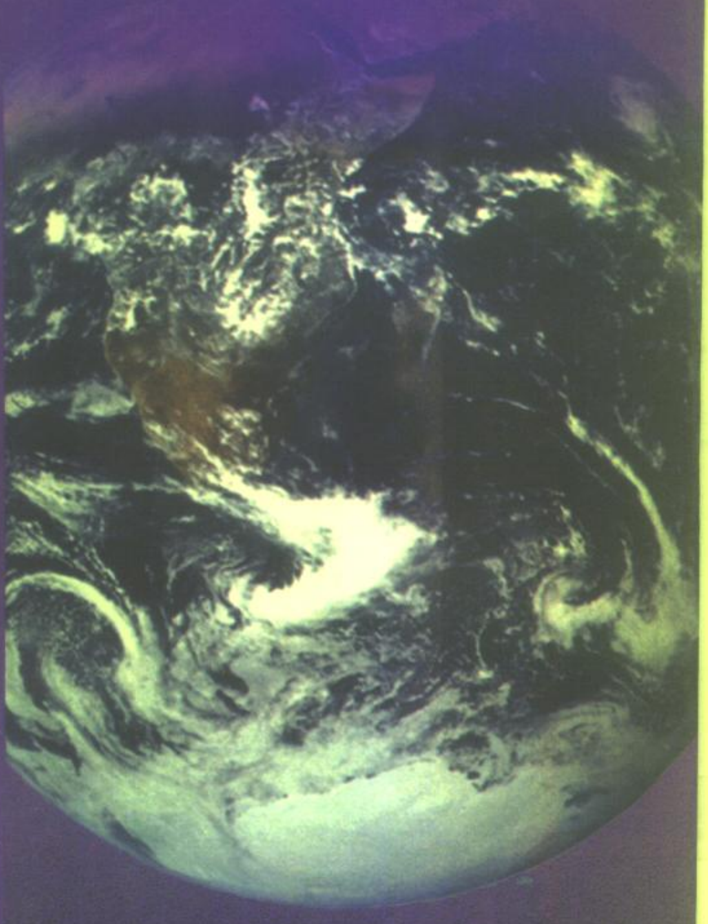
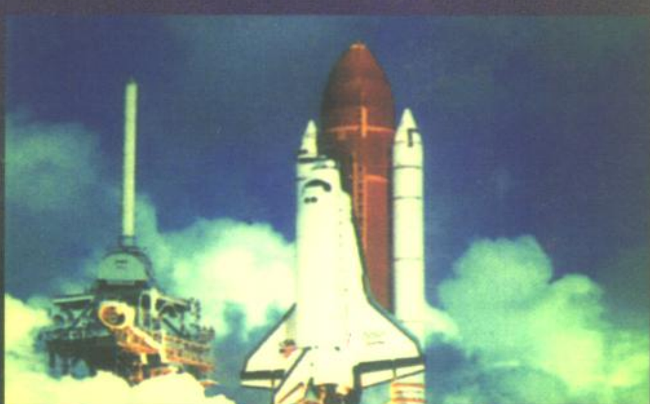
罗波 周晓林 编著

二十世纪重大科技谋略





四川人民出版社

二十世纪
重大科技谋略

罗波　周晓林　编著

四川人民出版社　1996·成都

川新登字 001 号

责任编辑:袁正平　王培宇
封面设计:黄　舫
技术设计:戴雨红
责任校对:伍登富

20 世纪重大科技谋略
罗　波　周晓林　编著

出　版:四川人民出版社
地　址:成都市盐道街 3 号　　邮　编:610012
经　销:四川人民出版社发行部
照　排:四川人民出版社华川电脑印务中心
印　刷:绵竹教育印刷厂

四川人民出版社发行部电话:(028)6660527　6666009

开　本:850×1168　1/32　印　张:10.875
字　数:210 千　　印　数:10000 册
版　次:1996 年 9 月第 1 版　印　次:1996 年 9 月第 1 次

ISBN7－220－03398－2/C·259
定价:13.80 元

目　　录

希尔伯特善提问
数学王国领风骚

1900年，第二届国际数学家大会在巴黎召开，德国数学家希尔伯特受邀在大会上发言。这是个崇高的荣誉，它在一定程度上确认了希尔伯特在数学界的领导地位。发什么言好呢？他曾经想到作一个为纯粹数学辩护的演讲，以冲淡由于第一届大会上法国数学家庞加莱过份强调应用数学而造成的某种不协调气氛，但他更强烈地感到，在世纪之初，“最有意义的题材莫过于展望未来，提出新世纪里数学所需解决的问题。”于是，他把演讲主题改为对新世纪数学发展方向的探讨。为了准备讲稿，希尔伯特足足花了半年多的时间。8月8日，这位38岁的演讲者以十分高昂的姿态作了数学史上著名的《数学问题》的报告。在报告中，他共提出了23个数学问题，后来统称为希尔伯特问题，它指出了未来数学的发展方向。围绕着这些问题的解决形成了许多新的数学分支，对20世纪的数学研究产生了

极其重大而深远的影响。

希尔伯特在学术生涯中迈出的第一步是彻底解决了数学上的果尔丹问题。

果尔丹问题的一般叙述为：是否存在一组基（即一组个数有限的不变量），使得其他所有的不变量（尽管它们的个数有无穷多）都能够用这组基的有理整式表示出来？一个更简捷的叙述是：任何给定次数的 n 元型的基（或有限完备系）的存在性。

1868 年，果尔丹曾经解决了二元型不变式有限基的存在性。当时他为此获得了一个“不变量之王”的雅称。在嗣后的 20 年间，果尔丹的结果虽得到各种推广，但要彻底解决问题还有很大的距离。

从撰写博士论文起，希尔伯特对不变量理论就已经熟悉，其中的果尔丹问题引起了他的极大兴趣。1888 年夏，在听了果尔丹本人的讲述后，他似乎体验到了一种前所未有的新境界。果尔丹问题唤起了他那丰富的想象力。他决定向果尔丹问题发起进攻。这是值得的，因为它具备一个重大而富有意义的数学问题应有的全部特点：清晰、易懂、困难、有意义。就在他告别果尔丹，途经哥廷根返回哥尼斯堡的时候，经过一个短时期的努力，他已经把果尔丹对二元型情况的证明大大地作了改进。虽只是一个前哨战，但已使人们惊叹不已。果尔丹用了大半生努力证明的问题，竟被希尔伯特在一两个月的时间里，用四页纸的另一个证明所代替，这怎能不令人振奋呢？就是希尔伯特自己也很欢欣鼓舞，他看到了攻克一般果尔丹问题的曙光。

1888 年 9 月 6 日，希尔伯特给哥廷根科学会会刊寄出一份不长的论文摘要，宣布任意元代数形式（型）的果尔丹问题已经彻底解决。这简直令人难以置信。前几天还使人不敢问津的世界难题，怎么一下子就解决了呢？但事实确实如此。就像玩“哥伦布鸡蛋”那样，希尔伯特改变了解决问题的思路，他不去循那条由果尔丹开辟的老路，一个一个地去构造有限基，而是证明有限基的存在，因为问题也只需要证明它存在就可以了。这样，希尔伯特证明的意义就不仅在于解决了问题，而且使人从昏睡的迷茫中惊醒——看到了一条证明存在性定理的崭新之路。

也有不少人反对希尔伯特的做法。果尔丹不用说，就连希尔伯特博士论文的导师林德曼也觉得他的证明方法“古怪”得“有害”。在寥寥无几的最早支持者中，克莱因宣称这个方法“非常简单，在逻辑上是不可抗拒的”。但两年后的情况就不同了，一些人慢慢地意识到数学之路毕竟不是唯一的，完全没有必要如此保守。果尔丹还特意写信给希尔伯特，向他表示敬意，称赞他的证明“完全正确”，并说如果不是这样，果尔丹问题也许根本就不可能解决。有意思的是，就在果尔丹承认存在性证明的时候，希尔伯特却一头扎进了构造性证明的思考之中。

比起存在性证明来，数学家的天性似乎更喜欢构造，因为它能给人以看得见摸得着的具体形象，而不是从矛盾中产生信念（如反证法）。1890 年以后，希尔伯特一直试图寻找一个构造性的方法来证明不变系基的有限性。1892 年，希尔伯特终于在由克罗内克所发展的导致构造的习用的标准方程式中，找到了解决问题的关键，拿出了一组完全整基。这

样，通过发展新概念和引入新方法，不仅由不变式生成的函数域理论的最主要目的已经达到，而且把克罗内克和戴德金所开创的代数学提高到了一个新的水平。

1893年，在美国芝加哥大学校庆之际，举行了“国际数学大会”。希尔伯特又向大会提交了一篇关于不变量理论的总结性论文。这个带有宣判性的总结，表明不变量理论由于希尔伯特的工作已经基本完成，作为一个单独的理论已经枯萎。尽管这个结论是冷色调的，但仍然鼓舞人心。文章同时表明希尔伯特已经开始向新的领域挺进。

代数数域论是希尔伯特挺进的第二个数学领地。这个领域是40多年前由狄里克雷对单元群的分析以及库曼、戴德金和克罗内克引入理想、除子等概念而打下基础的。希尔伯特在与胡尔维茨一起散步时，曾经讨论过代数数域问题，当时他们都感到库曼、戴德金等人的工作虽富有创造性，但论证方法太烦。所以在慕尼黑数学会年会之前，他先对由戴德金和克罗内克用不同方法证明过的代数数论基本定理——每一个理想可以唯一分解为素理想，给出了崭新的证明。文章一出笼，便受到高度评价。在慕尼黑会议上，数学家们一致认为，虽然希尔伯特在代数数域论方面还是新手，但他的能力表明，不久他将成为这个领域的开路先锋。会议公推希尔伯特和闵可夫斯基在两年内提交一篇关于数论的报告，透彻而又简明、清晰地介绍近半个世纪来数论的发展状况。

1895年，希尔伯特带着尚未完成的数论报告赴哥廷根任教。为了做好这项工作，一年多来希尔伯特详细地阅读了自高斯以来所有的数论著作。对一切已有的定理证明，都仔细地进行思考以分辨优劣，给予必要的修补、扩充和整理。

1896 年初，希尔伯特所承担的那部分——代数数论已接近尾声，但闵可夫斯基的那部分——有理数论还差得很远，经两人商量，决定希尔伯特的那部分先发表。

两年的功夫没有白费。希尔伯特又向数学界献上一份开创性的成果。在报告中，希尔伯特用统一的观点和一种新的形式，把以往的代数数论知识加以整理，归纳成一个体系，为仍在修建中的类域论大厦奠定了基础。报告以《代数数域理论》为题目在德国数学会 1896 年年刊上发表后，受到很高评价，被誉为是“一篇令人振奋的艺术佳作”，“数学文献宝库中一件真正的珍品”。有人甚至断言，在清晰性和推理的细致方面，没有一篇数学综述性论文能与之相媲美。报告还提出了许多重要的猜想，特别对类域论具有重大意义，在以后的二三十年间成为不少人集中研究的对象。如冯特万格勒、高木贞治、哈塞、阿廷、薛瓦莱等的许多成就都是围绕着证明这些猜想而取得的。

除了数论报告以外，希尔伯特在数论上取得的重大成就还有：1893 年给出 e 与 π 超越性的一个非常简捷的证明和 1909 年解决华林猜想。后一篇论文是希尔伯特最富有创造性的论文之一，它大大促进了数论在英国的发展。

在数论报告完成后的一段日子里，希尔伯特进行了对古典互反律的研究。他应用在准备数论报告时所积累的“既精湛又全面”的知识，以一种简明、优美的形式将高斯的二次互反律从复整数域推广到了代数数域，1898 年发表的《相对阿贝尔域理论》是他在这方面工作的顶点。

像 1893 年希尔伯特突然结束不变量理论的研究转向代数数域论一样，1898 年他再一次突然结束在代数数域论里

的工作，把研究的方向转到了几何基础上。这是希尔伯特科学活动中有别于他人的一大特点。他认为既然在这个领域里他的主要工作已经结束，该贡献的已经贡献，留下的细节那就应该由后人去完成了，只有这样，才能把精力投注于更重大的战役，作出新的开创性贡献。

尽管学生们对三年多来只谈数域的希尔伯特突然转向感到有些吃惊，但就他自己来说这种转变还是有思想基础的。早在 1891 年，希尔伯特在听了赫尔曼·维纳关于几何基础的讲演后，对改造欧几里得几何体系的设想就产生了兴趣。后来一个偶然的机会，听人介绍了德国数学家弗列德里希·舒尔的几何基础方面的工作，尤其是舒尔碰到的无法克服的困难，引起了他的注意。不久，他就开始了对几何基础的研究。

数学界在几何基础方面的工作是从对欧几里得几何定义和公理的批判开始的。从古希腊亚历山大时期的帕普斯、普罗克拉斯起就不断有人提到欧几里得《原理》中，诸如定义含糊其辞，随便使用重合法证明；偷偷地使用假定以及证明中的错误等等。然而，在 19 世纪 70 年代之前，所有的这类批判都没有引起重视，流传也不广。

19 世纪下半叶出现的非欧几何运动，使人们的几何观发生了根本变革。人们认识到几何是人为的结构，它虽与物理空间有关，但未必就是它的确切的理想化。非欧几何创始者们处理平行公理的方法，也促使了数学中相容性或无矛盾性概念的萌发。这就为消除欧氏几何逻辑缺陷，进行几何基础大改造奠定了思想基础。

第一个改革者是德国数学家莫里茨·巴士，他在 1882 年

出版的《新几何学讲义》中，将几何学归结为纯粹的逻辑关系，以此来避免对那些以直觉为基础的假设的不自觉依赖。对于公理，巴士认为公理决不是不证自明的真理，而只是几何定理的一些假定；他还揭示出次序公理，为射影几何方法上的明晰性构造了演绎系统。此后，意大利的一批数学家对射影几何基础做了大量重要工作。皮亚诺、皮埃里、伏隆耐斯分别在严格的公理基础上讨论了射影几何学原理，还给出了欧几里得几何的公理集。

然而，在欧几里得的所有公理系统中，希尔伯特的概念最准确，陈述最简练，方法最接近于欧几里得，他给出的公理集最受人们欢迎。

1899 年，希尔伯特又一部经典著作《几何基础》完成。希尔伯特指出："这是一部批判性地探究几何原理的著作……其中，对几何学的探究试图回答这样的问题：什么样的公理、假定或手段在证明初等几何真理时是必需的。"《几何基础》为人们展示了一个证明公理系统的无矛盾性和独立性的方法，同时也教给人们如何去公理化以及用公理系统去做什么。

与意大利人采取的在形式上完全偏离欧几里得的那种纯粹抽象的符号化倾向不同，希尔伯特力图保持欧几里得几何的形式和内容：三类无定义元素——点、线、面以及它们之间的关联关系、顺序关系、线段和角的合同关系。然后给这些形式和内容赋予新的意义。就如希尔伯特所说，几何中点、线、面的定义，在数学上其实并不重要。它们成为讨论的中心，仅仅是由于它们同所选择的诸公理的关系。换句话说，不论是称它们为点、线、面，还是桌子、椅子、啤酒

杯，它们都能成为这样一种对象：对它们而言，公理所表述的关系都成立。在这一含义下，公理当然不是不证自明的真理，而仅仅是人为的一种选择。由公理推得的定理的意义也完全取决于人为的解释。在《几何基础》里，希尔伯特提出了一个由五组公理（关联公理、顺序公理、叠合公理、平行公理、连续公理）所组成的既完备又相容的公理集。运用这个公理集，他很容易地就证明了欧几里得几何中的全部定理。

希尔伯特详细地讨论了公理之间的关系，公理的相容性、完备性和公理组之间的无关性。他采用建立代数模型方法证明了公理的相容性。由于希尔伯特选择的公理组互相独立，所以即使是按照自然方式划分公理系统而成的公理组，依然能够组成几何学，并可发现其究竟能展开到何种程度。例如，仅采用希尔伯特的前四个公理组，即放弃连续公理（或称阿基米德公理），便可以得出所谓非阿基米德几何。这种几何具有许多奇妙的性质，如存在这样两条线段，其中一条的任何整数倍都不超过另外一条线段。如果放弃平行公理，用罗巴切夫斯基——波耶公理代替，而其余公理保持不变，那么就可以得到双曲型非欧几何。同样，经过适当的调整也可以建立单重的或双重的椭圆几何。这个事实清楚地表明欧氏几何与非欧几何在真理面前的平等性，对于确立非欧几何的坚实的地位具有不容忽视的影响。

《几何基础》一出版，就成了最畅销的数学书，它重新激起人们对几何基础研究的热潮。许多人采用不同的不定义元素集或公理的各种变种建立起相应的几何体系。这不仅有力地推动了几何学的发展，而且促进了 20 世纪数学公理化

运动的形成。希尔伯特自己则成了数学基础中现代公理化方法的奠基人。

1900 年以后的三四十年间，希尔伯特连续不断地在数学基础方面进行着积极的工作，其中主要包括：直到 1930 年的 7 个版本的《几何基础》；1904 年在海德堡国际数学家大会上的讲演——《论逻辑及算术的基础》；1928 年在意大利波洛那国际数学家大会上的讲演——《数学基础问题》；1934 年、1939 年出版的《数学基础》以及在此之前的许多这方面的论文。这些都体现了希尔伯特的形式主义主张和为坚持这个主张所作的顽强努力。希尔伯特认为，无论是数学的公理系统还是逻辑的公理系统，其中基本概念都是没有意义的，其公理也只是一行行的符号，无所谓真假，只要能够证明该公理是相容的，互不矛盾，该公理系统便获得承认，它便代表一种真理。

希尔伯特几乎是马不停蹄地从一个领域转向另一个领域。1899 年夏，就在《几何基础》出版不久，他又把思想航标转向了狄里克雷原理。

这是半个多世纪以前的老问题了。当时，高斯、狄里克雷、黎曼等老哥廷根数学家曾注意到这样一个事实：拉普拉斯方程的边值问题总存在着一个解。高斯甚至发现这个解就是使得某个二重积分达到极小的函数。直观上的可信性，使黎曼相信这个函数一定存在。1851 年，黎曼在他的博士论文中明确地提出了这个思想。由于黎曼的思想来自于他老师狄里克雷的启发，所以黎曼把它冠以狄里克雷的名字。后来，黎曼在复变函数论中利用狄里克雷原理导出许多重要结果。然而，结论的广泛应用性，并不能代替它在数学上的正

确性。数学上的正确性需要逻辑保证，需经证明来确立。就在人们寻求狄里克雷原理的逻辑保证的时候，1870年外尔斯托拉斯却通过反例宣判了狄里克雷原理的死刑。

这是数学史上最令人扫兴的事例之一。当希尔伯特开始注意狄里克雷原理时，数学家们已开始对它心灰意冷。希尔伯特却丝毫不悲观，他从原理的广泛可应用性和诱人的简明性中看到了内在真实性，他相信狄里克雷原理是可以挽救的。希尔伯特向德国数学会提交了“狄里克雷原理复活的尝试”的论文。他在文章中指出，只要对曲线和边界值的性质加以某些限制，就可以消除外尔斯托拉斯的质疑，使黎曼的理论恢复它原有的简明和优美。1904年，希尔伯特再次给出了一个证明。

希尔伯特的妙手回春使人惊讶不已，人们看到了一位站在新世纪起跑线上的带头人。毫无疑问，数学需要这样的无畏探索者，数学界需要这样挺进不止的领袖。

在召开巴黎数学家大会的那年冬天，希尔伯特又迷上了积分方程。他清楚地意识到，积分方程对于定积分理论、任意函数的级数展开、线性微分方程论、位势理论和变分法都具有重要意义。在此之前，希尔伯特已着手对变分法研究。他感到积分方程的工作比他在变分法方面的工作更接近于他所追求的目标——从方法论的角度达到处理分析数学问题的统一途径，因此他毫不犹豫地放弃了原来的计划，以更大的热情投入到积分方程之中。

从1904年到1910年，希尔伯特先后在《哥廷根自然科学皇家学会报告》发表了6篇积分方程的论文。1912年，他出版《线性积分方程一般理论的原理》一书。这些成果给

整个分析数学带来了可观的变化：泛函分析随着希尔伯特空间的建立而诞生；希尔伯特的算子谱理论创立。由于希尔伯特在研究积分方程中取得的成就，使得围绕着他的年轻数学家形成了一个颇有影响的学术派别；积分方程也成了当时最时髦的数学分支，以致在相当长的一段时间内，亦形成世界性的研究热潮。

德国《自然》杂志在评价希尔伯特时，曾这样说，在 20 世纪难得有一位数学家的工作不是以某种途径源于希尔伯特的。这种评价是有一定道理的。希尔伯特是本世纪上半叶德国乃至全世界最伟大的数学家，是现代数学的主要开拓者。他的着眼点不在于固守某一领域取得的成就，或充实、完善自己建立的理论，而在于不断开辟新的领域，作出创造性的贡献。因此，在他横跨两个世纪的 60 年研究生涯中，几乎遍及了现代数学所有的前沿阵地，从而把他的思想深深地渗透进整个现代数学之中。

1910 年前后，希尔伯特甚至对物理学产生了浓厚的兴趣。他认为仅仅由物理学家来搞物理是太困难了，而数学家要在这一领域作出贡献也必须有物理学家的指点。于是，他找来了老朋友、物理学家索末菲给他介绍物理学新成果，又请索末菲的学生当他的助手。他先后在气体分子运动论、辐射体公理化以及相对论方面取得了成就。他甚至还比爱因斯坦早五天提出“广义相对论”，然而在他与爱因斯坦之间并没有难堪的优先权争议。希尔伯特认为广义相对论的思想应属于爱因斯坦。因为后者的表达形式比他合理和令人信服。在 1915 年颁发第三次波耶奖时他还主动推荐了爱因斯坦，“因为在他的一切成就中体现了高度的数学精神”。