

杨景义 王信义 编著

试验模态分析

★北京理工大学出版社

TB 52

017404

Y18

试验模态分析

杨景义 王信义 编著



北京理工大学出版社

00119/4/2

内 容 简 介

试验模态分析技术是当今解决工程振动与噪声问题的有效工具。本书简要介绍了试验模态分析的基本理论、模态试验和模态参数识别的各种方法,以及该项技术在工程实践中的广泛应用。读者在了解本书内容后将具有初步分析并解决工程振动问题的能力。

本书适合工科大学高年级学生和硕士研究生学习参考之用,并可供工程界从事减振减噪工作的技术人员参考。



北京理工大学出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京通县向阳印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 7.875印张 205千字

1990 年12月第一版 1990 年12月第一次印刷

ISBN7-81013-374-8/TH·40

印数: 1—1500 册 定价: 2.15元

前 言

工厂企业设计制造的任何机械，都有它们特定的任务，或完成既定的运动，或传输足够的功率等。20年前，机械工程师把他们的注意力集中在产品的功能、耐磨性和结构的静强度上。工程师完全了解动态力所带来的结构振动、噪声和产品的疲劳问题，并且凭借经验，一般也能制造出各种设备，使之安全合用，另外，如果已经发生了振动、疲劳等动态问题，他们也可通过不断的试探，改进产品结构，予以解决。

随着现代工程技术的发展，各种机械、结构的振动、噪声问题正日益突出，迫使汽车、船舶、机床、电气机械、工程机械、建筑、航空、航天等部门从动态的角度来考虑他们的产品性能。由于这些产品的功率日益增大，重量相对减轻，结构刚度不断减小，对产品的工作精度要求越来越高，对振动、噪声的限制越来越严格，因此，动态性能常常成为机械产品的重要追求目标。

机械系统的动力分析问题大致可分成三类：

(1) 已知输入（激励）和系统特性（动力特性或数学模型），求输出（响应），此为响应预测问题；

(2) 已知输入和输出，求系统特性，此为系统识别问题；

(3) 已知输出和系统特性，求输入，此为载荷识别问题。

三类问题中，第一类问题是工程中主要遇到的问题。为求得工程系统对外界激励的响应，必须事先知道外界激励和系统特性。一般情况下，外界激励可通过分析计算或实测得到，因此问题便集中在如何获得系统的动力特性。由于实际结构远比理想的构件（弦、梁、板）复杂，其固有的动力特性很难用古典的振动分析方法求得，因而振动问题在相当长的一段时间内成为一个不

易掌握与控制的现实。

60年代以来，在振动领域中，测试技术、分析技术及计算技术逐渐完善起来，加之先进的电子仪器和数字计算机的发展，使得结构动力分析的研究进入了一个全新的实用阶段。人们已有可能用理论的方法或理论与测试相结合的方法对机械结构作动力学分析，找出它们的动力特性，解决产品的振动、噪声问题，甚至还有可能找到结构动态设计的最佳方案与参数。

目前，对产品动态性能的研究，有两种基本方法。一是有限元法，这是将弹性结构离散化为有限数量的具有质量、弹性特性的单元后在计算机上作数学运算的理论计算方法。这一方法的巨大优点是在结构设计之初，根据设计图纸，便预知产品的动态性能，可以在产品试制出来之前预估振动、噪声的强度和其它动态问题，并可在图纸阶段改变结构形状以消除或抑制这些问题。有限元法的不足是计算烦杂，耗资费时。即使有现成的程序可供利用，所费工时也很可观。这种方法，除要求计算者有熟练的技巧与经验外，有些参数（如阻尼、结合面特征等），目前尚无办法定值。因此，利用有限元法计算得到的结果，只能是一个近似值。正因为如此，大多数数学模拟的结构，在试制阶段常应作全尺寸样机的动态试验，以验证计算的可靠程度并补充理论计算的不足，特别对一些重要的或涉及人身安全的结构，就更是如此。

工业生产的经验表明：为了了解和寻求产品最佳的动态性能，还有另一种更经济、更有实效的方法，这就是试验模态分析技术。首先，根据已有的知识和经验，在老产品基础上试制出一台新的样机（或模型）；其次，用试验模态分析技术，对样机作全面的测试与分析，获得产品的动力特性，由此识别出系统的模态参数，建立数学模型，进而了解产品在实际使用中的振动、噪声、疲劳等现实问题；再次，在计算机上改变产品的结构参数（不是改变实物），了解动态性能可能获得的改善程度，或者反

过来，设计者事先指定好动力特性，由计算机来回答所需的结构参数（质量、刚度、阻尼）的改变量。另外，设计者也可在计算机上模拟各种实际的外部激励，求得参数改变前后的任何部位的响应。

完成上述工作后，人们对样机或模型的动态性能及其改进方向便有了明确的了解。小到录音机、洗衣机、电冰箱、大到飞机、轮船、宇航器，都可以通过试验模态分析及其后继的一些分析得到宝贵的信息，这会有效地帮助工厂改进生产，从而获得更优良的产品。

目前的发展趋势是把有限元方法和试验模态分析技术有机地结合起来，取长补短，相得益彰。利用试验模态分析结果检验、补充和修正原始有限元动力模型；利用修正后的有限元模型计算结构的动力特性和响应，进行结构的优化设计。

本书以主要篇幅细致地讨论试验模态分析技术的基本原理、测试技术和模态参数识别的一些常用方法，结合生产实践，讨论了试验模态分析的工程应用，力求使读者在掌握了这些内容后，具有从事工程模态分析的能力。本书对试验模态分析技术中一些正在发展的内容也作了简要介绍，例如用模态分析结果对有限元模型的修正，对结构的灵敏度分析，以及子结构特性的综合等，以求反映这一技术领域当今世界的发展动向。本书共分六章，前三章是试验模态分析的基本理论部分，第四、五章是模态试验技术和模态参数识别技术，第六章是试验模态分析技术的应用，包括工程问题中的直接应用，以及诸如建立结构动力学模型、修改结构动力学特性等更深入、更进一步的应用。

由于试验模态分析技术是理论与实践紧密结合的产物，因而它有着巨大的潜力，新的原理与方法还在不断出现，与其它学科间的联系也在不断深入。本书作为一本一般性的基础教材，篇幅和内容都有限，所涉及的也只是一些基本的理论和技术，这方面的很多发展中的内容，读者还可阅读有关专著及文献。

机械振动问题在我国工程界正日益受到重视，大专院校和科研单位已进行了广泛的工作。试验模态分析技术作为一般振动分析的一个分支，尤其得到了发展，在宇航工业部门及南京航空学院、哈尔滨工业大学和郑州机械研究所等企事业单位的推动下，自70年代至今，已逐渐推广到机械、建筑、交通、化工、矿冶、能源等各工业部门。本书是为了推广试验模态分析技术和教学需要而编写的。由于编者的理论水平不高，实际工作经验不多，缺点和错误是难免的，希望读者提出宝贵的意见。

本书可作为工科大学高年级学生选修课或研究生课的有关教材，也适合工厂企业中从事工程振动工作的技术人员参考。

本书第一、二、三、六章由杨景义编写，第四、五章由王信义编写。

编者 1989年7月

目 录

第一章 单自由度振动系统的机械导纳分析	
§ 1 粘性阻尼系统·····	(1)
§ 2 结构(迟滞)阻尼系统·····	(8)
第二章 机械阻抗、机械导纳、机械阻抗方法	
§ 1 机械阻抗(导纳)的概念和定义·····	(14)
§ 2 集总系统基本元件的机械阻抗·····	(18)
§ 3 元件的串联、并联及机械网络图·····	(22)
§ 4 单自由度系统的机械导纳·····	(26)
§ 5 二自由度系统的机械导纳·····	(31)
§ 6 多自由度系统的机械导纳·····	(34)
§ 7 连续系统的机械导纳·····	(40)
第三章 试验模态分析基本理论	
§ 1 多自由度系统振动基础回顾·····	(45)
§ 2 实模态理论·····	(52)
§ 3 复模态理论·····	(68)
第四章 模态分析测试技术	
§ 1 测试目的和分类·····	(82)
§ 2 稳态正弦激励测试技术·····	(83)
§ 3 随机激励测试技术·····	(93)
§ 4 脉冲激励测试技术(锤击试验)·····	(110)
第五章 模态参数识别	
§ 1 实模态参数识别·····	(119)
§ 2 复模态参数识别·····	(153)
§ 3 时域模态参数识别·····	(177)
§ 4 结构动力学数学模型的识别·····	(190)
第六章 试验模态分析技术在工程中的应用	

§ 1	模态试验结果的直接应用·····	(197)
§ 2	系统运动方程的建立及外载作用下响应的计算·····	(205)
§ 3	有限元动力模型的修正·····	(209)
§ 4	结构动特性修改和灵敏度分析·····	(214)
§ 5	结构动特性的综合·····	(226)

结束语

参考书目

第一章

单自由度振动系统的机械导纳分析

§1 粘性阻尼系统

为简化结构动力特性的解析计算，一个复杂结构可认为是由一些质量以及联结这些质量的弹性元件及阻尼元件所构成。由于实际结构中，各阻尼力不象弹性力那样易于确定，故用数学方法严格模拟阻尼的效果是没有意义的。然而，为描述结构中的耗散力，必须设想一种阻尼形式，使得它既能完美地反映阻尼效果，又便于数学运算，构造出线性运动方程。这就意味着激励是简谐的情况下，阻尼力也应是简谐的。

有两种阻尼形式满足上述要求，一为粘性阻尼；另一为结构阻尼。本节将讨论单自由度粘性阻尼的情况，结构阻尼留待下节讨论，两者的异同也将谈到。

图1-1所示为单自由度线性振动系统。无质量的阻尼系数为 C 的阻尼器和刚度为 K 的弹簧连接在质量 M 和支承地面之间。阻尼器作用于质量上的阻尼力正比例于阻尼器的相对运动速度 \dot{x} ，方向则为 \dot{x} 的反方向。在简谐激励力 f 作用下，质量 M 的运动方程为

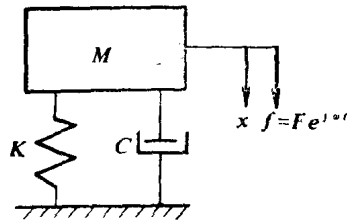


图1-1 单自由度粘性阻尼系统

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f = Fe^{i\omega t} \quad (1-1)$$

式中 x ——质量 M 的位移；
 \dot{x} ——质量 M 的速度；
 \ddot{x} ——质量 M 的加速度；
 F ——激励力幅；
 ω ——激励力的圆频率。

为求得方程的稳态解，可设解的形式为

$$x = X e^{j\omega t}$$

将上式微分后代入方程 (1-1) 得

$$X = \frac{F}{K - M\omega^2 + j\omega C}$$

故稳态解为

$$x = X e^{j\omega t} = \frac{F}{K - M\omega^2 + j\omega C} e^{j\omega t} \quad (1-2)$$

由此可见，系统受简谐外力激励时，其位移响应也是同频率的简谐运动，响应的振幅不仅与外力力幅成正比，而且还随激励频率 ω 而变。此外，响应与激励间存在着相位差，这也随 ω 而变。这就是说，振动系统的输入（激励）和输出（响应）之比是激励频率 ω 的函数，且是一个复数（两者间有相位差），这类似于电学中的阻抗。人们定义这种复数比为“机械阻抗”（简称“阻抗”），并表示为

$$Z(\omega) = \frac{f}{x}$$

式中 $Z(\omega)$ 为机械阻抗， f 和 x 分别为简谐激励力和系统响应。

机械阻抗的倒数称为机械导纳（简称“导纳”），用 $H(\omega)$ 表示为

$$H(\omega) = \frac{x}{f} = \frac{1}{Z(\omega)}$$

对于图1-1所示的单自由度系统，位移导纳为

$$H(\omega) = \frac{x}{f} = \frac{X}{F} = \frac{1}{K - M\omega^2 + j\omega C} \quad (1-3)$$

可将上式变换成另一种常见的形式，即

$$H(\omega) = \frac{1}{K} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2j\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \quad (1-4)$$

式中 $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ ——系统固有频率；

$\zeta = C/(2M\omega_0) = C/C_c$ ——阻尼比；

C_c ——临界阻尼系数。

位移导纳也称复频响应函数或频率响应函数，它描述了任意激励频率下输出与输入间的关系，是频域内系统动力特性的最重要的表述，为此，需作进一步的讨论。

由(1-4)式见，位移导纳是复数，因此有其幅值和辐角，其幅值 $|H(\omega)|$ 为

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]^2}} \frac{1}{K} \quad (1-5)$$

描述了位移响应幅和力幅的比值随激励频率而变的关系。

辐角 θ 为

$$\theta(\omega) = \arctan \frac{-2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (1-6)$$

描述了响应滞后于激励的相位角随激励频率而变的关系。

幅值及辐角两者皆为 ω 的函数，并称之为幅频特性和相频特性，它们随 ω 而变化的图形示于图1-2中。

也可将(1-4)式分解为实部与虚部（同相分量与正交分量），实部 $H^R(\omega)$ 为

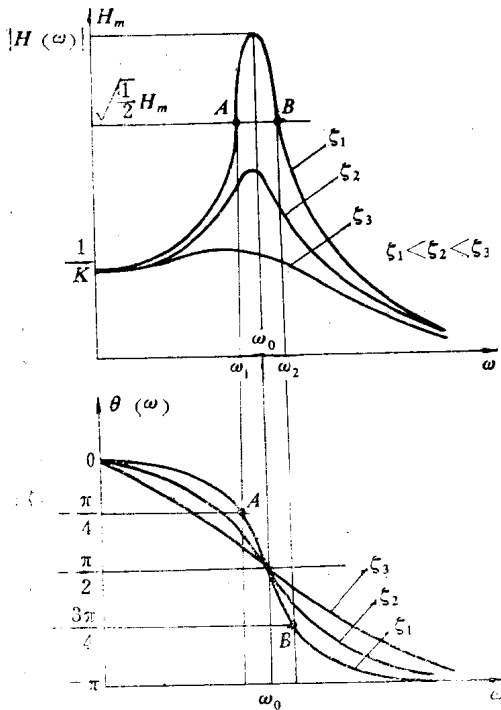


图1-2 幅频特性与相频特性

$$H^R(\omega) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}\right]^2} \frac{1}{K} \quad (1-7)$$

虚部 $H^I(\omega)$ 为

$$H^I(\omega) = \frac{-2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}\right]^2} \frac{1}{K} \quad (1-8)$$

它们皆为 ω 的函数，并称之为实频特性与虚频特性，描述了导纳实部与虚部随激励频率而变化的关系，其图形示于图1-3中。

在图1-2和1-3中，对于一些特殊的点分析如下：

(1) $\omega=0$ 时(静态情况), 由幅频特性知, $|H(\omega)| = |H(0)| = 1/K$ 。由相频特性知, $\theta(0)=0$ 。由实频特性知, $H^R(0) = 1/K$ 。由虚频特性知, $H^I(0)=0$ 。

(2) $\omega=\omega_0$ 时(共振情况), 由幅频特性知, $|H(\omega_0)| = 1/2\zeta K$, 接近于幅频特性线的最高点 H_m 。由相频特性知, $\theta(\omega_0) = -\pi/2$, 不因阻尼的大小而变。由实频特性知 $H^R(\omega_0) = 0$ 。由虚频特性知, $H^I(\omega_0) = -1/2\zeta K$, 接近于曲线的极值点。

(3) 在幅频曲线峰值以下 $H_m/\sqrt{2}$ 处, 作水平线交该曲线于 A 、 B 两点, 并称为半功率点, 对应的频率 ω_1 、 ω_2 为半功率频率, 其差 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 称半功率带宽。

阻尼较小时, $\omega_2 \approx \omega_0 \sqrt{1+2\zeta^2}$, $\omega_1 \approx \omega_0 \sqrt{1-2\zeta^2}$ 。在相频特性上, 也有对应于半功率带宽的点 A 与 B , 它们的相角接近于 $-\pi/4$ 和 $-3\pi/4$ 。与此相似, 在实频特性上, 半功率点位于曲线的正峰和负峰处, 半功率带宽由曲线正负峰值所对应的频差决定。最后, 在虚频特性上, 可以找到对应于 ω_1 和 ω_2 的点 A 、 B , 它们位于虚频曲线峰值的 $1/2$ 处。

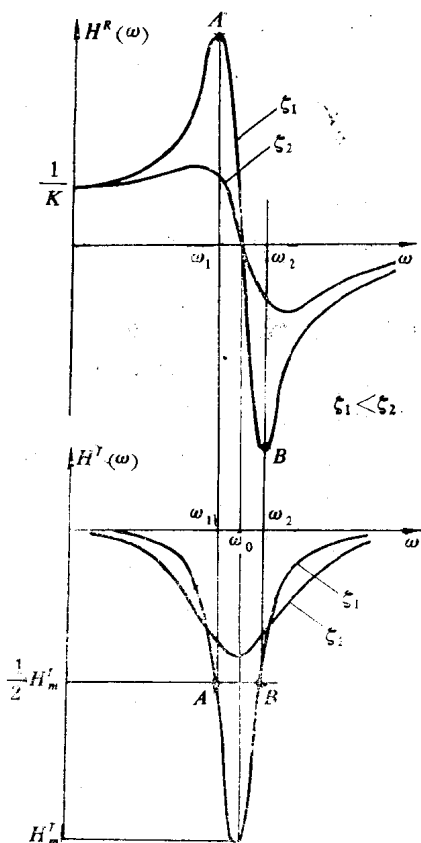


图1-3 实频特性与虚频特性

由上可见，不论是幅频特性或者实、虚频特性，都能反映出系统的全部信息。正是基于这一事实，人们才有可能通过机械导纳的测试和分析，识别出全部系统参数来。

在机械导纳测试中，相频特性是必不可少的，虽然它本身不反映系统的全部信息，但它与其它特性结合在一起，有助于人们对系统作精确分析。

现考察图 1-4 所示系统。一机器安装在厂房楼板上，为估计机器运行时的振动，可事先对这一系统进行测试和分析。作为首次近似，可将此系统简化为单自由度系统，即与图 1-1 相仿。在机器上施加频率可调的正弦激励力，同时测量机器的位移响应。如果激励力和位移响应的幅值以及它们间的相位差被测得，则该系统的机械导纳便可确定，各种特性线均可绘出，并可根据任何一条特性线确定系统参数。

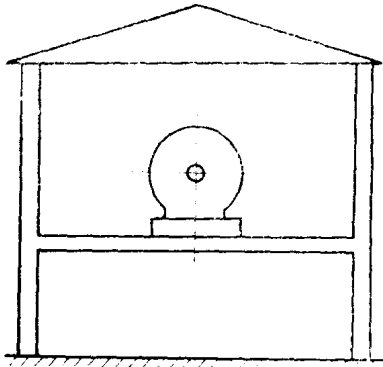


图1-4 机器与厂房布置

例如绘出此系统的幅频特性于图1-5中，略去曲线第一个峰后的其余各峰（本系统实为连续系统，应有多个共振峰，为与单自由度系统相对应，仅取第一个峰），便知此系统的固有频率 ω_0 为 18.2rad/s ，由半功率带宽 $\Delta\omega=18.64-17.74=0.9\text{rad/s}$ 知，系统阻尼比为 $\zeta=\Delta\omega/2\omega_0=0.9/2\times 18.2\approx 0.025$ 。由曲线峰值可得系统刚度为

$$K = \frac{1}{2\zeta H_m} = \frac{1}{2 \times 0.025 \times \frac{1}{10^3}} = 2 \times 10^4 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$$

因此，系统质量为

$$M = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{2 \times 10^4}{(18.2)^2} = 60 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm/s}^2} \right] = 6 \times 10^4 \text{kg}$$

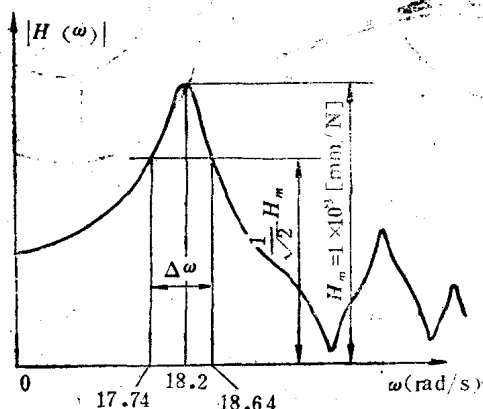


图1-5 系统的幅频特性

至此，方程(1-1)中的系统参数便全部求得，由此，系统在任意外力激励（例如机器的不平衡扰力）下的响应便不难计算。

除了上述四种导纳表示形式外，还有另一种更有用处的表示形式——矢端特性或乃氏特性（Nyquist图）。

如果将实、虚频特性曲线同时绘于相互垂直的三维坐标系中（图1-6），便可得到一条三维曲线 N 。此曲线在实轴 H^R 、 ω 平面上的投影便是导纳的实部，曲线在虚轴 H^I 、 ω 平面上的投影便是导纳的虚部，并均与图1-3相同。曲线 N 在 H^R 、 H^I 平面上的投影则示于图1-7上，称为矢端图或乃氏图。

矢端曲线实际上来自(1-7)及(1-8)两式，即将 ω 作为一

个参变量来对待，而将导纳的实、虚部分别投影到实、虚轴上而得。矢端图也可根据幅频和相频特性绘得，因此，图 1-7 曲线是复平面上频率变化时位移幅值的矢端轨迹，故称矢端图。

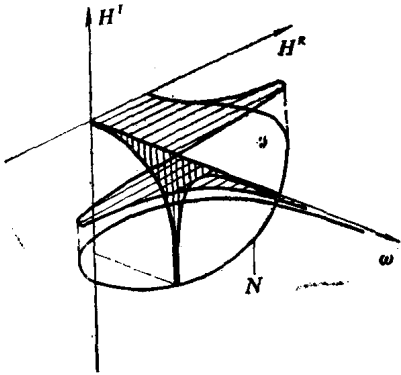


图1-6 导纳实、虚部相对于频率的三维曲线

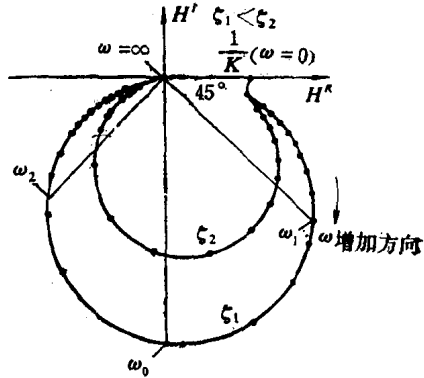


图1-7 导纳矢端图

由图 1-7 可见，随着 ω 的增加，位移导纳矢端图按顺时针方向描绘出一个近似于圆形的图形。图形位于实轴下方，近似地对称于虚轴。当 $\omega=0$ 时，位移导纳在复平面上表示的点是

$(H^I(0)=0, H^R(0)=1/K)$ ；当 ω 达到 ω_0 时，位移导纳位于 $(H^I(\omega_0)=-1/2\zeta K, H^R(\omega_0)=0)$ 的点上，当 $\omega=\infty$ 时，位移导纳为零，位于坐标系的原点上；同样，在矢端图上，也有两个点分别表示半功率点，其对应的频率为 ω_1 和 ω_2 ，它们近似地位于图形的最右端和最左端。

从图 1-7 还可见，不论阻尼值是多少，在无阻尼固有频率处 ($\omega=\omega_0$)，实部分量总为零，即力与位移间的相角恒为 90° 。

§2 结构（迟滞）阻尼系统

对于另一类阻尼系统也能建立起线性微分方程，而且在实践中往往能给出更接近实际的结果，特别适用于金属材料构件。这