根据矢量运算法则, 可假定一个矢量位函数 A^m , 它应满足

$$H = \nabla \times A^m \quad (1.11)$$

这里我们称 A^m 为矢量磁位。将它代入麦克斯韦方程的第二式得

$$\nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times A^m) \cdot \mu$$

移项后得

$$\nabla \times \left(E + \mu \frac{\partial}{\partial t} A^m \right) = 0$$

由于任意标量函数梯度的旋度恒等于零, 可假定存在一个标量电位函数 ϕ^e , 它满足

$$E + \mu \frac{\partial}{\partial t} A^m = -\nabla \phi^e$$

对于简谐振荡情况, 电磁场的解为

$$\left. \begin{aligned} H &= \nabla \times A^m \\ E &= -j\omega\mu A^m - \nabla \phi^e \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

将它们再代入到麦克斯韦方程组，则得到亥姆霍茨波动方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A}^m + \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{A}^m &= -\mathbf{J} \\ \nabla^2 \phi^e + \omega^2 \mu \varepsilon \phi^e &= -\rho/\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

利用格林定理可求出这两个波动方程的解

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}^m &= \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} e^{-jk r_s}}{r_s} dV \\ \phi^e &= \frac{1}{4\pi \varepsilon} \int_V \frac{\rho e^{-jk r_s}}{r_s} dV \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

式中， V 为波源所占体积， r_s 为源点到场点的距离。由于电流与电荷之间存在连续性方程，所以 \mathbf{A}^m 与 ϕ^e 之间也存在类似的关系，这个关系就是洛伦兹条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^m = -\varepsilon \frac{\partial \phi^e}{\partial t} = J \omega \varepsilon \phi^e \quad (1.15)$$

所以一般只需求出 \mathbf{A}^m ，然后根据上式求出 ϕ^e 。由于观察点上位场的变化滞后于源的变化，滞后时间就是电磁波在媒质中传播的时间，所以这些位函数是滞后位函数。

(2) 只存在磁流波源时

只存在磁流波源时的麦克斯韦方程组为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{J}^m - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{B} &= \rho^m \end{aligned} \right\}$$

可根据求矢量磁位 \mathbf{A}^m 的方法求出矢量电位 \mathbf{A}^e 和标量磁位 ϕ^m 。我们这里可应用两重性原理求出这些位函数。由于 \mathbf{J} 与 $-\mathbf{J}^m$ 对应， ρ 与 $-\rho^m$ 对应，所以 \mathbf{A}^e 与 $-\mathbf{A}^m$ 对应， ϕ^e 与 ϕ^m 对应，因而得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}^e &= \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}^m e^{-jk r_s}}{r_s} dV \\ \phi^m &= \frac{1}{4\pi \mu} \int_V \frac{\rho^m e^{-jk r_s}}{r_s} dV \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

且满足洛伦兹条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^e = -\mu \frac{\partial \phi^m}{\partial t} \quad (1.17)$$

由此得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla \times \mathbf{A}^e \\ \mathbf{H} &= -j\omega \varepsilon \mathbf{A}^e - \nabla \phi^m \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

(3) 电流与磁流波源共同存在时

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= -j\omega \mu \mathbf{A}^m - \nabla \phi^e - \nabla \times \mathbf{A}^e \\ \mathbf{H} &= -j\omega \varepsilon \mathbf{A}^e - \nabla \phi^m + \nabla \times \mathbf{A}^m \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

这里同样也可用两重性原理直接由 \mathbf{E} 的表示式写出 \mathbf{H} 的表示式。

§1.2 元辐射体的辐射场

一、元电辐射体

研究元电辐射体的场是研究各种线天线的基础，利用两重性原理与等值原理可将其结果简便地扩展到磁流源天线和口径面天线。

所谓元电辐射体就是一段被高频电流激励的短直导线，导线的全长 $h \ll \lambda$ ，其半径 $\rho \ll h$ ，线上的电流分布处处均匀且同相位。元电辐射体在球坐标系中的位置如图 1.2 所示。

为求解元电辐射体的电磁场，应先求出矢量磁位 A^m （因为这里只存在电流波源）

$$A^m = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jk r_s}}{r_s} dV$$

式中， V 为元电辐射体本身所占体积，为求出这个体积积分，可作以下一些合理假定：

(1) 因为是高频激励，由于趋肤效应，电流全部集中在导体表面，所以式中的面电流密度简化为线电流密度，体积分简化为对元电辐射体表面的面积分；

(2) 由于导体的半径远小于其长度，是很细的导线，其端面面积远小于圆柱面面积，端面上的电流对总场的贡献极小，其影响可忽略不计。所以可将上述面积分简化为对圆柱柱表面（不计两端面）的面积分；

(3) 电流在整个导体上处处同相等幅分布，其线电流密度 $I/2\pi\rho$ 处处相同，它与表面元的坐标无关，因而可移出积分号；

(4) 由于 $h \ll \lambda$ ，对距离很远的观察点 P 来说，可认为 $r_s \approx r$ ，且 $\mathbf{r}_s // \mathbf{r}$ ，即 r_s 与源点的坐标也无关，亦可移出积分号。

根据以上假定，元电辐射体的矢量磁位为

$$\begin{aligned} A^m &= \frac{1}{4\pi r} \mathbf{J} e^{-jk r} \int ds = \frac{\mathbf{I}}{4\pi\rho} \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} 2\pi\rho h \\ &= \frac{h\mathbf{I}}{4\pi r} e^{-jk r} \end{aligned} \quad (1.20)$$

由上式可见，矢量磁位在 P 点的方向与电流 \mathbf{I} 的方向一致。我们知道，矢量位本身并没有明确的物理意义，它只是计算场的辅助函数，但它是一个矢量，其方向与源的方向一致。

P 点的场 $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}^m$ ，为求出 \mathbf{H} 的三个分量，需先求出 A^m 的三个分量 A_r^m 、 A_θ^m 、 A_ϕ^m ，由图 1.2 可见

$$A_\phi^m = 0$$

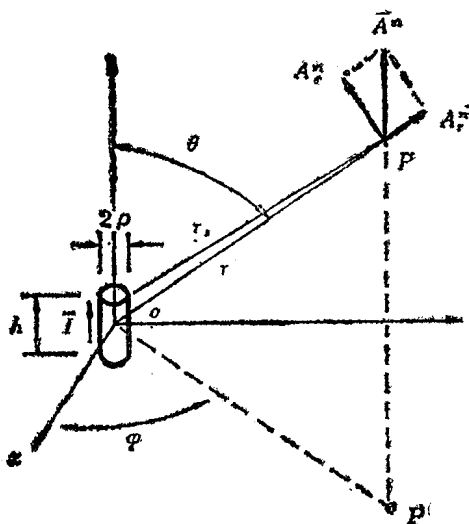


图 1.2 元电辐射体的坐标图

$$A_r^m = A^m \cos\theta = \frac{Ih}{4\pi r} \cos\theta e^{-jkr}$$

$$A_\theta^m = -A^m \sin\theta = -\frac{Ih}{4\pi r} \sin\theta e^{-jkr}$$

根据旋度的运算公式可求出

$$\left. \begin{aligned} H_r &= H_\theta = 0 \\ H_\phi &= \frac{Ih}{4\pi} \sin\theta \left(\frac{1}{r^2} + j\frac{k}{r} \right) e^{-jkr} \end{aligned} \right\} (1.21)$$

电场可由 $\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A}^m - \nabla\phi^e$ 求出, 得

$$\left. \begin{aligned} E_\phi &= 0 \\ E_r &= \frac{Ih}{2\pi\omega\epsilon} \cos\theta \left[\frac{k}{r^2} - j\frac{1}{r} \right] e^{-jkr} \\ E_\theta &= \frac{Ih}{4\pi\omega\epsilon} \sin\theta \left[\frac{k}{r^2} + j\left(\frac{k^2}{r} - \frac{1}{r} \right) \right] e^{-jkr} \end{aligned} \right\} (1.22)$$

需指出的是, 这里都略去了因子 $e^{j\omega t}$ 。

可见, 元电辐射体的场只有三个分量, 横向分量 H_ϕ 和 E_θ , 纵向分量 E_r , 它们在空间互相垂直。对这些场量的性质, 必须分区进行讨论。

(1) 近区

一般认为近区范围为 $r \leq \lambda/2\pi$, 这时可略去式中相对小的 $1/r$ 项, 且 $e^{-jkr} \approx 1$, 得到近区场的三个分量为

$$H_\phi = \frac{Ih}{4\pi r^2} \sin\theta$$

$$E_r = -j \frac{Ih}{2\pi r^3 \omega\epsilon} \cos\theta$$

$$E_\theta = -j \frac{Ih}{4\pi r^3 \omega\epsilon} \sin\theta$$

近区场具有以下几点性质:

i) 近区场为似稳场, 即场强公式与静电场、静磁场一样。在静电场中, 电量为 q 、长度为 h 的电偶极子产生的场为 $\mathbf{E} = \mathbf{r}_0 (qh\cos\theta/2\pi r^3 \epsilon) + \theta^\circ (qh\sin\theta/4\pi r^3 \epsilon)$; 在时变场中 $I = dq/dt = j\omega q$, 代入前者, 即可得到近区场的电场表示式。在静磁场中, $I dl$ 所产生的磁场强度为 $H = Idl\sin\theta/4\pi r^2$ 。把 dl 换成 h 即得元电辐射体近区场的磁场强度公式。

ii) 近区场中的电场与磁场分量之间的相位差等于 90° , $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 是虚数, 其能量不能向外空间辐射, 只能在天线表面附近以能量交换的方式存在, 所以近区场以感应场为主。近区场中的辐射场能量远小于感应场能量。

iii) 近区场的场强随 r 的增大衰减极快, 在一个波长以外的距离处, 其能量已很小。

iv) 电力线有头有尾, 电场有纵向分量。

v) 近区场是由标量电位所产生的。由式 $\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A}^m - \nabla\phi^e$ 可知, 因 A^m 与 $1/r$ 成正比, 而在近区场中根本不含 $1/r$ 的项, 所以近区场与矢量位无关, 只与标量位 ϕ^e 有关。

(2) 远区

一般认为 $kr \gg 1$, 即 $r \gg \lambda/2\pi$ 的范围为远区, 实际上二三个波长以外即可认为是远区。由于 r 较大, 所以在场量公式中略去 $1/r^2$ 、 $1/r^3$ 各项后, 就得到元电辐射体在远区的场强公式

$$\left. \begin{aligned} H_{\theta} &= j \frac{Ih}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \\ E_{\theta} &= j \frac{Ih}{2\lambda r} \eta \sin\theta e^{-jkr} \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

式中, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ ——媒质的波阻抗。对于自由空间 $\eta = 120\pi = 377$ 欧姆。

元电辐射体远区场的性质如下:

i) 远区场只有 E_{θ} 和 H_{θ} 分量, 它们在空间互相垂直, 且与传播方向矢量 r^0 垂直, 不存在纵向分量。

ii) 在同一点处的 E_{θ} 与 H_{θ} 的相位相同, $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 为实数, 乌-波矢量指向 $+r$ 方向, 说明能量向外辐射并沿 r^0 方向传播, 所以远区场中以辐射场为主, 感应场远小于辐射场。

iii) 电场强度与磁场强度之间的关系为 $E_{\theta}/H_{\theta} = \eta$, 求出 E_{θ} 后很容易求出 H_{θ} , 所以在以后的论述中, 一般只讲电场分量。

iv) 场强幅值与 I 、 h/λ 、 $1/r$ 成正比, h/λ 称为电长度。

v) 由于远区场中的各场量只与 $1/r$ 有关, 所以它是由矢量位产生的, 与标量电位无关。今后在运用矢量位法求解天线的辐射场时, 只需求出矢量位, 再根据 $\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A}^m$ 直接求出辐射场强。

vi) 元电辐射体的远区场具有球面波性质, 其球心与元电辐射体的几何中心重合。

vii) 元电辐射体的辐射场模值, 在半径为 r 的球面上与方向角有关, 它是 θ 的函数, 函数形式为 $\sin\theta$, 它与 φ 无关。这就是说元电辐射体具有方向性。

处于近区与远区之间的区域是过渡区, 在该区中感应场与辐射场的能量处于同一数量级范围, 场分布情况较为复杂。一般情况下不讨论它们。另外, 近区、远区的划分也不是很严格的, 在一般天线问题中, 这种划分还与天线的电尺寸有关。近区与远区中感应场与辐射场的大小关系也是相对的, 这种相对关系如图 1.3 所示。

二、元磁辐射体

元磁辐射体本身完全是虚拟的, 实际上并不存在, 但讨论它是有必要的, 这是因为有些类型的天线可等效为磁辐射体, 已建立的电场波源也可等效为磁流源。

若在一个尺寸极小的圆柱面上有均匀磁流分布, 且该辐射体的尺寸满足 $\rho \ll h \ll \lambda$ 的关系, 则该辐射体称为元磁辐射体。求解元磁辐射体的场的步骤与求解元电辐射体的场的步骤一样: 先求出矢量电位 \mathbf{A}^m 和标量磁位 ϕ^m , 再求出场的各个分量。

我们可利用两重性原理, 直接从元电辐射体的场强公式写出元磁辐射体的场强公式。设元磁辐射体的坐标如图

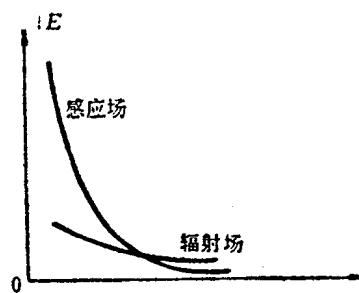


图 1.3 感应场、辐射场强与 r 的关系

1.4所示。其场强公式为

$$E_r = E_\theta = H_\phi = 0$$

$$E_\phi = -\frac{I^M h}{4\pi} \sin\theta \left(\frac{1}{r^2} + j \frac{k}{r} \right) e^{-jkr}$$

$$H_r = \frac{I^M h}{2\pi\omega\mu} \cos\theta \left(\frac{k}{r^2} - j \frac{1}{r^3} \right) e^{-jkr}$$

$$H_\theta = \frac{I^M h}{4\pi\omega\mu} \sin\theta \left[\frac{k}{r^2} + j \left(\frac{k^2}{r} - \frac{1}{r^3} \right) \right] e^{-jkr}$$

其远区场为

$$\left. \begin{aligned} E_\phi &= -j \frac{I^M h}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \\ H_\theta &= j \frac{I^M h}{2\lambda r \eta} \sin\theta e^{-jkr} \end{aligned} \right\} (1.24)$$

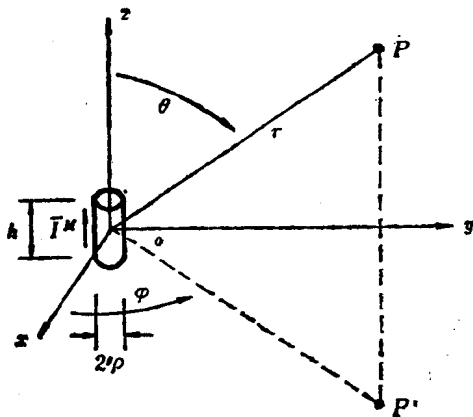


图 1.4 元磁辐射体的坐标关系

元磁辐射体远区场的性质与元电辐射体的一样，只是电场力线与磁场力线的位置互换了，且 $E_\phi/H_\theta = -\eta$ ，这里多了一个负号，这个负号可以从元磁辐射体的乌-玻矢量方向得出，如图1.5所示。若元电辐射体的 E_θ 、 H_ϕ 与乌-玻矢量 $|\mathbf{P}|$ 之间的关系如图示，通过两重性原理代换后， E_θ 变成 H_θ ， H_ϕ 变成 E_ϕ ，若场量方向不改变，则元磁辐射体的乌-玻矢量将与 r 的方向相反，即不能向外辐射，这是不合理的。所以在进行两重性原理变换后， E_ϕ 必然要改成反方向，才能保证向外辐射。

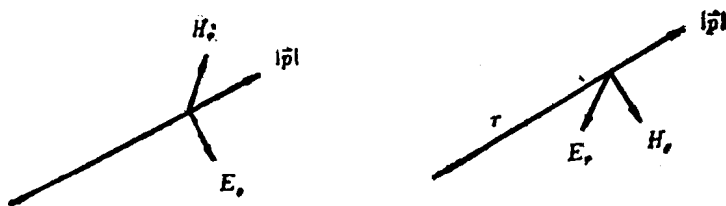


图 1.5 辐射体的场量方向
(a)一元电 ; (b)一元磁

三、无缝隙辐射体

若在无限大、无限薄的理想导体平面上开一条无限窄的缝隙，其长度为 h 、宽度为 d ，且 $d \ll h \ll \lambda$ ，如图 1.6 所示，即构成元缝隙辐射体。在缝隙上加上高频电压 U_0 即可激励缝隙并使之向外辐射。

(1) 元缝隙辐射体与带状元电辐射体边界条件的对偶性

设在无限大、无限薄的良导体平板上开一个细小缝隙，同时取一尺寸与缝隙完全一样的金属条作为元电辐射体，如图 1.7 (a) 和 (b) 所示。先看缝隙：在缝隙上加一高频电压后，设在缝隙内的电场是均匀分布的，则在缝隙的表面上，磁场矢量的切向分量 H_{t1}

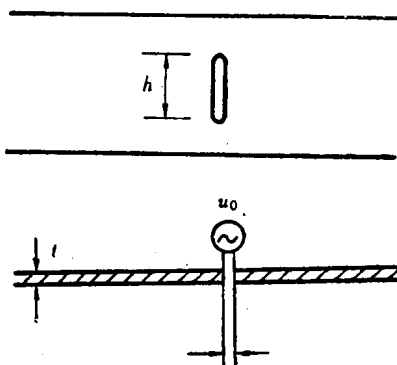


图 1.6 元缝隙辐射体示意图