

ADINA/ADINAT

使用手册 ——

自动动态增量

非线性分析

有限元程序



〔美〕 K. J. 贝 斯 著

机 械 工 业 出 版 社

TP317-62
1

ADINA/ADINAT 使用手册—— 自动动态增量非线性分析 有限元程序

〔美〕 K. J. 贝斯 著

赵兴华 徐福娣 梁醒培 译

应达之 校



机械工业出版社

本书介绍了线性、非线性结构分析程序 ADINA，瞬态、稳态温度场分析程序 ADINAT 和绘图程序 ADINA-PLOT 的理论说明、供上机使用的用户手册和计算实例。

程序包括杆、梁、板、壳、二维和三维固（液）体等单元，并有线弹性、正交异性、弹塑性、热弹塑性-蠕变、混凝土、土壤、橡胶…等材料模式，可画模型的网格和变形图。它可作为分析机械、航空、土建、水利、核能、动力…等工程结构问题的有力工具。

本书可供高等院校师生、科研人员和工程技术人员了解和使用这些程序的参考和手册。

Bathe

K.J. Bathe

ADINA/ADINAT/ADINA-PLOT
A FINITE ELEMENT PROGRAM FOR
AUTOMATIC DYNAMIC INCREMENTAL NONLINEAR
ANALYSIS (OF TEMPERATURES)

REPORT AE81-1, AE81-2, AE81-3

Massachusetts Institute of Technology

Cambridge, Massachusetts

September 1981

* * *

ADINA/ADINAT使用手册——自动动态
增量非线性分析有限元程序

〔美〕 K. J. 贝斯 著

赵兴华 徐福娣 梁醒培 译

应达之 校

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

建筑工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $26\frac{3}{4}$ · 字数 652 千字

1986年12月北京第一版·1986年12月北京第一次印刷

印数 0,001—1,850 · 定价 6.60 元

*

统一书号：15033 · 6250

目 录

第一篇 ADINA程序

第一章 ADINA 的描述	1
1. 引言	1
2. 结构系统的平衡方程	3
2.1 由单元到结构矩阵和力矢量	4
2.2 位移边界条件	4
3. 程序的组织	5
3.1 有限元网格和单元数据输入	9
3.2 常数结构矩阵的形成	10
3.3 外载荷矢量的计算	10
3.4 逐步求解	10
4. 紧凑存贮方式和方程的求解	12
5. 单元库	13
5.1 桁元	14
5.2 平面应力和平面应变单元	14
5.3 轴对称壳体或固体元	16
5.4 三维固体或厚壳元	16
5.5 两节点三维梁元	16
5.6 等参梁元	17
5.7 三节点薄板/壳元	17
5.8 薄壳元	17
5.9 流体元	17
6. 材料模式	18
6.1 桁元材料模式	18
6.2 二维元材料模式	18
6.3 三维元材料模式	19
6.4 两节点梁元材料模式	19
6.5 等参梁元材料模式	20
6.6 三节点板/壳元材料模式	20
6.7 壳元材料模式	20
6.8 流体元	21
7. 子结构	21
8. 特征解	21
9. 重新开始分析	21
10. 数据检查和前后处理	22
11. ADINA 在不同计算机上的安装	22
参考文献	22

IV

第二章 实例分析 (ADINA)	25
1. 塔索的静力和频率分析	25
2. 橡皮薄板的大位移和大应变静力分析	26
3. 球壳的静力和动力大位移分析	27
4. 厚壁筒的热弹塑性静力分析	29
5. 厚壁筒的循环蠕变分析	31
6. 弹性简支板的大位移分析	33
7. 悬臂梁的热弹性静力分析	34
8. 地下通道的静力分析	35
9. 钢筋混凝土梁的静、动力分析	36
10. 柱壳的线性分析	37
11. 一组充满液体同心筒的静力分析	38
12. 承受移动载荷梁的分析	38
13. 三角形悬臂板的自由振动分析	38
14. 扁拱的大挠度分析	40
15. 固支双曲抛物壳分析	40
16. 用子结构法对承受撞击载荷的八层建筑物进行的动力分析	42
参考文献	43
第三章 ADINA 用户手册	45
说明	45
1. 标题卡 (12A6)	45
2. 主控制卡	45
2.1 结构控制卡 (卡片 1)	45
2.2 结构控制卡 (卡片 2)	49
2.3 载荷控制卡 (卡片 3)	51
2.4 质量和阻尼数据卡 (卡片 4)	52
2.5 频率求解控制卡 (卡片 5)	53
2.6 时间积分方法控制卡 (卡片 6)	55
2.7 增量求解策略控制卡 (卡片 7)	56
2.8 打印输出指示控制卡 (卡片 8)	59
2.9 通道建立控制卡 (卡片 9)	60
3. 求解细节卡	61
3.1 有效刚度阵重新形成的时间步块定义卡	61
3.2 平衡迭代时间步的块定义卡	62
3.3 打印输出时间步的分块定义卡	63
3.4 节点量打印输出分块定义卡	64
3.5 存贮节点响应的的时间步块定义卡	64
3.6 存贮单元响应的的时间步块定义卡	65
4. 时间函数数据	66
4.1 时间函数控制卡	66
4.2 时间函数数据	66
5. 节点数据	67

5.1 斜坐标系的定义	67
5.2 中面法线矢量的定义	69
5.3 节点数据	71
5.4 位移约束数据	74
6. 结构质量、阻尼和振型阻尼因子	77
6.1 集中质量	77
6.2 集中阻尼	78
6.3 振型阻尼因子	78
7. 初始条件	79
7.1 控制卡	79
7.2 初始节点位移、速度和加速度的输入卡片	80
7.3 初始温度输入卡	81
8. 桁元	82
8.1 单元组控制卡	83
8.2 截面和材料特性数据卡	83
8.3 单元数据卡	83
9. 二维 (2/D) 固体元	94
9.1 单元组控制卡	94
9.2 材料特性数据卡	94
9.3 应力输出表卡	95
9.4 单元数据卡	95
10. 三维 (3/D) 固体元	118
10.1 单元组控制卡	118
10.2 材料特性数据卡	118
10.3 应力输出表卡	118
10.4 单元数据卡	119
11. 梁元	142
11.1 单元组控制卡	142
11.2 材料和截面特性数据卡	143
11.3 材料和截面特性数据卡	143
11.4 端点释放表和应力输出表卡	143
11.5 端点释放表和应力输出表卡	143
11.6 单元数据卡	143
12. 等参梁元	153
12.1 单元组控制卡	153
12.2 材料和截面特性数据卡	153
12.3 应力输出表卡	153
12.4 单元数据卡	153
13. 板/壳元	163
13.1 单元组控制卡	163
13.2 材料特性数据卡	163
13.3 内力输出表卡	163

13.4 单元数据卡	163
14. 壳元	171
14.1 单元组控制卡	171
14.2 材料特性数据卡	171
14.3 应力输出表卡	172
14.4 壳厚度表卡	172
14.5 单元数据卡	172
15. 二维 (2/D) 流体元	184
15.1 单元组控制卡	185
15.2 材料特性数据卡	185
15.3 单元数据卡	185
16. 三维 (3/D) 流体元	190
16.1 单元组控制卡	191
16.2 材料特性数据卡	191
16.3 单元数据卡	191
17. 子结构数据	197
17.1 子结构控制卡	197
17.2 子结构节点数据	198
17.3 子结构集中质量和阻尼	199
17.4 子结构初始条件	200
17.5 子结构单元组数据	200
17.6 子结构重复使用卡	200
18. 外加载荷数据	203
(一) 结构载荷数据	203
18.1 集中载荷数据	203
18.2 Y-Z 平面内二维 (2/D) 压力载荷数据	204
18.3 三维 (3/D) 压力载荷数据	205
18.4 两节点梁分布载荷数据	207
18.5 等参梁分布载荷数据	209
18.6 板/壳压力载荷数据	211
18.7 壳压力载荷数据	212
18.8 与质量成正比的载荷数据	215
18.9 给定位移的数据	216
18.10 节点温度数据	217
(二) 子结构载荷数据	218
19. 频率计算卡	219
19.1 行列式搜索法卡	219
19.2 子空间迭代法卡	219
附录 1: 在 CDC 计算机上执行 ADINA 的控制卡	220
附录 2: 执行 ADINA 重新开始运算的控制卡	221

第二篇 ADINAT 程序

第四章 ADINAT 的描述	223
----------------------	-----

1. 引言	223
2. 热传导基本方程	223
2.1 场基本方程	223
2.2 边界条件	225
2.3 初始条件	225
2.4 场问题之间的相似性	225
3. 有限元解法	226
3.1 场增量方程	226
3.2 有限单元的离散化	227
3.3 边界条件的引入	229
3.4 逐步时间积分	230
3.5 相变	230
4. 程序的组织	232
4.1 有限元网格和单元数据输入	232
4.2 常数系统矩阵的形成	233
4.3 外加热流矢量的计算	234
4.4 逐步求解	234
5. 特征系统求解	235
6. 程序特点	236
6.1 重新开始分析	236
6.2 数检运行	236
6.3 ADINAT 在不同计算机上的装配	236
参考文献	236
第五章 实例分析	238
1. 受到均匀热流输入的半无限体的线性瞬态热传导分析	238
2. 方柱的线性稳态热传导分析	239
3. 空心长圆柱体的线性稳态热传导分析	239
4. 内部有热生成的板的非线性稳态温度分析	239
5. 用电压测量法进行受弯试件的裂纹扩展分析	240
6. 边界上同时承受对流和辐射的板的瞬态温度分析	241
7. 航天飞机热防护系统的非线性温度分析	241
8. 半无限大板状液体的固化	243
参考文献	246
第六章 ADINAT 用户手册	247
说明	247
1. 标题卡 (12A6)	247
2. 主控制卡	247
3. 时间步长数据	254
4. 节点数据 (A1, I4, A1, I4, 3F10.0, I5)	255
5. 集中节点热容 (I10, F10.0)	257
6. 初始条件	257
7. 热流载荷控制卡	258
8. 时间函数的确定	260

9. 施加热流数据	261
9.1 节点温度规定	261
9.2 节点对流温度数据	262
9.3 节点辐射温度数据	262
9.4 集中热流输入	263
9.5 Y-Z平面内二维元上的分布热流载荷数据	264
9.6 三维元上的分布热流载荷数据	266
9.7 内部热生成数据	267
10. 一维传导元	269
10.1 单元组控制卡片	270
10.2 材料性质数据卡	271
10.3 单元数据卡	274
11. 二维传导元	274
11.1 单元组控制卡	276
11.2 材料性质数据卡	278
11.3 热流输出表卡	282
11.4 单元数据卡	283
12. 三维传导元	285
12.1 单元组控制卡	285
12.2 材料特性数据卡	288
12.3 热流输出表卡	293
12.4 单元数据卡	294
13. 对流边界元	297
13.1 单元组控制卡	298
13.2 对流特性数据	299
13.3 对流节点数据	300
14. 辐射边界元	303
14.1 单元组控制卡	303
14.2 辐射特性数据	304
14.3 辐射节点数据	305
15. 热频率和模态计算	308
附录 1: 在 CDC 计算机上执行 ADINAT 的控制卡片	309
附录 2: 为重新启动设置的卡片组	310

第三篇 ADINA—PLOT程序

第七章 ADINA—PLOT 的说明和使用	311
1. 一般描述	311
2. 程序细节	315
2.1 自由格式输入	315
2.2 绘图符号表	317
2.3 ADINA 通道文件的产生	317
2.4 定义	318

3. 命令和参数	319
3.1 命令参数表	319
3.2 定义命令	322
(程序控制)	322
FILE (文件)	323
CONTROL (控制)	323
DATABASE (数据基)	324
SAME (相同)	326
END (结束)	326
TEST (检验)	326
(绘图定义)	327
FRAME (图框)	327
SUBFRAME (子框)	327
VIEW (视图)	328
AXIS (轴)	328
(区域定义)	329
BZONE	329
EGZONE	329
EZONE	330
ZZONE	330
(点或线的定义)	331
NPOINT (节点)	331
EPOINT (单元应力点)	331
NPLINE (节点线)	331
EPLINE (单元积分点线)	332
(合成量定义)	332
NVARIABLE (节点变量)	332
EVARIABLE (单元变量)	332
CONSTANT (实常数)	334
RESULTANT (合成量)	334
3.3 执行命令	336
绘图命令	336
(标题)	337
TEXT (题目)	337
(变形后或者未变形的单元网格)	338
MESH (网格)	338
MODE (振型)	340
(时间历程)	342
NHISTORY (节点历程)	342
EHISTORY (单元历程)	343
RHISTORY (合成量历程)	346
(线段变化)	347

NLINE (节点线段)	347
ELINE (单元线段)	348
RLINE (合成量线段)	350
(绘矢量图)	351
EVECTOR (单元主应力)	351
列表命令	352
(信息)	352
EINFO (单元信息)	352
(结果)	352
NLIST (节点结果表)	352
ELIST (单元结果表)	353
RLIST (合成量表)	353
MLIST (振型位移表)	354
GLIST (节点整体坐标表)	354
(搜索)	355
NMAX (节点变量最大值)	355
EMAX (单元变量最大值)	356
RMAX (合成量最大值)	356
NEXCEED (超过的节点变量)	357
EEXCEED (超过的单元变量)	357
REXCEED (超过的合成量)	358
第八章 应用实例 (ADINA-PLOT)	359
1. 塔索的静力和频率分析	360
2. 橡皮薄板的大位移和大应变静力分析	362
3. 球壳的静力和动力大位移分析	367
4. 厚壁圆筒的热弹塑性静力分析	370
5. 厚壁圆筒的循环蠕变分析	374
6. 弹性简支板的大位移分析	378
7. 悬臂梁的热弹性静力分析	382
8. 地下通道的静力分析	384
9. 钢筋混凝土梁的静力和动力分析	387
10. 柱壳的线性分析	390
11. 一组充满液体同心筒的静力分析	395
12. 承受移动载荷的梁的分析	399
13. 三角形悬臂板的自由振动分析	401
14. 扁拱的大挠度分析	403
15. 固支双曲抛物壳分析	407
16. 用子结构法对承受撞击载荷的八层建筑物进行的动力分析	411

第一篇 ADINA 程 序

提 要

本篇描述了线性和非线性、静力和动力有限元分析计算机程序 ADINA 的现行文本。整篇内容分成三个部分。在第一章中，讨论了该程序的求解能力、所用的数值技巧、单元库、程序的逻辑结构及存贮分配。在第二章中，对随该程序一起提供使用的一套数据，介绍了其对应问题的简要说明和求解结果。在本篇的最后一部分，第三章中，提供了 ADINA 程序的用户手册。

第一章 ADINA 的 描 述

1. 引 言

近年来，已经日益认识到诸如土建、航空和机械工程中所遇到的各种类型结构的研究和设计中，执行有效的线性和非线性分析的能力，可能是一项很重要的有价值的贡献。首先，复杂结构的线性和非线性分析，已有可能利用电子计算机在实际结构的离散模型上进行。已经证明一种非常有效的离散化方法就是有限元法〔1~4〕。这种方法既能用于分析结构和固体力学中的问题，又能用于分析热传导（及其它场）、液体流动、电-磁等领域中的问题。

本篇的目的是综述计算机程序 ADINA 现行文本的能力；介绍某些实例；以及该程序的用户手册。ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis) 是对固体、结构及结构-流体系统作静、动位移和应力分析的一个计算机程序。程序能用来执行线性和非线性分析。由于在许多情况下，只要求作线性分析，而且对非线性分析总是要先作线性分析，因此，设计了一个能非常有效地执行线性分析的程序，而且，在线性分析之后，只要作相当少的输入改动，就能进行非线性分析。

与 ADINA 配套的线性和非线性、稳态和瞬态热传导分析程序是 ADINAT〔5〕。

在文献〔4〕、〔6〕中，综述了 ADINA 中所用的理论，在文献〔7~17，20~22，24〕中，给出了理论上的其他细节，并附有进一步的实例解答。

用 ADINA 分析的结构系统，可以由若干组不同的有限元组合而成。程序目前包括以下一些单元类型：

1. 三维桁元
2. 二维平面应力和平面应变元
3. 三维平面应力元
4. 二维轴对称壳或固体元
5. 三维固体和厚壳元
6. 三维两节点梁元
7. 等参梁元
8. 三节点板/壳元
9. 等参薄壳元
10. 二维和三维流体元

非线性性质可以是由大位移、大应变和材料非线性性质引起的。目前可用的材料种类是：

桁元

1. 线弹性
2. 非线性弹性
3. 热-弹性
4. 弹-塑性
5. 热弹塑性和蠕变

二维元

1. 各向同性线弹性
2. 正交异性线弹性
3. 各向同性热弹性
4. 曲线模式
5. 混凝土模式
6. 弹塑性材料, Von Mises 和 Drucker-Prager 屈服条件
7. 热弹塑性-蠕变, Von Mises 屈服条件
8. Mooney-Rivlin 材料

三维元

1. 各向同性线弹性
2. 正交异性线弹性
3. 各向同性热弹性
4. 曲线模式
5. 混凝土模式
6. 弹塑性材料, Von Mises 和 Drucker-Prager 屈服条件
7. 热弹塑性-蠕变, Von Mises 屈服条件

两节点梁元

1. 线弹性
2. 弹塑性, Von Mises 屈服条件

等参梁元

1. 线弹性

2. 弹塑性, Von Mises 屈服条件

三节点板/壳元

1. 各向同性线弹性; 2. 正交异性线弹性; 3. 弹塑性, Ilyushin 屈服条件

壳元

1. 线弹性; 2. 弹塑性, Von Mises 屈服条件

ADINA 是一个芯外存贮的 (out-of-core) 解题程序, 其平衡方程是按块处理的, 因此它可以求解很大的有限元系统。另外, 所有的结构矩阵是按紧凑格式存贮的, 即只有非零元素才被处理, 所以能得到最大的解题规模和求解效率。

除了平衡方程的芯外存贮解法之外, 实际上并不存在高速存贮器对所能使用的单元总数的限制。为了获得程序最大的解题能力, 单元是根据其类型, 以及它们是线性单元还是非线性单元, 按块处理的。在求解中, 低速存贮器用来贮存每块单元的全部信息, 在非线性单元的情况下, 这些信息是在时间积分过程中被修正的。所需的低速存贮容量, 控制着所能处理的有限元系统的规模。简单地说, 有以下一些分析方法可供选用。

线性分析

在线性静力和动力分析中, 能采用带有某种限制的子结构。在动力分析中, 能计算系统的频率, 并能用振型叠加法, 隐式直接时间积分法 (Newmark 法或 Wilson 法), 或显式直接时间积分法 (中心差分法), 计算系统的响应。

非线性分析

在非线性分析中, 用平衡方程增量解法来计算有限元系统的响应。所采用的增量求解方案是一种加速的修正牛顿迭代法或 BFGS 法。为了提高求解效率和确保得到一个正确的解, 用户能够指定形成新的有效刚度阵的求解步和指定进行平衡迭代的求解步。在动力分析中, 能采用隐式时间积分 (Newmark 法或 Wilson 法) 或显式时间积分 (中心差分法)。在进行增量求解之前, 常数结构矩阵 (即线性有效刚度阵、可能用到的线性刚度、质量和阻尼矩阵) 和载荷矢量, 都已被组装, 并贮存在低速存贮器上。而且, 在逐步求解过程中, 线性有效刚度矩阵只是因系统的非线性性质才作修正。

在本篇以下的章节里, 叙述了能用于静力和动力分析的几种不同的选择方案。介绍 ADINA 单元库、材料模式和程序组织的概貌, 列出了某些实例的求解结果, 并提供了程序的用户手册。

2. 结构系统的平衡方程

在文献[4]和[6]中给出了 ADINA 中所用的有限元平衡方程。在线性分析中, $t + \Delta t$ 时刻的控制平衡方程是:

$$\bar{M}^{t+\Delta t} \ddot{U} + \bar{C}^{t+\Delta t} \dot{U} + \bar{K}^{t+\Delta t} U = {}^{t+\Delta t} \bar{R} \quad (1a)$$

在 ADINA 中, 可采用隐式时间积分、显式时间积分、或者振型叠加分析方法[4]求解这些方程。

在非线性分析中, 所用的增量有限元平衡方程是:

在隐式时间积分中为

$$\bar{M}^{t+\Delta t} \ddot{U} + \bar{C}^{t+\Delta t} \dot{U} + {}^t K U = {}^{t+\Delta t} \bar{R} - {}^t \bar{F} \quad (1b)$$

在显式时间积分中为

$$\bar{M}^t \ddot{U} + \bar{C}^t \dot{U} = {}^t\bar{R} - {}^t\bar{F} \quad (1c)$$

在方程 (1a) 到 (1c) 中, 用了下列符号

$\bar{M}$ ——常质量矩阵

$\bar{C}$ ——常阻尼矩阵

$\bar{K}$ ——常刚度矩阵

${}^t\bar{K}$ —— t 时刻的切线刚度矩阵

${}^t\bar{R}, {}^{t+\Delta t}\bar{R}$ ——在 $t, t + \Delta t$ 时刻, 施加的外载荷矢量

${}^t\bar{F}$ ——等价于 t 时刻单元应力的节点力矢量

${}^t\dot{U}, {}^{t+\Delta t}\dot{U}$ ——在 $t, t + \Delta t$ 时刻的节点速度矢量

${}^t\ddot{U}, {}^{t+\Delta t}\ddot{U}$ ——在 $t, t + \Delta t$ 时刻的节点加速度矢量

$\bar{U}$ ——从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻的节点位移矢量增量, 即 $\bar{U} = {}^{t+\Delta t}U - {}^tU$

应注意到, 若不包含质量和惯性影响, 则方程 (1a) 和 (1b) 就简化为静力分析中的方程。

通常, 由方程 (1b) 的解得到一个近似的位移增量 $\bar{U}$ 。为了改进解的精度, 以及在某些情况下防止不稳定性的发展, 需要在每个时间步长上, 或预先选定的时间步长上, 使用平衡迭代 [17]。在这种情况下, 我们考虑平衡方程

$$\bar{M} {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)} + \bar{C} {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)} + {}^t\bar{K} \Delta \bar{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\bar{R} - {}^{t+\Delta t}\bar{F}^{(i-1)} \quad (2)$$

这里 $\bar{M}, \bar{C}, {}^t\bar{K}$ 和 ${}^{t+\Delta t}\bar{R}$ 与前面所定义的相同, 而 ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}, {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)}, {}^{t+\Delta t}\bar{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\bar{U}^{(i-1)} + \Delta \bar{U}^{(i)}$ 是在第 i 次迭代中获得的加速度、速度、位移的近似值。第一次迭代 (即方程 (2) 中的 $i = 1$), 相当于方程 (1b) 的解, 这里 $\Delta \bar{U}^{(1)} = \bar{U}$, ${}^{t+\Delta t}\bar{U}^{(0)} = {}^tU$, ${}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\dot{U}$, ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\ddot{U}$, ${}^{t+\Delta t}\bar{F}^{(0)} = {}^t\bar{F}$ 。节点力矢量 ${}^{t+\Delta t}\bar{F}^{(i-1)}$ 等价于与位移 ${}^{t+\Delta t}\bar{U}^{(i-1)}$ 相对应状态下的单元应力。速度和加速度的近似值 ${}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)}$ 和 ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}$, 则取决于所采用的时间积分方法 [4]。

方程 (2) 中所用的求解方案相当于修正的牛顿迭代法 [4] [9]。在 ADINA 中, 可采用 Aitken 法、发散处理方法或 BFGS 法, 使收敛加速。

在 ADINA 程序中, 对显式时间积分采用了中心差分法, 而在动力响应的隐式时间积分中, 则采用 Newmark 法或 Wilson 法。

表 1-1 概括了线性或非线性、静力或动力分析的各种算法。在 3.4 节中, 讨论了在逐步求解过程中所执行的特殊运算。

2.1 由单元到结构矩阵和力矢量

用单元矩阵直接相加和矢量直接相加的方法, 来形成表 1-1 中的结构矩阵 [4]; 例如

$$\bar{K} = \sum_m \bar{K}^{(m)} \quad (3)$$

这里 $\bar{K}^{(m)}$ 是第 m 个单元的刚度矩阵。虽然 $\bar{K}^{(m)}$ 在形式上有与 $\bar{K}$ 同样的阶数, 但是在 $\bar{K}^{(m)}$ 中, 只有与单元自由度有关的那些项不为零。因此, 利用紧凑形式的单元矩阵, 再带上把单元自由度联系到结构自由度上去的识别数组, 就能完成单元矩阵的相加和矢量的相加。

在 ADINA 程序中, 既可以采用集束 (Lumped) 质量矩阵, 也可以采用一致 (Consistent) 质量矩阵。此外, 还可以输入对应于选定自由度的集中质量, 并规定阻尼只能采用集中节点阻尼的形式。有关集束质量分析和一致质量分析的优点, 已在文献 [4, 6, 12] 中作了讨论。

2.2 位移边界条件

假使一个位移分量为零,那末,在结构平衡方程中,与它相应的方程就不再保留,同时对应的单元刚度和质量项就不再予以考虑。为了强行施加非零位移值,可以规定约束方程。位移约束边界条件,可以用来规定一个节点在各个时间(或载荷)步上的位移值,或用来建立不同位移之间的线性关系。为了规定位移值,可以采用以下关系

$$U_{n,i} = \text{fact} \cdot f_i(t) \quad (4a)$$

这里 $U_{n,i}$ 是被指定的位移分量值, fact 是一个乘子, $f_i(t)$ 是时间函数,它们两个都是输入量。

为了建立位移之间的线性关系, ADINA 按下式运算

$$U_{n,m} = \beta_j U_{j,k} + \beta_i U_{i,i} + \dots \quad (4b)$$

这里 $U_{n,m}$ ——在节点“n”上,“m”方向的位移分量;称 $U_{j,k}$ 为从属位移分量;

β_j ——常数乘子;

$U_{j,k}$ ——在节点“j”上,“k”方向的位移分量,称 $U_{j,k}$ 为独立位移。

在求解中,用修正原始平衡方程的方法,也就是用独立位移分量来表示所有的从属位移分量的方法〔4〕,来强行满足这些位移的约束关系。

3. 程序的组织

在 ADINA 程序中,整个求解过程分成四个不同的阶段

1. 有限元网格和单元数据输入

在这一阶段,由程序读入并生成控制信息和节点输入数据。建立每个节点的可动自由度的方程号。读入初始条件。读入和生成单元数据,计算单元联系数组,并把所有单元信息贮存在带上。

2. 常数结构矩阵的装配

在进行方程(2)求解之前,组装线性结构刚度矩阵、质量矩阵和阻尼矩阵,并贮存在带上(或者其它的低速存贮器上)。此外,计算并贮存有效线性结构刚度矩阵(见表1-1)。

3. 载荷矢量计算

对每个时间(载荷)步,计算外部施加的载荷矢量,并贮存在带上。

4. 逐步求解

在这一阶段,得到方程(1)在全部时间(或载荷)点上的解。除了位移、速度和加速度

表1-1 逐步积分综述

静力分析和利用隐式时间积分(Wilson- θ 法或Newmark法)或显式时间积分(中心差分法)的动力分析。

.....初始计算.....

1. 形成可能会用到的线性刚度阵 $\bar{K}$ 、质量阵 $\bar{M}$ 和阻尼阵 $\bar{C}$,计算以下常数:

$\text{tol} \leq 0.01$, $\text{nitem} \geq 3$; 在静力分析中 $\theta = 1$ 并转到3。

Wilson- θ 法: $\theta \geq 1.37$, 通常 $\theta = 1.4$, $\tau = \theta \Delta t$

$$\begin{aligned} a_0 &= 6/\tau^2 & a_1 &= 3/\tau & a_2 &= 2a_1 \\ a_3 &= 2 & a_4 &= 2 & a_5 &= \tau/2 \\ a_6 &= a_0/\theta & a_7 &= -a_2/\theta & a_8 &= 1 - 3/\theta \\ a_9 &= \Delta t/2 & a_{10} &= \Delta t^2/6 \end{aligned}$$

Newmark法: $\theta = 1.0$, $\delta \geq 0.50$, $\alpha \geq 0.25(0.5 + \delta)^2$, $\tau = \Delta t$

$$\begin{aligned} a_0 &= 1/(\alpha \Delta t^2) & a_1 &= \delta/(\alpha \Delta t) & a_2 &= 1/(\alpha \Delta t) & a_3 &= 1/(2\alpha) - 1 \\ a_4 &= \delta/\alpha - 1 & a_5 &= \Delta t(\delta/\alpha - 2)/2 & a_6 &= a_0 & a_7 &= -a_2 \end{aligned}$$

$$a_3 = -a_3$$

$$a_0 = \Delta t(1 - \delta)$$

$$a_{10} = \delta \Delta t$$

中心差分法:

$$a_0 = 1/\Delta t^2$$

$$a_1 = 1/2\Delta t$$

$$a_2 = 2a_0$$

$$a_3 = 1/a_2$$

2. 置初始值 ${}^0\bar{U}$, ${}^0\dot{\bar{U}}$, ${}^0\ddot{\bar{U}}$,

只对中心差分法, 根据初始条件计算 $\Delta t\bar{U}$,

$$\Delta t\bar{U} = {}^0\bar{U} + \Delta t {}^0\dot{\bar{U}} + a_3 {}^0\ddot{\bar{U}}$$

3. 形成有效线性系数矩阵;

在隐式时间积分或者静力分析中,

$$\hat{\bar{K}} = \bar{K} + a_0 \bar{M} + a_1 \bar{C}$$

在显式时间积分中, $\hat{\bar{M}} = a_0 \bar{M} + a_1 \bar{C}$

4. 在线性静力分析和用隐式时间积分的线性动力分析中, 三角分解 $\hat{\bar{K}}$ 。

……对每个时间步……

A. 在线性分析中

(1) 形成有效载荷矢量;

在静力分析或隐式时间积分中,

$$\begin{aligned} {}^{t+\tau}\hat{\bar{R}} = & {}^t\bar{R} + \theta ({}^{t+\Delta t}\bar{R} - {}^t\bar{R}) + \bar{M} (a_0 {}^t\bar{U} + a_2 {}^t\dot{\bar{U}} \\ & + a_3 {}^t\ddot{\bar{U}}) + \bar{C} (a_1 {}^t\bar{U} + a_4 {}^t\dot{\bar{U}} + a_5 {}^t\ddot{\bar{U}}) \end{aligned}$$

在显式时间积分中,

$$\hat{\bar{R}} = {}^t\bar{R} + a_2 \bar{M} ({}^t\bar{U} - {}^{t-\Delta t}\bar{U}) + \hat{\bar{M}} {}^{t-\Delta t}\bar{U} - {}^t\bar{F}$$

(2) 解位移增量;

在静力分析和隐式时间积分中,

$$\hat{\bar{K}} {}^{t+\tau}\bar{U} = {}^{t+\tau}\hat{\bar{R}}, \quad \bar{U} = {}^{t+\tau}\bar{U} - {}^t\bar{U}$$

在显式时间积分中,

$$\hat{\bar{M}} {}^{t+\Delta t}\bar{U} = {}^t\hat{\bar{R}}$$

(3) 转到 C。

B. 在非线性分析中

(1) 在静力分析或者隐式时间积分中, 假使要形成新的刚度阵, 则修正因非线性刚度对 $\hat{\bar{K}}$ 的影响, 从而得到 ${}^t\hat{\bar{K}}$, 三角分解 ${}^t\hat{\bar{K}}$:

$${}^t\hat{\bar{K}} = \bar{L} \bar{D} \bar{L}^T$$

(2) 形成有效载荷矢量;

在静力分析或隐式时间积分中,

$${}^{t+\tau}\hat{\bar{R}} = {}^t\bar{R} + \theta ({}^{t+\Delta t}\bar{R} + {}^t\bar{R}) + \bar{M} (a_2 {}^t\dot{\bar{U}} + a_3 {}^t\ddot{\bar{U}}) + \bar{C} (a_4 {}^t\dot{\bar{U}} + a_5 {}^t\ddot{\bar{U}}) - {}^t\bar{F}$$

在显式时间积分中,

$${}^t\hat{\bar{R}} = {}^t\bar{R} + a_2 \bar{M} ({}^t\bar{U} - {}^{t-\Delta t}\bar{U}) + \hat{\bar{M}} {}^{t-\Delta t}\bar{U} - {}^t\bar{F}$$

(3) 解位移增量;

在静力分析中, 或者在要用最新 $\bar{D}$ 、 $\bar{L}$ 因子的隐式时间积分中,

$$\bar{L} \bar{D} \bar{L}^T \bar{U} = {}^{t+\tau}\hat{\bar{R}}$$

在显式时间积分中,

$$\hat{\bar{M}} {}^{t+\Delta t}\bar{U} = {}^t\hat{\bar{R}}$$

(4) 假使对静力或者动力 (在隐式时间积分中) 平衡问题, 要求迭代

$$\bar{U}^{(0)} = \bar{U}, \quad i = 0$$

于是

(a) $i = i + 1$

(b) 计算第 $i - 1$ 次的加速度、速度和位移的近似值;

$${}^{t+\tau}\ddot{\bar{U}}^{(i-1)} = a_0 \bar{U}^{(i-1)} - a_2 {}^t\dot{\bar{U}} - a_3 {}^t\ddot{\bar{U}},$$