

计算机应用中的控制理论

李训经 沈莱祥 陈有根 编著

大学数学丛书



复旦大学出版社

大学数学丛书

计算机应用中的控制理论

李训经 孙莱祥 陈有根
编 著

复旦大学出版社

计算机应用中的控制理论

李训经 孙莱祥 陈有根 编著

复旦大学出版社出版

(上海国权路 579 号)

新华书店上海发行所发行 江苏如东印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 7.75 字数 177,000

1987年3月第1版 1988年3月第1次印刷

印数 1—8,000

ISBN7—309—00134—6/O·039

定价: 1.30元

内 容 简 介

本书从计算机技术的应用角度论述了确定性控制系统的基本理论,并着重介绍了根据计算机控制的目的来设计控制规律的方法。全书包括:受控系统的数学描述,计算机控制方案的设计,计算机控制系统的能控性、能观性,线性调节器的设计原理,最优线性调节器等内容。此外,书中还介绍了一些应用的实例。

本书可供从事各种生产过程自动化、工程控制和现代控制理论研究的技术人员阅读,也可用作高等院校有关专业的教材或教学参考书。

本书已列为全国自学考试控制理论课的主要参考书。

2P76/12

序 言

当前,新技术革命的浪潮正在兴起。自动控制科学和自动控制技术,由于计算机技术、宇航技术和智能机器人的发展,正在广泛地应用于人类生活的各个领域。控制论、信息论、系统论等新兴学科的重要性越来越为人们所认识。

控制论是本世纪四十年代出现的一门新型学科。它是在自动控制、通信技术和神经生理学、数学等学科相互渗透、高度综合的基础上形成的。Wiener (维纳)的《控制论》一书于1948年出版,它标志着控制论这一学科诞生了。1954年,出版了钱学森撰著的《工程控制论》一书。五十年代末出现了以 Bellman (贝尔曼)的动态规划和 Понтрягин (庞特里雅金)的最大值原理为标志的最优控制理论。六十年代初,Kalman (卡尔曼)提出了控制系统的能控性、能观性的概念和递推滤波理论。从此,控制理论得到了飞速的发展。为区别于原有的关于自动调节的理论,人们把它称之为现代控制理论。

计算机技术的发展推动着自动控制技术在生产的管理和控制中的应用。作为自动控制技术的理论基础——控制论已日益受到人们的广泛重视。现代控制理论,特别是线性系统理论,已相当成熟,在这方面也出版了不少书籍。但是,在国内应用现代控制理论解决生产中控制问题的成功实例还不很多,结合计算机技术的应用讲述控制理论基础的书更不多见。我们曾从事过计算机在生产过程控制方面的应用工作,深感有必要结合计算

机应用来讲述控制理论，以适应现代化生产的需要。我们也曾在石油化工系统、宝山钢铁总厂培训班中讲述过部分内容，后来又在复旦大学数学系讲授过控制理论基础。现在，根据多次讲授的体会，并结合新技术革命形势的需要，我们编写了这本书。考虑到能为广大读者特别是工程技术人员所接受，我们略去了有些复杂的证明。

本书以李训经编写的《现代控制理论基础》讲义为基础，由孙莱祥、陈有根改写。陈有根编写第一、二章，孙莱祥编写第三、四、五章，李训经最后定稿。

计算机应用中的控制理论可以涉及到多方面内容，本书则重点叙述根据计算机控制的目的来设计控制的规律。

由于水平所限，书中难免有不妥之处，还望读者批评指正。

编 者

一九八六年七月

目 录

序言

1 受控系统的数学描述	1
§1 状态空间分析方法	1
附录 e^{At} 的定义和算法	16
§2 传递函数与传递矩阵	18
§3 离散控制系统的差分方程	29
§4 z -传递矩阵	46
§5 受控系统方程的参数辨识	53
习题	58
2 计算机控制方案的设计	64
§1 计算机控制系统概述	65
§2 直接数字控制	70
§3 矽钢片热处理过程控制方案的设计	76
§4 前馈控制方案设计	82
§5 静态解耦控制方案设计	92
3 计算机控制系统的能控性和能观性	98
§1 能控性和能观性	98
§2 线性离散控制系统的构造	114
§3 实现问题	125
§4 离散化对能控性的影响	137
习题	145
4 线性调节器的设计原理	148

§1 稳定性	149
§2 极点配置	158
§3 状态渐近估计器——观测器	173
§4 解耦控制	182
习题	190
5 最优线性调节器	193
§1 最优调节器的构成	194
§2 Riccati 方程的求解	207
§3 跟踪问题的调节器设计	210
§4 干扰影响和前馈控制	220
§5 计算机控制中的跟踪问题	224
§6 最优解耦控制的构成	230
习题	233
参考文献	236

1. 受控系统的数学描述

现代自动化生产的重要标志之一，是计算机技术广泛应用于生产的管理和控制。充分发挥计算机对生产管理和控制的功能，有必要建立受控对象的数学模型，即列写受控对象的数学方程。并且，根据受控对象的数学模型和控制理论的原理，设计控制规律和应用软件。在具有必要的计算机和自动化仪表等技术设备以后，建立受控系统的数学模型已成为计算机技术应用的首要任务。数学模型和控制规律的优劣决定了计算机技术的应用水平。

描述受控系统的数学模型，在控制理论中有两种方法。一种是古典控制理论使用的传递函数(或传递矩阵)；另一种是现代控制理论使用的状态空间法。对于单输入单输出的线性定常系统，两种方法是一致的。本章首先介绍用来描述受控系统的数学方程(微分方程或差分方程)，这又称为状态空间法；然后讲述线性定常系统的传递矩阵，即频率域方法；还要论述在计算机应用时描述受控系统的差分方程方法，和决定受控对象数学模型中参数的最小二乘法及其递推算法，即所谓系统参数的辨识。

§ 1 状态空间分析方法

在自动控制系统中，最重要的是它的工作对象，即受控对

象,它是由工艺生产设备决定的。

对一个受控对象来说,需要控制(或调节)的参数,称为输出参数(被控制量)。引起被控制量变化的因素是外界干扰和控制作用,我们称之为受控对象的输入参数(输入量)。输入参数的变化是输出参数变化的外因,而对象所固有的特性,则是输出参数按其内在规律变化的内因,外因必须通过内因起作用。

本节结合具体的例子,说明在一个控制系统中,如何根据物理规律,运用数学方法,列写受控对象的数学方程。由于受控对象一般都是比较复杂的,因此为便于数学处理,在描述时,往往要抓住主要矛盾,忽略次要因素,以进行简化。最后还需把数学方法得到的结果放到控制系统的实践中去,检验能否达到预期的效果。

一、对象方程的列写

图 1.1 是工厂常见的液位控制系统,例如一般的中间液料

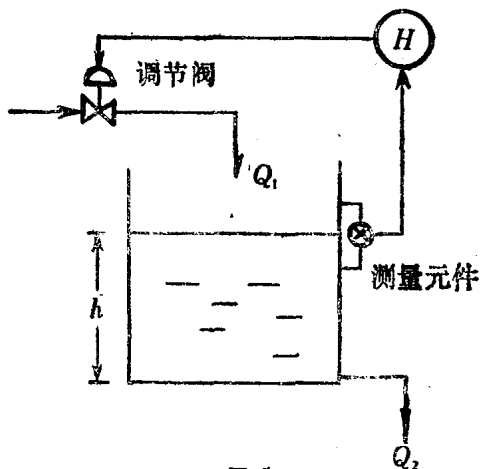


图 1.1

贮槽就是这种类型。工艺要求贮槽的液面保持在 h_0 ，当液面低于 h_0 时，开大调节阀，增加向槽内的进液量，而当液面高于 h_0 时，又要关小调节阀，减小向槽内的进液量。

为了对贮槽的液位进行控制，应当弄清有关的数量关系。该液位控制系统应包括以下几个内容：

(1) 测量贮槽的液位 h ，并与给定的液位 h_0 比较，得到偏差 $h_0 - h$ ；

(2) 把偏差送到调节器 H 中进行运算；

(3) 调节器的输出将改变阀门的开度，当液位高于给定值时，就去关小阀门，使进液减小，降低液面；反之，当液位低于给定值时，就开大阀门，增加进液，提高液位。我们可以把这一控制系统，用图 1.2 中的方块图表示。

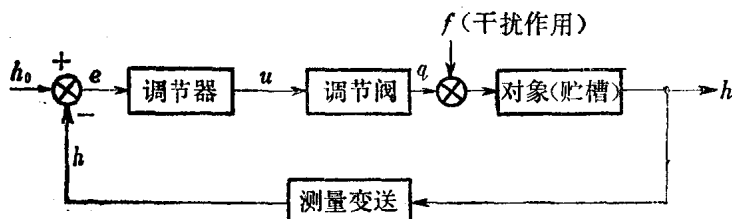


图 1.2

图中我们以记号“ $\otimes$ ”表示加法器，它的输入是 h_0 和 h ，记号 $\otimes$ 旁边的正、负号表示经过加法器的输出 e 是 h_0 减去 h ，即

$$e = h_0 - h. \quad (1)$$

调节器的输入是 e ，输出为 u ；调节器的输出 u 又是调节阀的输入，而调节阀的输出为 q ，它影响着液位这个被调参数。影响液位的还有种种外来的因素 f （干扰作用），它和 q 的迭加 $q + f$ 作为受控对象的输入，受控对象的输出为液位的高度 h ，经过测量变送，并与给定液位 h_0 比较，得到偏差 e 。这种根据偏差进行控

制的方法,称为反馈控制。

我们首先来列写贮槽液位的方程。设贮液由泵连续打入贮槽中,单位时间进入贮槽的量是 Q_1 , 从贮槽底部流出的量是 Q_2 , 那末单位时间内贮槽中液体的增加量为 $Q_1 - Q_2$, 若记 V 为贮槽中液体的贮存量, 那末贮存量的变化率 dV/dt 应当等于 $Q_1 - Q_2$, 即

$$\frac{dV}{dt} = Q_1 - Q_2. \quad (2)$$

又设贮槽的截面积为 S , 液位的高度为 h , 那末在 Δt 时间内贮槽中液体的改变量为

$$\Delta V = V(t + \Delta t) - V(t),$$

它与液位 h 的改变量 Δh 之间的关系是

$$\Delta V = S \Delta h, \quad (3)$$

于是,我们有关系式

$$\frac{V(t + \Delta t) - V(t)}{\Delta t} = \frac{S \Delta h}{\Delta t}.$$

当 Δt 趋于 0 时,就得到等式

$$\frac{dV}{dt} = S \frac{dh}{dt}. \quad (4)$$

比较(4)和(2)式就可以得

$$S \frac{dh}{dt} = Q_1 - Q_2. \quad (5)$$

这里 Q_1 可以根据泵的效率来决定, Q_2 随着液位 h 的高低而变化。

设流出管道的截面积为 F , 那末

$$Q_2 = \mu F \sqrt{2gh}, \quad (6)$$

这里 g 是重力加速度; μ 是损耗系数, 满足不等式 $0 < \mu \leq 1$, 它

的数值由管道的具体结构来决定,表示液体流过管道时由于摩擦阻力等因素而产生的流量损耗情况,当 $\mu=1$ 时表示流量没有损耗。

把(6)代入(5)就可以得

$$S \frac{dh}{dt} = Q_1 - \mu F \sqrt{2gh}。 \quad (7)$$

方程(7)中不仅有液位 h 本身,而且有液位 h 对时间 t 的导数,因而是一个微分方程。这里出现的未知函数 h 的导数是一阶的,故称它是一阶微分方程。

在定值自动控制系统中,一般不是讨论原始变量的方程,而是讨论增量的方程。为此,我们先讨论贮槽液位恒稳时的方程。这时,进入贮槽的流量 Q_1^0 和流出贮槽的流量 Q_2^0 应当相等,即

$$Q_1^0 = Q_2^0。 \quad (8)$$

又根据(6)知,在恒稳时

$$Q_2^0 = \mu F \sqrt{2gh_0}。$$

这里我们假定 h_0 是恒稳时的液面高度,这时液体流出管道的面积是不变的。把上式代入(8)就可以得

$$Q_1^0 - \mu F \sqrt{2gh_0} = 0 \quad (9)$$

方程(9)称为液位对象的静态方程。它表明,如果进入贮槽的流量是恒稳的且等于 $\mu F \sqrt{2gh_0}$,那么贮槽的液位将不发生变化。

应当指出,自动控制系统处于静态是指控制作用(调节作用)不进行,并不是贮槽中液料静止不动,而是贮槽中液料处于动态平衡的状态,即单位时间内流出量等于流入量。我们知道,变化和运动是绝对的,静止是相对的,因此我们说控制作用不进行也不是绝对的,而是说由于干扰较少,控制作用也较小而已。

既然自动控制系统是研究被控制量偏离静态值的控制过程,那末把增量方程列写出来对讨论问题是方便的。为此,我们记

$$h - h_0 = \Delta h, \quad Q_1 - Q_1^0 = \Delta Q_1, \quad (10)$$

把它代入(7)就有

$$S \frac{d(h_0 + \Delta h)}{dt} = Q_1^0 + \Delta Q_1 - \mu F \sqrt{2g(h_0 + \Delta h)}. \quad (11)$$

把(9)代入上式就得

$$S \frac{d(\Delta h)}{dt} = \Delta Q_1 - \mu F \sqrt{2g(h_0 + \Delta h)} + \mu F \sqrt{2gh_0}. \quad (12)$$

方程(12)是关于液位 h 的增量 Δh 所适合的微分方程,它是关于 Δh 的非线性微分方程。为简化问题,常常要将非线性方程线性化,以线性微分方程代替非线性微分方程。这是因为,线性方程求解起来一般较为容易些,线性化得到的结果,在一定程度上也能反映原来问题的某些性质,所以线性化方法在许多问题的分析中是经常运用的。

现在我们利用差商逼近导数的方法来线性化。因为当 $h - h_0 = \Delta h$ 充分小时,

$$\frac{f(h) - f(h_0)}{h - h_0} \approx f'(h_0),$$

在这里, $f(h) = \sqrt{2gh}$, 由函数求导法则,有

$$f'(h) = \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{h}},$$

所以

$$f'(h_0) = \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{h_0}}.$$

因此

$$\frac{\sqrt{2g(h_0 + \Delta h)} - \sqrt{2gh_0}}{\Delta h} \approx \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{h_0}},$$

或

$$\sqrt{2g(h_0 + \Delta h)} - \sqrt{2gh_0} \approx \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{h_0}} \Delta h_0. \quad (13)$$

将(13)代入(12),得

$$S \frac{d(\Delta h)}{dt} = \Delta Q_1 - \mu F \frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{h_0}} \Delta h_0. \quad (14)$$

该方程是关于 Δh 的一阶线性微分方程,也是非线性方程(12)的线性化方程。它描述了以 ΔQ_1 作为控制作用时,液面高度的变化 Δh 和 ΔQ_1 之间的关系。

为方便起见,可将(14)改写为

$$\frac{S\sqrt{2h_0}}{\mu F\sqrt{g}} \cdot \frac{d(\Delta h)}{dt} + \Delta h = \frac{\Delta Q_1 \sqrt{2h_0}}{\mu F\sqrt{g}}.$$

记

$$\frac{\sqrt{2h_0}}{\mu F\sqrt{g}} = K, S \cdot K = T, \Delta h = x(t), \Delta Q_1 = u(t),$$

则

$$T \frac{dx}{dt} + x = K \cdot u(t). \quad (15)$$

(15)中 T 和 K 都是常数, T 称为对象的时间常数, K 是对象的静态放大倍数。

为了说明问题,我们来看一下当 $u(t)$ 为单位阶跃输入

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

时系统状态 x (也是输出变量)的变化情况。根据微分方程理论,若 $x(0)=0$, 那末

$$x(t) = K(1 - e^{-t/T}).$$

这就是说,当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $x(t) \rightarrow K$, 即 $x(t)$ 最终趋于常数 K , 它正是输入 $u=1$ 的 K 倍, 所以,我们称 K 是该对象的静态放大

倍数。而当 $t=T$ 时

$$x(T) = (1 - e^{-1})K \approx 0.632K$$

这就是说, 当 $t=T$ 时 x 已达到终值状态 K 的 0.632 倍。因此, T 表示对象输出趋于终值 K 的快慢, 这也是称 T 为对象的时间常数的原因。

例 1 阻容电路

由电阻 R 、电容 C 和电源 E 串联而成的线性电路如图 1.3 所示。当考虑电容两端的电势降 $x(t)$ 时, 此电路即称为阻容电路。

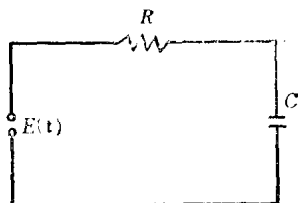


图 1.3

设电路中的电流强度为 $i(t)$, 根据基尔霍夫定律, 电源电势 $E(t)$ 等于电路中电势降的和, 即

$$Ri + \frac{1}{C} \int idt = E(t). \quad (16)$$

电容 C 的电势降 x 为

$$x = \frac{1}{C} \int idt,$$

所以

$$i = C \frac{dx}{dt}.$$

代入(16)式得到

$$RC \frac{dx}{dt} + x = E(t). \quad (17)$$

这就是阻容电路的微分方程，它与贮槽液位的方程(15)是一致的。 $T=RC$ 为这电路的时间常数。方程(17)满足初值条件

$$x(0) = 0 \quad (18)$$

的解(即设开始时电容两端的电势为 0)可利用下法求出：

用 $e^{t/T}$ 乘(17)的两端，得到

$$\frac{d}{dt} (Te^{t/T}x) = Te^{t/T} \frac{dx}{dt} + e^{t/T}x = e^{t/T}E(t).$$

从 0 到 t 积分上式两端可得

$$Te^{t/T}x = \int_0^t e^{s/T}E(s)ds,$$

从而

$$x = \frac{1}{T} \int_0^t e^{-(t-s)/T} E(s) ds \quad (19)$$

是方程(17)满足条件(18)的解。

特别地，当 $E(t) \equiv E_0$ 时，有

$$x = E_0(1 - e^{-t/T}). \quad (20)$$

由表达式(20)可以看出，当 $t \rightarrow +\infty$ 时电容两端的电势最终趋于电源的电动势 E_0 。从方程

$$x + T \frac{dx}{dt} = E_0$$

可知，如果 x 自 t_0 开始以恒速 $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0}$ 增长，那末经时间 T 后

达到最终的稳态值 E_0 ，这也就是我们称 $T=RC$ 为阻容电路的时间常数的原因。当 $RC \gg 1$ 时，该电路称为积分电路。