

# 半 导 体 物 理

## 上 册

犬石嘉雄

(日) 滨川圭弘 著

白藤纯嗣

张志杰 郁小林 雷京贵 等 译

科 学 出 版 社

1986

## 内 容 简 介

本书系统、详细地讲述了从固体物理基础直到半导体器件原理的有关知识。全书分上、下两册：上册主要讲述固体物理和半导体物理基础，包括六章：固体物理基础、固体原子论、固体电子论、半导体的电学性质、半导体的光学性质、半导体的声子特性。下册主要讲述器件物理，包括四章：半导体界面物理、半导体电子器件物理、光电子器件物理、无定形半导体的物理性质。本书内容丰富、取材较新，反映了半导体物理和半导体器件的近期发展状况，而且基本概念讲解清楚，数理推导较为详尽。

本书可供理工科大学半导体物理和半导体器件专业的高年级学生及研究生参考，也可作为与半导体有关的科技人员的入门参考书。

犬石嘉雄 滨川圭弘 白藤纯嗣 著  
半導体物性 II——素子と物性  
朝倉書店，1977

## 半 导 体 物 理

### 下 册

犬石嘉雄

〔日〕滨川圭弘 著

白藤纯嗣

周绍康 等译

责任编辑 王昌泰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1986年8月第一版 开本：787×1092 1/32

1986年8月第一次印刷 印张：7

印数：0001—8,700 字数：154,000

统一书号：13031·3265

本社书号：4690·13—3

定 价： 1.65 元

# 目 录

<b>第一章 固体物理基础</b> .....	<b>1</b>
§1 波动方程和量子力学概要.....	1
1.1 玻尔的经典量子论和氢原子模型 .....	1
1.2 光和物质的粒子性和波动性 .....	3
1.3薛定谔波动方程 .....	5
1.4 类氢原子的波动方程和本征态 .....	10
1.5 微扰法 .....	14
§2 统计力学概要 .....	19
§3 原子间相互作用力和固体的形成 .....	24
习题.....	29
<b>第二章 固体原子论</b> .....	<b>31</b>
§4 晶体结构 .....	31
4.1 晶体与对称性 .....	31
4.2 倒易晶格 .....	36
§5 由晶格引起的波衍射 .....	38
5.1 布喇格定律和劳厄衍射条件 .....	39
5.2 X射线衍射的实验方法 .....	42
§6 晶格缺陷 .....	43
6.1 晶格缺陷的种类 .....	43
6.2 原子的扩散 .....	47
§7 晶格振动和声子 .....	49
7.1 连续介质中声波的传播 .....	49
7.2 一维单原子晶格振动 .....	50
7.3 一维双原子晶格振动 .....	53
§8 晶格比热和热传导 .....	57

8.1 晶格比热 .....	57
8.2 晶格比热的爱因斯坦模型 .....	58
8.3 热传导 .....	60
习题.....	62
<b>第三章 固体电子论.....</b>	<b>64</b>
<b>§ 9 自由电子理论 .....</b>	<b>64</b>
9.1 一维自由电子 .....	64
9.2 三维自由电子 .....	68
9.3 电导 .....	70
9.4 电子比热和热传导 .....	73
<b>§ 10 周期势场和布洛赫定理 .....</b>	<b>75</b>
10.1 布洛赫定理 .....	75
10.2 克龙尼格-潘纳模型 .....	78
<b>§ 11 能带模型 .....</b>	<b>83</b>
11.1 准自由电子近似 .....	83
11.2 紧束缚近似 .....	90
<b>§ 12 布里渊区 .....</b>	<b>98</b>
<b>§ 13 周期势场中的电子和有效质量 .....</b>	<b>101</b>
<b>§ 14 能量状态密度 .....</b>	<b>104</b>
<b>§ 15 固体的电导和空穴 .....</b>	<b>106</b>
15.1 电导和空穴 .....	106
15.2 导体、绝缘体、本征半导体 .....	109
15.3 施主和受主 .....	110
习题.....	113
<b>附录 A 相速度和群速度.....</b>	<b>113</b>
<b>第四章 半导体的电学性质.....</b>	<b>115</b>
<b>§ 16 热平衡状态下的电子分布 .....</b>	<b>115</b>
16.1 本征半导体 .....	116
16.2 杂质半导体 .....	120

<b>§ 17 载流子的散射机理和霍尔效应</b>	125
17.1 由声学波声子引起的散射	126
17.2 由光学波声子引起的散射	130
17.3 由电离杂质引起的散射	131
17.4 霍尔效应	135
<b>§ 18 玻耳兹曼输运方程和电导</b>	138
<b>§ 19 磁阻效应</b>	145
<b>§ 20 半导体的能带结构</b>	147
<b>§ 21 少数载流子的注入和复合</b>	152
21.1 少数载流子的注入和准费米能级	152
21.2 非平衡少数载流子的连续方程和扩散	154
21.3 复合和肖克莱-里德模型	158
<b>§ 22 强电场现象</b>	164
22.1 热电子	164
22.2 碰撞电离和电子雪崩	168
22.3 齐纳效应	173
22.4 固体等离子体	174
<b>§ 23 强磁场中的物理性质</b>	175
<b>§ 24 空间电荷限制电流</b>	177
<b>习题</b>	181
<b>附录 B 电子在施主能级和受主能级中的分布</b>	182
<b>附录 C 各种散射过程和弛豫时间</b>	185
<b>第五章 半导体的光学性质</b>	188
<b>§ 25 半导体和电磁波的相互作用</b>	188
<b>§ 26 半导体的光吸收</b>	191
26.1 半导体光吸收的分类	191
26.2 自由载流子吸收	192
26.3 带间跃迁的选择定则	193
26.4 直接跃迁吸收	196

26.5 间接跃迁吸收 .....	201
26.6 激子吸收 .....	203
§ 27 光谱限和能带结构 .....	205
§ 28 光电导效应 .....	209
§ 29 光生伏打效应 .....	212
29.1 丹倍效应 .....	212
29.2 光电磁效应 .....	213
29.3 由界面电场引起的光生伏打效应 .....	214
§ 30 半导体的发光 .....	216
30.1 辐射复合和非辐射复合 .....	216
30.2 辐射复合和光吸收的关系 .....	218
30.3 光致发光 .....	221
30.4 等电子陷阱 .....	222
§ 31 非线性光学现象 .....	225
31.1 玻克尔斯效应和克尔效应 .....	226
31.2 二次谐波发生 .....	229
§ 32 强电场下的光学特性 .....	232
32.1 带间跃迁和弗朗兹-凯尔迪什效应 .....	232
32.2 电光效应 .....	234
32.3 调制光谱法 .....	236
习题 .....	238
附录 D 光在各向异性介质中的传播 .....	240
<b>第六章 半导体的声子特性 .....</b>	<b>243</b>
§ 33 热导率 .....	243
§ 34 热电效应 .....	245
34.1 塞贝克效应 .....	245
34.2 珀耳帖效应 .....	249
§ 35 声电效应和超声波放大 .....	250
§ 36 半导体的压力效应 .....	256
36.1 压电效应 .....	256

<b>36.2 能带的压力效应和压阻效应</b>	261
<b>习题</b>	262
<b>附录 E 由传导载流子引起的热导率和热电效应</b>	263
<b>参考文献</b>	268
<b>参考书</b>	270
<b>习题解答和提示</b>	272
<b>主要半导体的谱限能量 (300K)</b>	285
<b>主要半导体的能带结构和谱限的表示</b>	286

# 目 录

<b>第七章 半导体界面物理</b> .....	<b>289</b>
§ 37 半导体表面的特性 .....	289
§ 38 半导体表面(清洁表面和实际表面) .....	289
§ 39 p-n 结 .....	294
39.1 p-n 结的能带图 .....	294
39.2 p-n 结的过渡区和势垒电容 .....	298
39.3 p-n 结的扩散电流和整流特性 .....	303
39.4 p-n 结的过剩电流 .....	307
39.5 p-n 结的强电场现象 .....	312
§ 40 异质结 .....	320
40.1 异质结及其界面 .....	320
40.2 异质结的阻挡层 .....	325
40.3 异质结阻挡层的特性 .....	328
§ 41 金属-半导体界面 .....	329
41.1 金属表面和肖特基效应 .....	329
41.2 肖特基势垒 .....	333
41.3 肖特基势垒的整流特性 .....	337
41.4 金属和半导体的欧姆接触 .....	339
§ 42 半导体-电介质界面 .....	340
§ 43 晶粒间界 .....	345
习题 .....	348
<b>第八章 半导体电子器件物理</b> .....	<b>351</b>
§ 44 肖特基势垒二极管 (SBD) .....	351
§ 45 齐纳二极管和江崎二极管 .....	355
§ 46 双极型晶体管 .....	360

46.1	晶体管作用.....	360
46.2	结型晶体管的原理和静态特性.....	361
46.3	工作特性和 $\alpha^*$ , $\beta$ , $\gamma$ .....	365
46.4	$\alpha$ 截止频率和优值.....	368
46.5	漂移晶体管.....	372
§ 47	闸流晶体管 .....	374
47.1	闸流晶体管及其种类.....	374
47.2	可控硅的工作原理和电压-电流特性 .....	376
§ 48	单极晶体管 .....	380
48.1	场效应晶体管原理.....	380
48.2	结栅型场效应晶体管.....	381
48.3	绝缘栅型场效应晶体管.....	383
§ 49*	电荷转移器件 .....	389
49.1	CCD .....	390
49.2	BBD .....	396
§ 50	MOS 存贮器件.....	397
50.1	半导体不挥发性存贮器.....	397
50.2	MNOS 存贮器件.....	398
§ 51	渡越时间器件 .....	402
§ 52	转移电子器件 .....	408
52.1	谷间转移和负微分迁移率.....	408
52.2	高场畴和电流振荡.....	410
52.3	微波振荡器件.....	413
52.4	功能逻辑器件.....	415
§ 53	表面声波器件 .....	416
习题	.....	419
<b>第九章</b>	<b>光电子器件物理.....</b>	<b>422</b>
§ 54	光电探测器 .....	422
54.1	光敏电阻.....	422

54.2 光电二极管.....	427
54.3 高速光电二极管.....	432
54.4 太阳电池.....	434
<b>§ 55 半导体发光器件 .....</b>	<b>440</b>
55.1 注入型电致发光.....	440
55.2 发光二极管 (LED).....	444
55.3 半导体激光器.....	447
55.4 本征发光和本征发光器件.....	456
<b>§ 56* 布里渊散射和光偏向器件 .....</b>	<b>460</b>
<b>第十章* 无定形半导体的物理性质 .....</b>	<b>464</b>
§ 57 无定形半导体的特征 .....	464
§ 58 无定形半导体的基本性质 .....	466
§ 59 无定形半导体的状态密度 .....	469
§ 60 无定形半导体的电学性质 .....	471
60.1 迁移率隙和能带传导迁移率.....	471
60.2 经过定域态能级的载流子迁移.....	473
60.3 强电场现象.....	479
§ 61 无定形半导体的光学性质 .....	483
§ 62 可逆相变 .....	486
§ 63 内部积蓄能量及性质的变化 .....	489
<b>参考文献.....</b>	<b>494</b>
<b>参考书.....</b>	<b>495</b>
<b>习题解答和提示.....</b>	<b>496</b>
<b>主要半导体的电子物理常数.....</b>	<b>498</b>

# 第一章 固体物理基础

半导体物理是更广义的固体物理的一部分。固体物理所采用的方法，是从原子论的观点出发，把我们观察到的各种宏观现象（电导率、介电常数、磁导率等）看成是构成一切物质的原子或原子集团的行为，应用量子力学和统计力学对它们作统一的论述。因此，本章将扼要介绍后面学习半导体物理所必要的量子力学和统计力学知识。关于这方面更详细的内容，请参阅本章末列出的参考书。已具有量子力学和统计力学知识的读者，可以从第二章读起。

## §1 波动方程和量子力学概要

### 1.1 玻尔的经典量子论和氢原子模型

一切物质都是由原子组成的，因此了解原子的结构，是研究物质的出发点。在原子序数  $Z = 1$  的氢原子中，如图 1.1 所示，有一个电量为  $-e$ 、质量为  $9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$  的很轻的电子，在库仑力的作用下，围绕着电量为  $+e$  ( $1.602 \times 10^{-19}$  库仑)、质量为  $1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$  的较重的原子核（质子）旋转。为简单起见，设这种旋转运动是半径为  $r$ 、线速度为  $v$  的圆周运动，那么根据牛顿力学，离心力和库仑引力应该相互平衡，即

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1.1)$$

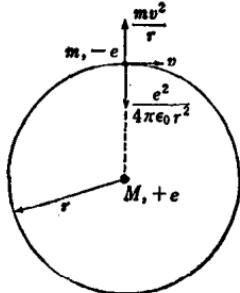


图 1.1 氢原子的结构

式中  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{F/m}$ , 为真空介电常数。按照经典电磁理论, 这样一个绕原子核旋转的电子应当象天线那样发射电磁波而逐渐失去能量, 最后落到原子核上。但是, 实际情形并非如此。为了解决经典物理学的这个矛盾, 在 1913 年玻尔根据普朗克的量子假说, 提出了他的被称为经典量子论的两个新的假说。这两个假说是:

(1) 量子化条件: 被原子束缚的电子只能够处在一系列特定的稳定轨道上(定态), 在这些轨道上旋转的电子不会向外发射电磁波。决定稳定轨道的量子化条件为

$$\oint p \cdot dq = nh \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1.2)$$

式中  $p$  为动量 ( $mv$ ),  $q$  为与动量同方向的位置坐标,  $h$  为普朗克常数 ( $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$ ),  $\oint$  为沿轨道一周的积分。决定这种稳定轨道的整数  $n$  称为量子数。

(2) 频率条件: 电子从能量为  $\epsilon_i$  的一个稳定轨道跃迁到能量为  $\epsilon_f$  的另一个稳定轨道时, 会发射或吸收其能量等于两个轨道能量差  $\epsilon_f - \epsilon_i$  的电磁波, 电磁波的频率  $\nu_{fi}$  由如下的频率条件决定:

$$\epsilon_f - \epsilon_i = h\nu_{fi}. \quad (1.3)$$

如果把玻尔的这两个条件应用于图 1.1 中氢原子中的电子, 则有

$$\oint p \cdot dq = \oint mv \cdot ds = mv \cdot 2\pi r = nh, \quad (1.4)$$

式中  $ds$  为圆周上的线元。当电子作圆周运动时,  $mv$  为常数。从式(1.1)和(1.4)消去  $v$ , 求得稳定轨道的半径  $r_n$  为

$$r_n = \frac{n^2 \epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m} = n^2 a_0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1.5)$$

式中  $r_n$  是一系列分立的数值, 也就是说, 轨道半径是量子化的。式中  $a_0 = \epsilon_0 h^2 / \pi e^2 m = 0.53 \text{\AA}$  是氢原子基态 ( $n = 1$ ) 的轨道半径, 称为玻尔半径。根据式(1.1)和(1.5), 便可以求出

在量子数为  $n$  的轨道上的电子的总能量为

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0r_n} \\ &= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0a_0} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{\varepsilon_H}{n^2},\end{aligned}\quad (1.6)$$

因此能量  $\varepsilon_n$  也是量子化的。式中  $\varepsilon_H = e^2/8\pi\varepsilon_0a_0 = 13.6\text{eV}$ , 它是氢原子的电离能, 即把基态电子电离成自由电子 ( $n \rightarrow \infty$ ) 所需要的能量。根据式(1.6)和(1.3), 电子从量子数为  $i$  的状态跃迁到量子数为  $j$  的状态所发射或吸收的光的频率  $\nu_{ij}$  为

$$\nu_{ij} = \frac{1}{h}(\varepsilon_i - \varepsilon_j) = \frac{\varepsilon_H}{h}\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2}\right).\quad (1.7)$$

式(1.7)能够定量地解释氢原子发射光谱的实验结果, 从而证明了玻尔经典量子论是正确的。

因为处于有心力场中的粒子通常作椭圆运动, 所以索末菲 (Sommerfeld) 把玻尔的电子沿圆周轨道运动的理论推广到椭圆运动。他得出氢原子的电子轨道应由三个量子数决定: 一个是决定电子总能量和椭圆轨道长轴长度的主要量子数  $n(1, 2, 3, \dots)$ ; 另一个是决定椭圆短轴长度的副量子数, 即角量子数  $l(0, 1, 2, \dots, n-1)$ ; 第三个是决定轨道平面方向的磁量子数  $m(-l, -l-1, \dots, l-1, l)$ 。后来乌伦贝克 (Uhlenbeck) 和哥德斯密脱 (Goudschmidt) 为了解释光谱线的精细结构, 又引入了第四个量子数, 即决定电子自旋状态的自旋量子数。自旋量子数只能取  $\pm \frac{1}{2}$  两个半整数值。

## 1.2 光和物质的粒子性和波动性

光是一种服从麦克斯韦方程的电磁波, 这一点可由光的干涉和衍射现象得到证明。另一方面, 当用光照射真空中的

金属时，会发生从金属中放出电子的外光电效应。而且，当光的频率低于某个值时这种效应就不再发生。为了解释这个现象，爱因斯坦提出了光量子理论。这个理论认为，频率为  $\nu$ 、波长为  $\lambda$  的光是由能量为  $\epsilon = h\nu$ 、动量为  $p = h/\lambda$  的粒子组成的，这种粒子称为光子，其存在几率与光波的电场强度  $E$  的平方成正比。

德布罗意又提出了物质粒子的波动学说。他认为，如果原来被认为是波的光具有粒子性，那么原来被认为是粒子的物质的基本粒子也应该具有波动性。与物质粒子相联系的波称为物质波，或称德布罗意波。物质波  $\psi$  的波长  $\lambda$  和频率  $\nu$  与粒子的能量  $\epsilon$  和动量  $p$  之间由德布罗意关系式

$$\epsilon = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (1.8)$$

联系起来。仿照光的情形，定义物质波  $\psi$  的振幅的平方为粒子在时刻  $t$  出现于点  $(x, y, z)$  的几率为

$$\rho(x, y, z, t) = |\Psi(x, y, z, t)|^2. \quad (1.9)$$

根据几率的定义，有

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z, t) dx dy dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz = 1, \end{aligned} \quad (1.10)$$

即波函数  $\psi$  服从式 (1.10) 的归一化条件，并且必须是处处有限的单值函数。因此，物质波  $\psi$  表示粒子的存在几率在空间的分布具有波动性，并导入了几率性作为自然的本质。因此，要同时决定粒子的位置  $x$  和动量  $p$  是不可能的。海森堡发现，在  $x$  和  $p$  的不确定量间具有下面的关系：

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h, \quad (1.11)$$

该式称为测不准原理。

### 1.3 薛定谔波动方程

1924 年，薛定谔提出了决定物质波波函数  $\psi$  的基本方程，建立了适用于微观世界的新的量子力学体系，以代替经典的牛顿力学。

在一维情况下，令时间为  $t$ ，利用式(1.8)的德布罗意关系，可得到波长为  $\lambda$ 、频率为  $\nu$  的物质波波函数  $\psi$  为

$$\begin{aligned}\psi(x, t) &= A \exp\left\{-2\pi i\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right\} \\ &= \phi(x) \exp\left(-\frac{2\pi i \epsilon}{\hbar} t\right),\end{aligned}\quad (1.12)$$

式中  $\phi(x) = A \exp(2\pi i x / \lambda)$  ( $i = \sqrt{-1}$ ,  $A$  为常数) 是波函数  $\psi$  的空间部分。决定  $\phi(x)$  的波动方程是

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \phi = 0,\quad (1.13)$$

只要把上面的  $\phi(x)$  代进去一看就知道了。

若粒子的质量为  $m$ ，速度为  $v$ ，动量为  $p$ ，势能为  $V(x)$ ，则粒子的总能量  $\epsilon$  为

$$\epsilon = \frac{1}{2} mv^2 + V(x).$$

从德布罗意关系式(1.8)，得

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2m(\epsilon - V)}}.\quad (1.14)$$

把式(1.14)代入波动方程(1.13)，则得

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \{\epsilon - V(x)\} \phi = 0.\quad (1.15)$$

式(1.15)称为一维定态薛定谔波动方程。推广到三维情形，设势能为  $V(x, y, z)$ ，则定态薛定谔方程为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} \{ \varepsilon - V(x, y, z) \} \phi = 0. \quad (1.16)$$

引入拉普拉斯算符  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  和  $\hbar = h/2\pi$ , 则式(1.16)可写成

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \phi + V(x, y, z) \phi &= \varepsilon \phi, \\ \hat{H} \phi &= \varepsilon \phi, \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

或

式中  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(x, y, z)$  称为量子力学的哈密顿算符. 它是将经典哈密顿函数  $H = \varepsilon = \frac{1}{2} mv^2 + V = \frac{p^2}{2m} + V$  作如下变换而得到的:

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y, z); (p_x, p_y, p_z) \rightarrow \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z} \right).$$

将定态薛定谔波动方程的两边乘上波函数的时间部分  $\exp\{-(2\pi i \varepsilon/L)t\}$ , 并利用式(1.12)和  $\varepsilon = i\hbar \cdot \partial/\partial t$ , 就可得到含时间的波函数  $\psi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) \exp\{-(i\varepsilon/\hbar)t\}$  的非定态薛定谔波动方程

$$\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (1.18)$$

在量子力学中, 对于给定的势能函数  $V(x, y, z)$ , 通过解薛定谔波动方程 (1.15)~(1.18) 求出波函数  $\psi$ , 就可根据式(1.9)的解释描述粒子的运动情况. 为了使定态薛定谔波动方程(1.17)在各处存在有限解  $\phi$  (称为本征函数), 能量  $\varepsilon$  必须取某些特定的值, 这些特定的值称为能量本征值. 当一个能量本征值只对应一个本征函数时(非简并时), 如果用  $\phi_i, \phi_j$  代表对应于不同能量本征值  $\varepsilon_i, \varepsilon_j$  的本征函数, 则可以证明

它们相互正交,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i^* \phi_j dx dy dz = 0. \quad (1.19)$$

下面,我们就以后要用到的几种情况,来求波动方程的解。

### (a) 一维自由电子

不受外力作用的质量为  $m$  的自由电子,其势能为常数,可以令  $V = 0$ . 所以根据式(1.17),这时的波动方程为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi}{dx^2} = \epsilon \phi.$$

这个方程的解,即自由电子的波函数为

$$\phi = A \exp(\pm ikx) = A \exp\left(\pm i \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (1.20)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ , 它是  $2\pi$  中所包含的德布罗意波波长数目,称为波数. 系数  $A$  是由归一化条件式 (1.10) 决定的归一化常数. 根据式(1.20)和波动方程,能量  $\epsilon$  为

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

和波数  $k$  的平方成正比. 在三维情况下,设  $r$  为位置矢量,  $k$  为波数矢量,则自由电子的波函数和能量为

$$\left. \begin{aligned} \phi &= A \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = \\ &A \exp\{i(k_x x + k_y y + k_z z)\}, \\ \epsilon &= \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2). \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

### (b) 谐振子

把质量为  $m$  的粒子用劲度系数为  $K$  的弹簧连到墙壁上,设粒子离开平衡点的位移为  $x$ , 则牛顿运动方程为