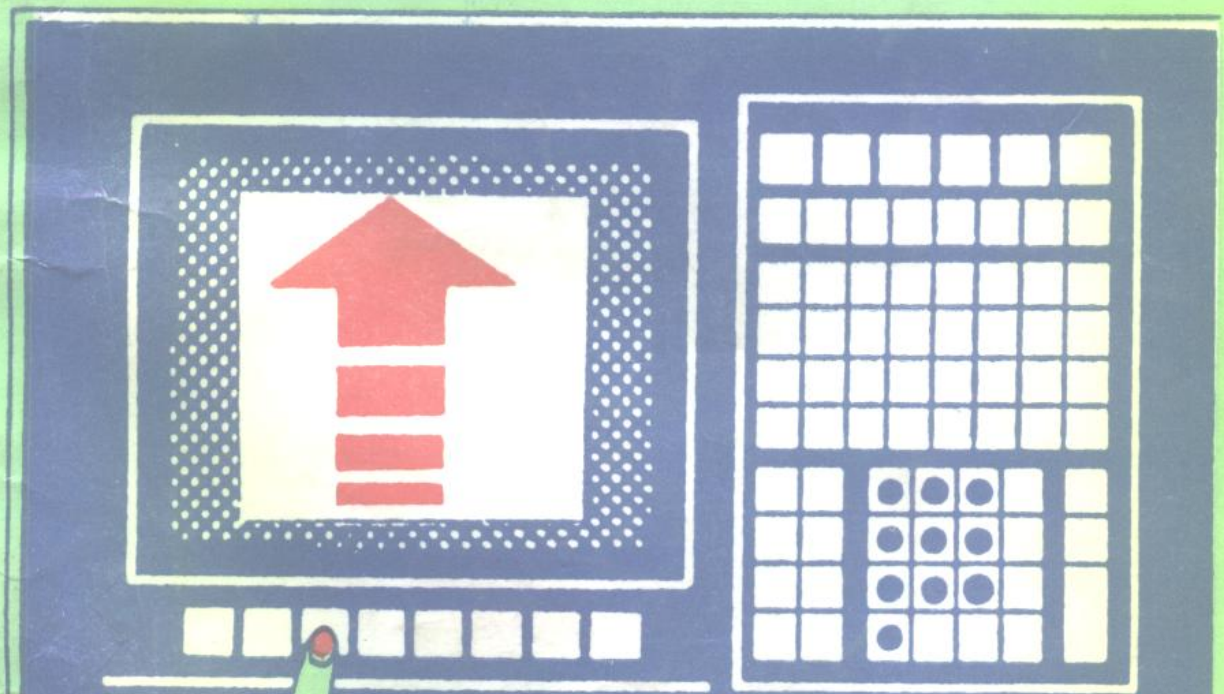
高等学校
工科电子类 规划教材

# 信号与系统

王仁明



北京理工大学出版社

# 信号与系统

王仁明

北京理工大学出版社

(京)新登字 149 号

## 内 容 简 介

本书系统地论述了信号与系统的基本概念、理论与分析方法。内容包括信号与系统的时域分析、频域分析、复频域分析以及 Z 域分析。书中特别注意信号分析与系统分析方法，连续情况与离散情况、时域处理与变换域处理。各部分，各种方法均配有适当的例题与习题，以引导学以致用，分析和解决具体问题。

本书可作为高等院校工科电子类电子技术应用专业教材，也可供有关技术人员参考。

信 号 与 系 统
王 仁 明
*
北京理工大学出版社出版发行
各地新华书店经售
北京地质印刷厂印刷
*
787×1092 毫米　16 开　13.25 印张　318 千字
1994 年 10 月第一版　1994 年 10 月第一次印刷
ISBN 7－81013－958－4/TN・53
印数：1－2500 册　　　定价：12.60 元

# 前　言

本教材系按电子工业部工科电子类专业教材 1991～1995 年编审出版规划，由应用电子技术教材编审委员会教材编审小组征稿审定并推荐出版。责任编委为丁钟琦教授。

本教材根据深圳大学电子工程系家电专业(大专)和电子技术应用专业 1990 年教学计划编写，根据电子工业部应用电子技术教材编审委员会关于《信号与系统》编写大纲要求修改成书。

本教材系统地讨论了电压电流信号的时域和频域特性及其联系。从而有可能较好地理解工程中常遇到的所谓波形失真、频带宽度、寄生振荡、频谱搬移与交错技术等；了解信号如何携带信息，如何与其他信号相互作用；以及电路系统对信号的传输和处理作用。本书重在信号与系统的基本概念和基本分析方法的叙述，去掉了繁琐的数学分析，企图达到“学以致用”的目的。

本课程教学参考学时为 54 学时。各章学时分配建议如下：

| | | | |
|---|---|---|---|
| 第一章 | 5 学时 | 第二章 | 8 学时 |
| 第三章 | 6 学时 | 第四章 | 8 学时 |
| 第五章 | 12 学时 | 第六章 | 6 学时 |
| 第七章 | 7 学时 | 机　动 | 2 学时 |

本教材由华南理工大学叶梧教授担任主审。参加审阅工作的还有海南大学高丽老师和桂林电子工程学院王应身老师，他们都为本书提出了许多宝贵意见，罗镇承同志为本书作了大量工作。这里一并表示诚挚的感谢。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

**编者　1993 年 7 月**

于深圳大学电子工程系

# 目　录

# 第一章 信号与系统

## §1—1 信号的概念

信号对于每一个人其实都不陌生，因为人们每时每刻都在与信号打交道。时钟铃声、汽车喇叭声等是声信号，十字路口红绿灯亮光是光信号，收音机天线从空中接收到的电磁波等是电信号。所有这些声、光、电信号，它们的物理表象是很不相同的。但是，它们之间存在一个共同点，这就是它们都包含有一定的意义，这些意义，统称之为信息。换句话说，信号都携带着一定的信息。

自古以来，人类在寻求各种方法将信息具体化为信号，以实现信息的传输、记忆处理转化与留传。19 世纪初，人类开始研究将信息具体化为电信号。1837 年，莫尔斯(F・B・Morse)发明了电报。他用点、划、空三者适当组合成的代码以表示字母和数字，这就是莫尔斯电码。1876 年，贝尔(A・G・Bell)发明了电话，直接把语音信号转变成电信号沿导线传送。上世纪末，赫兹(H・Hertz)、波波夫(A・S・Popv)、马可尼(G・Marconi)等人研究用电磁波传送无线电信号。1901 年，马可尼成功地实现了横跨大西洋的长距离无线电通信。现在，电话、电报、无线电广播、电视等电信号通信已成了人们日常生活不可缺少的内容。人类不仅实现了遍绕地球的全球电信号通信，而且实现了太阳系范围的电信号通信。

本课程将只讨论应用广泛的电信号。它通常是随时间变化的电压或电流，在某些情况下，也可以是电荷或磁通。由于信号随时间而变化，在数学上可以用一个时间 $t$ 的函数 $f(t)$ 来表示。因此，“信号”与“函数”两个名词常常通用。

### (一) 信号的特性

信号的特性可以从两个方面来描述，这就是信号的时间特性和频率特性。例如某信号 $f(t)=\cos\omega t$，是时间 $t$ 的函数，它具有一定的波形，因而表现出一定的时间特性，如出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小以及随时间变化的快慢等。另一方面，任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量，即具有一定的频率成份，因而表现出一定的频率特性，如各频率分量的相对大小，主要频率分量占有的范围等。

信号的形式所以不同，就因为它们各自有不同的时间特性和频率特性。信号的时间特性和频率特性有着对应的关系，不同的时间特性将导致不同的频率特性。

### (二) 信号的描述和分类

信号通常将信息体现为物理上的一种分布。声信号可视为声振荡在时间(先后次序)上的分布，也可视为声振荡在频率(音调高低)上的分布。文字信号是基本的字符集(英文字母)在平面上的分布等等。

信号按分布性质的不同，可分为确定性信号与随机信号两大类。若信号被表示为某一确定的时间函数，在每一确定时刻或位置处，函数的值及其分布都是完全确定的，其所含信息的不同就体现在分布值随时间或空间的变化规律上，这种信号称为确定性信号或规则信号。噪声与干扰是随机信号的例子，这类信号在每一确定时刻的分布值是难于确定的，即不能用一个确定的时间函数来描述，也无法预计它们的真实波形，只能通过大量试验或以统计数学为工具，找到它们的统计特性，用一些统计参数来表征它们的特性。

按信号赖以分布的自变量数目来分，有一维信号、二维信号、……。电视图像是二维信号的例子。本书讨论的时间信号是一维信号。这种信号可以表示为一种时间函数，这种时间函数关系可以用数学表达式、波形图、数据表等来表示，其中数学表达式和波形图是最常用的表达形式。具体的函数表达式如 $\sin t$、$e^{-t}$等，广义的表示如 $f(t)$、$g(t)$等。对于一个函数，它的定义域是很重要的，用时间函数来表示信号，其定义域就是信号所存在的时间范围。

$$f(t) = \cos t \qquad (1-1.1)$$

与

$$g(t) = \cos t \qquad t \geqslant 0 \qquad (1-1.2)$$

是两个不同的信号，它们的时间范围不同。前者称为无时限信号，后者称为有时限信号。

信号的波形图是以时间为横轴，以函数值为纵轴的直角坐标系中所描出的信号的变化规律曲线。信号式(1－1.1)与(1－1.2)的波形图分别为图 1－1.1 和图 1－1.2 所示。

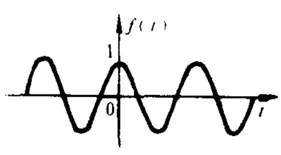



图 1－1.1

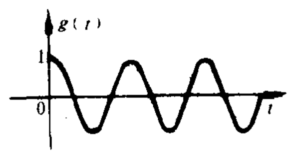



图 1－1.2

对于确知的一维时间信号还可从不同角度分类。

(1) 连续时间信号与离散时间信号

按自变量时间取值的连续与否，可把信号分为连续时间信号，简称连续信号(或模拟信号)与离散时间信号，简称离散信号(或数字信号)。当然这种连续与离散不是指函数值，连续信号的函数值可以是离散的量或数字量。式(1－1.1)和(1－1.2)都是连续信号的例子。很明显，$g(t)$的函数值在 $t=0$ 处是不连续的。图 1－1.3 和图 1－1.4 示出了两个不同的离散信号。

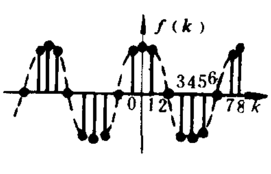



图 1－1.3

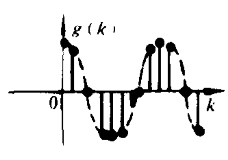



图 1－1.4

其中

$$f(k) = \cos(0.25\pi k) \qquad (1-1.3)$$

$$g(k) = \cos(0.25\pi k) \tag{1-1.4}$$
$$k = 0,1,2,\cdots$$

离散信号可以看作是相应的连续时间信号当时间变量只取离散值得出的取样结果，如上述 $f(k)$和 $g(k)$所示，将连续时间变量 $t$ 代以离散时间变量 $k$，即可将连续信号变成离散信号。但应注意到，离散信号不一定就是真正连续信号的取样，其自变量很可能根本就不能连续取值，比如以 $k$ 表示的网络节点，而 $f(k)$表示的节点上的电压信号等等。

(2) 周期信号与非周期信号

如果对所有的时间 $t(-\infty,\infty)$，存在一个常数 $T$ 使得

$$f(t+mT) = f(t), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \tag{1-1.5}$$

则 $f(t)$就是以 $T$ 为周期的周期信号。周期信号必须是无始无终的信号，如图 1—1.5 所示。

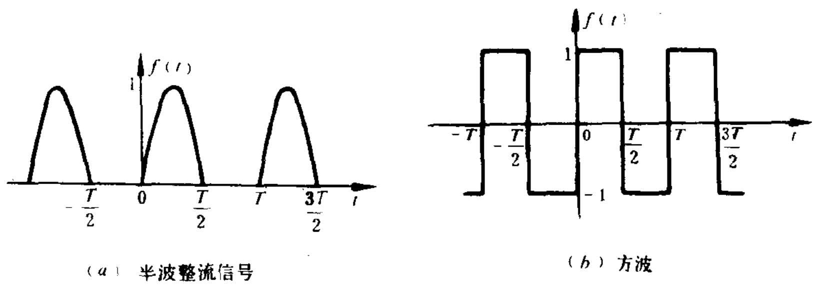



图 1—1.5 周期信号

非周期信号可以看作是 $T\to\infty$情况下的周期信号，就是说其波形在有限时间范围内是决不可能重复出现的。信号式(1—1.1)和(1—1.3)是周期信号的例子，而信号式(1—1.2)和(1—1.4)则是非周期信号的例子(只存在单边的周期性)。

(3) 实信号与复信号

物理可实现的信号都是时间的实函数，它在各时刻的函数值均为实数，例如：单边指数信号、正弦信号。统称为实信号。

虽然实际上不能产生复信号，但为了理论分析的需要、常常利用复信号。在连续信号中最常用的是复指数信号。

(4) 能量信号与功率信号

为了知道信号能量或功率的特性，常常研究信号(电流或电压)在一单位电阻上所消耗的能量或功率。信号 $f(t)$在一单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$，在区间 $-T<t<T$ 的能量为

$$\int_{-T}^{T}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-1.6}$$

在区间$(-T/2,T/2)$的平均功率为：

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-1.7}$$

信号能量定义为在时间区间$(-\infty,\infty)$，信号 $f(t)$的能量用字母 $E$ 表示，即

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-1.8}$$

信号功率定义为在时间$(-\infty,\infty)$，信号 $f(t)$的平均功率，用 $P$ 表示，即

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)^2\mathrm{d}t \tag{1-1.9}$$

由于被积函数是$f(t)$的平方，所以信号的能量$E$和功率$P$都是非负实数。

若信号$f(t)$的能量$0<E<\infty$(这时$P=0$)，则称为能量有介信号，简称能量信号；若信号$f(t)$的功率$0<P<\infty$(这时$E=\infty$)，则称为功率有介信号，简称功率信号。单个矩形脉冲，单边指数信号$e^{-\alpha t}\varepsilon(t)(\alpha>0)$等都是能量有介信号，而阶跃信号、周期信号等是功率有介信号。

还有按信号的时间范围，把信号分类为因果信号与非因果信号。如果当$t<0$时，有$f(t)=0$，则此信号$f(t)$就是因果信号。上述信号式(1－1.2)和(1－1.4)都是因果信号。而信号式(1－1.1)和(1－1.3)则是非因果信号。

## §1－2 阶跃信号

我们定义单位阶跃信号为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases} \qquad (1-2.1)$$

其波形如图1－2.1所示。在$t=0$处，函数值未定义。

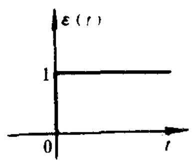



图1－2.1 单位阶跃信号

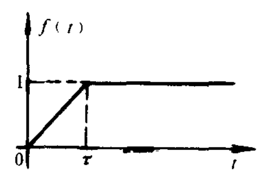



图1－2.2

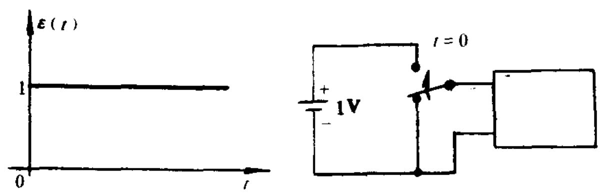



图1－2.3

单位阶跃信号，可以理解为在极短时间$\tau$内由0变到1的信号(如图1－2.2所示)当$\tau\to0$的极限。实际上，单位阶跃信号相当于一个开关作用。如图1－2.3所示，系统在$t=0$时刻接入一个1V单位电源，并且无限持续下去。开关动作前后，系统的接入电源电压由0到1的变化总是需要一定的时间的，总有一个在两种电压值之间的过渡过程，只不过用我们研究问题时所持有的时间观点来衡量，这一过程可以忽略不计罢了。这就是数学抽象，或者说理想化。这样一来，我们就可以把注意力集中在它的两个要素：跃变幅度和跃变时刻上了。

如果开关接入的电源电压不是一个单位而是$A$伏，则可得阶跃信号的一般形式为

$$f(t)=A\varepsilon(t)=\begin{cases}A, & t>0\\ 0\ , & t<0\end{cases} \qquad (1-2.2)$$

如果开关不是在$t=0$时刻动作，而是相对于$t=0$延迟了一个时间$t_0$，则可表示为

$$f(t)=A\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}A, & t>t_0\\ 0, & t<t_0\end{cases} \qquad (1-2.3)$$

其波形为图 1－2.4 所示。

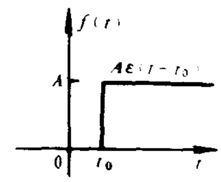



图 1－2.4　阶跃信号延迟 $t_0$

单位阶跃信号的单边特性或因果特性；使它在信号分析中非常有用，除可用来表示开关动作的时刻，还可用它来截取信号函数或波形。双边信号一旦乘上单位阶跃函数就变成了单边信号。如

$$f(t)\varepsilon(t)=\begin{cases}f(t) & t>0\\0 & t<0\end{cases}\qquad(1-2.4)$$

其波形如图 1－2.5 所示

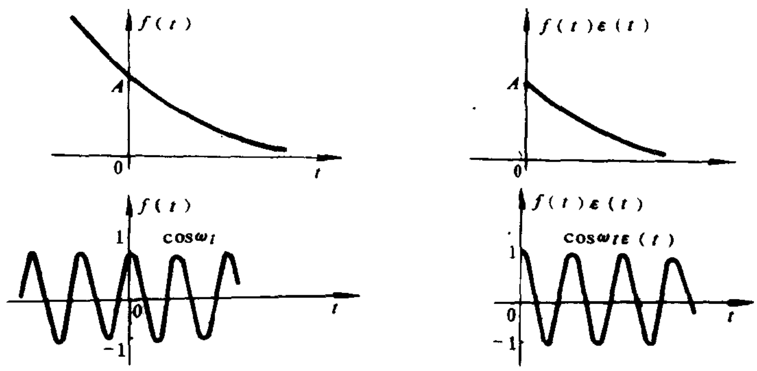



图 1－2.5　截取信号波形

单位阶跃信号也被用来表示其他信号函数，如斜升函数 $R(t)$：

$$R(t)=\begin{cases}t & t\geqslant 0\\0 & t<0\end{cases}\qquad(1-2.5)$$

其波形如图 1－2.6($a$)所示。

如用单位阶跃信号来表示，则为

$$R(t)=t\varepsilon(t)$$

$$R(t-t_0)=(t-t_0)\,\varepsilon\,(t-t_0)$$

可见，表达式十分简单而且明了。

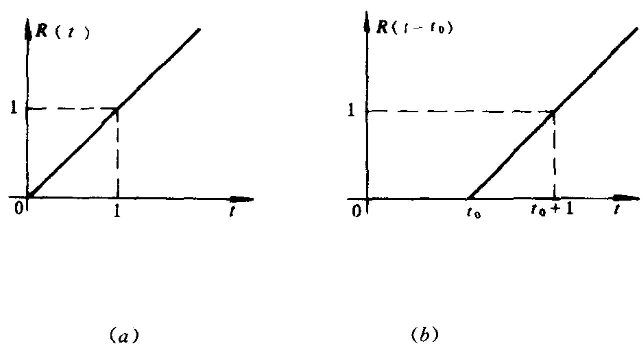



图 1－2.6　斜升函数

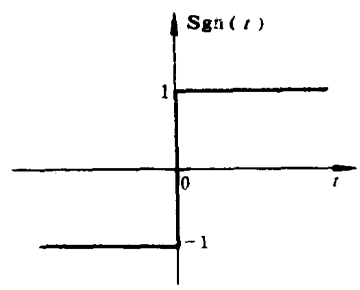



图 1－2.7　正负号函数

利用单位阶跃信号还可以表示‘正负号函数’。所谓正负号函数（或称符号函数）简写作

Sgn$(t)$，其定义如下：

$$\mathrm{Sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases} \tag{1-2.6}$$

其波形如图 1—2.7 所示。

与阶跃函数类似，正负号函数在跳变点可以不予定义，或规定 Sgn$(0)=0$。

正负号函数用阶跃函数表示如下

$$\mathrm{Sgn}(t)=2\varepsilon(t)-1 \tag{1-2.7}$$

# §1—3 单位冲激信号 $\delta(t)$

## (一) $\delta(t)$的定义

单位冲激信号 $\delta(t)$是一个特殊信号，它不是用普通的函数来定义，而是由如下特殊方式定义的：

$$\left.\begin{aligned}&\delta(t)=0, \qquad \text{当}\ t\neq 0\\ &\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{aligned}\right\} \tag{1-3.1}$$

这个定义由狄拉克(P·A·M·Dirac)提出，故又称为狄拉克 $\delta$ 函数。按此定义，它除在原点以外，处处为零，并且具有单位面积。直观地看，这个函数可以设想为一列窄脉冲的极限。比如一个矩形脉冲，宽度为 $\tau$，高度为 $h=1/\tau$，其面积则为 $h\tau=1$，在极限的情况下，当 $\tau\to 0$ 时，它的高度无限增大，但其面积总保持为 1，如图 1—3.1($a$)所示。单位冲激信号的波形难于用普通方式表达，通常用一个带箭头的单位长度线段表示，如图 1—3.1($b$)所示。如果矩形脉冲的面积不为 1，而是一个常数 $A$，则一个强度为 $A$ 的冲激可表示为 $A\delta(t)$。仿此，为描述在任一点 $t=t_0$ 处所出现的冲激，可有如下的 $\delta(t-t_0)$函数之定义。

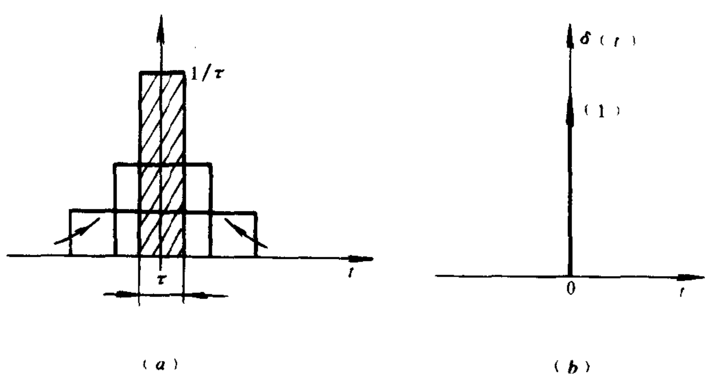



图 1—3.1 矩形窄脉冲演变为单位冲激信号

$$\begin{cases}\delta(t-t_0)=0 & (\text{当}\ t\neq t_0)\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)=1\end{cases}$$

如图 1—3.2 所示。

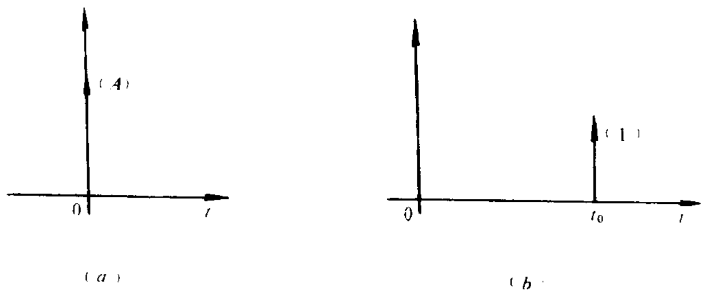



图 1—3.2　强度变为 $A$ 的冲激信号

## （二）单位冲激信号的性质

(1) 抽样性质(筛选性质)

由于除原点外，对所有其他的 $t$ 都有 $\delta(t)=0$，故除 $t=0$ 外，在所有的 $t$ 处，$\delta(t)$ 与其它信号的乘积都为零。如果 $f(t)$，$t=0$ 存在，就有

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1-3.2}$$

于是

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(0)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t$$
$$= f(0) \tag{1-3.3}$$

这就是 $\delta(t)$ 的抽样特性，或称为筛选特性。它在出现冲激的时刻对 $f(t)$ 抽样，或把该处的 $f(t)$ 的值筛选出来而忽略其他任何地方的 $f(t)$ 的值。

类似地，由于 $\delta(t-t_0)$ 是在 $t-t_0=0$ 亦即 $t=t_0$ 处出现的一个单位冲激，故有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0) \tag{1-3.4}$$

如图 1—3.3 所示。

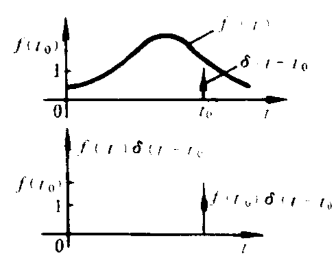



图 1—3.3　$\delta(t)$ 的任意点抽样

根据 $\delta(t)$ 的抽样特性，又有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(x-t)\big|_{t=0}$$
$$= f(x) \tag{1-3.5}$$

这里 $x$ 是另一时间参数，对于积分过程来说，它可视为常数。

式(1—3.2)、(1—3.4)和(1—3.5)是冲激函数的三个很有用的抽样公式，分别称为原点抽样公式、任意点抽样公式以及卷积抽样公式。

(2) $\varepsilon(t)$ 的微分等于 $\delta(t)$；$\delta(t)$ 的积分等于 $\varepsilon(t)$

证明

$$\because \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = f(t)\varepsilon(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(t)\,\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$$
$$= f(\infty) - \int_{0}^{\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$$
$$= f(\infty) - [f(\infty) - f(0)]$$

$$= f(0)$$

而
$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\delta(t)\mathrm{d}t = \varphi(0)$$

∴
$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t) \qquad \text{得证} \qquad (1-3.6)$$

很明显,用冲激函数去乘另一函数再从$-\infty$到$+\infty$积分,由于冲激函数的筛选特性,无冲激的地方值都为零了,所以积分限就可以不必再取$-\infty$到$+\infty$那么大,而可任取一个只要能把冲激出现时刻包括在内的小区间,因为其它区间积分肯定为零。由此,如以$(0^-,0^+)$表示包括0在内的小区间,则可有

$$\int_{0-}^{0+} \delta(t)\mathrm{d}t = 1$$

以及
$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

∴
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}\tau = \varepsilon(t) \qquad \text{证毕。} \qquad (1-3.7)$$

(3) $\delta(t)$是偶函数

现在考虑积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-t)f(t)\mathrm{d}t$$

将此式中的$t$换为$-t$,并认为$f(t)$是连续的,得

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-t)f(t)\mathrm{d}t = \int_{\infty}^{-\infty} \delta(t)f(-t)\mathrm{d}(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(-t)\mathrm{d}t$$
$$= f(0)$$

将此式与式(1－3.3)比较,得

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-t)f(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)\mathrm{d}t$$

从而有
$$\delta(-t) = \delta(t) \qquad (1-3.8)$$

即$\delta(t)$是偶函数。

(4) $\delta(t)$的导数

冲激函数的一阶导数可用$\delta'(t)$表示,即$\delta'(t)=\dfrac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$,它定义为

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t = f(t)\delta(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} f'(t)\delta(t)\mathrm{d}t$$
$$= -f'(0) \qquad (1-3.9)$$

在上式中令$f(t)=1$,有

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)\mathrm{d}t = 0$$

这就是说,$\delta'(t)$所包含的面积等于零。

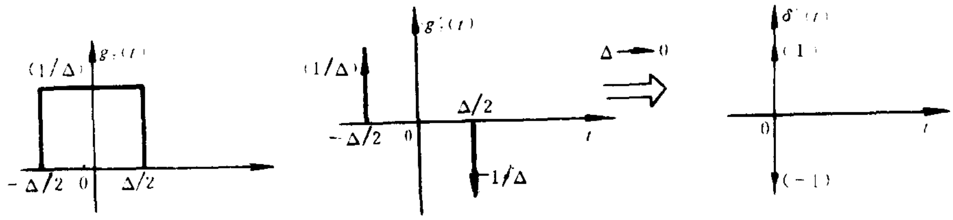



图 1－3.4　冲激偶

容易证明，单位冲激函数的一阶导数 $\delta'(t)$ 是奇函数，即

$$-\delta'(-t)=\delta'(t) \tag{1-3.10}$$

$\delta'(t)$ 的波形如图 1－3.4 所示。它在信号分析中是一个常用的信号，常称为冲激偶。如此形状的波形并不难理解。只要还记得前面我们曾经把单位冲激函数理解为宽度趋于零，高度趋于无限大，而面积保持为 1 的矩形窄脉冲，那么矩形窄脉冲的导数就必然是两个相反的冲激。

奇异函数 $\varepsilon(t)$、$\delta(t)$、$\delta'(t)$ 虽然抽象，但它们却具有很强的物理意义。$\delta(t)$ 是物理量的单位跃变的改变速度的抽象，$\varepsilon(t)$ 是物理量的单位跃变的抽象，$\delta'(t)$ 是物理量产生单位跃变的跃变加速度的抽象。限于本课程范围，这里就不作进一步讨论了。

## §1－4　系统的概念

系统是一个广义的名词。它是由若干相互作用而又互相依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。具体来讲，系统可以理解为产生信号和对信号进行传输、处理、存贮与变换的物理装置，是物理器件的集合体。当它受到一些信号，即输入信号激励时，会产生一个或多个信号，即输出信号（或响应）。本书主要讨论电网络系统，它由若干电路元、器件，按照一定方式连接而成的整体。例如一个复杂的通信网是一个系统，一部整机，一个单元电路也是一个系统，一个二端元件也可以看成是一个最简单的系统。本书旨在分析线性非时变系统，即那些结构及其元件参数均不随时间变化的电网络系统，讨论那些经过抽象化以后的系统模型，而把具体电路只是作为系统的例子。

### （一）系统模型及其分类

每一门学科有自己的一套"模型"理论，在模型的基础上可以运用数学工具进行研究，对系统进行分析。所谓模型，是系统物理特性的数学抽象，它以数学表达式或者用具有规定的理想特性的符号组合而成的图形来表征系统的特性。

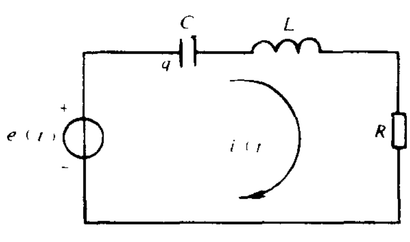



图 1－4.1　RLC 串联回路

例如，由电阻器、电容器和电感线卷组合而成的串联回路，可抽象表示为图 1－4.1 所示的模型。$R$ 表示电阻器的阻值，$C$ 仅表示电容器的容量，$L$ 仅表示线卷的电感量，若输入激励信号是电压源 $e(t)$，欲求响应电流 $i(t)$，由元件的理想特性和 $KVL$ 可以建立如下的微分方程式：

$$LC\frac{d^2i}{dt^2}+RC\frac{di}{dt}+i=C\frac{de}{dt}$$

这就是该组合系统的数学模型，它是一个二阶的常微分方程式，因为理想元件的参数及其连接方式不随时间变化，常称之为线性非时变二阶系统。复杂的电网络系统通常是一个高阶系统，描述它的数学模型是一个高阶的微分方程式。

如果描述某系统特性的数学模型已知，欲求给定系统对给定输入激励信号 $f(t)$的输出(响应)$y(t)$，我们可以将该系统简化为一个矩形方框，如图 1—4.2 所示的框图。

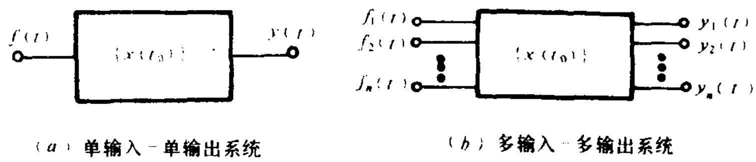



图 1—4.2　系统框图

系统，按其数学模型的差异可划分为不同的类型。

**集中参数系统与分布参数系统**。集中参数系统仅由集中参数元件(如 $R$、$L$、$C$ 等)所组成，其电能仅贮存在电容中，磁能仅贮存在电感中，电阻只是消耗能量。描述该系统的数学模型是常微分方程式。作用于系统任何处的激励，能同时传输到系统的各处，而不需时间。含有分布参数元件的系统是分布参数系统(如传输线、波导、天线)，其电能、磁能的贮存和消耗在沿线的各处都存在，描述该系统的数学模型是偏微分方程，系统中某处的激励传输到其他点需要一定的时间，系统的独立变量不仅是时间，还要考虑空间位置。

**即时系统与动态系统**。如果系统的输出响应信号只决定于该时刻的激励信号与它过去的历史无关，则称此系统为即时系统。例如全部由电阻元件组成的系统。即时系统用代数方程来描述。如果系统的响应不仅与该时刻的激励有关，而且还与过去的历史有关，则称之为动态系统(或记忆系统)，如含有记忆元件(电容、电感等)的系统。动态系统必须用微分方程来描述。

**连续系统与离散系统**。若系统的输入激励与输出响应都是连续时间信号，则称此系统为连续时间系统，简称连续系统，描述此系统的数学模型是微分方程。若系统的输入激励与输出响应均为离散时间信号，则称此系统为离散时间系统，简称离散系统，描述此系统的数学模型是差分方程。在研究实际问题时，又常用模拟系统和数字系统二词。

在实践中，离散系统与连续系统组合使用的情况，称为混合系统，如图 1—4.3 所示的数字信号处理系统。

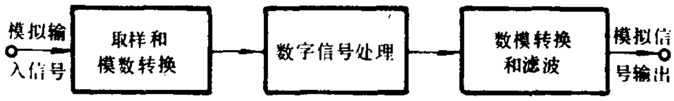



图 1—4.3　数字信号处理系统框图

**线性系统与非线性系统**。具有可加性与齐次性的系统称为线性系统。即几个激励信号同时作用于系统或输入信号乘以某常数时，总的输出响应等于每个激励单独作用所产生的响应之和或响应也倍乘相同的常数。不具有可加性与齐次性的系统是非线性系统。

本书只讨论集中参数的动态的线性非时变的系统，简称为线性非时变系统。

### （二）线性非时变系统的基本特性

1. 可加性与齐次性

如果对于给定的系统，$f_1(t)$、$y_1(t)$和 $f_2(t)$、$y_2(t)$分别代表两对激励与响应，则当激励是 $c_1f_1(t)+c_2f_2(t)$时（$c_1$、$c_2$ 分别为常数），系统的响应为 $c_1y_1(t)+c_2y_2(t)$。

此特性示意于图 1－4.4。

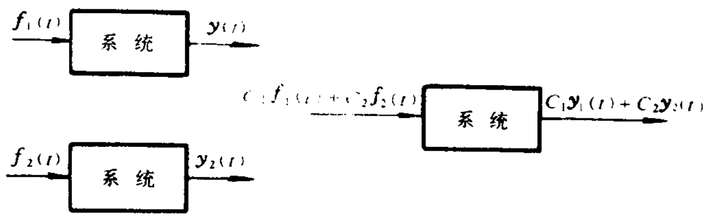



图 1－4.4　线性非时变系统的可加性与齐次性

2. 时移不变特性

由于组成系统的元件参数不随时间变化而改变，在同样的起始状态下，系统的响应与激励系统的时刻无关。换言之，如果激励是 $f(t)$，系统产生的响应为 $y(t)$，当激励延迟一段时间 $t_0$ 为 $f(t-t_0)$，则系统的响应也同样延迟 $t_0$ 时间为 $y(t-t_0)$，其波形形状不变。如示意图 1－4.5 所示。

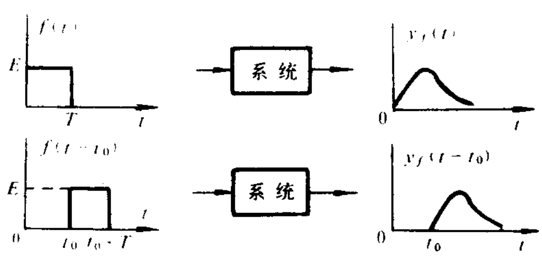



图 1－4.5　时移不变特性

3. 微分与积分特性

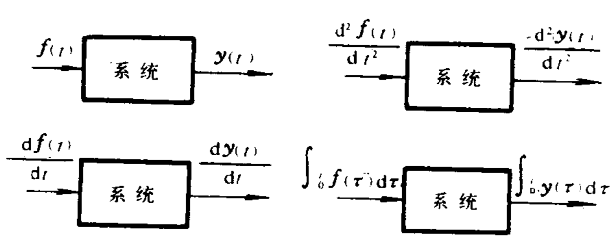



图 1－4.6　线性非时变系统的微分与积分特性