

SHUXUE GONGSHI

H. 奈茨 主编

数学公式

海 洋 出 版 社

内 容 简 介

这是一本周密、严谨的数学公式和例题汇集，具有普及性及实用性。它从初等的算术、代数、几何、三角到解析几何、微积分、矢量运算、数值法…最后以复变函数。本书虽侧重于应用数学，但并不失其系统性，它既不同于我国现在通用的公式汇集，也非单纯的题解。而是将公式与例题巧妙结合，从实际出发，精心设计，结构合理，使用方便，是国内少见的。

本书可供中学生、大学生、教师、工人、工程技术人员和科研人员等广泛人士使用。

Formeln der Mathematik

数 学 公 式

1977年第三版

H. 莱茨 主编

石胜文 译

海 洋 出 版 社 出 版

(北京复兴门海贸大楼)

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1983年3月第1版 1983年3月第1次印刷

开本：787×1092 1/32 印张：22%

字数：400,000 印数：1—50,000

统一书号：13193·0144 定价：3.00元

目 录

第一章 算术和代数

1·1 实数	(1)	1·5 复数	(28)
1·1·1 实数的分类	(1)	1·5·1 定义与表示法	(28)
1·1·2 有序性(不等式)	(1)	1·5·2 复数的运算	(31)
区间	(2)	1·5·2·1 加法与减法	(31)
绝对值	(3)	1·5·2·2 乘法	(31)
符号	(4)	1·5·2·3 乘方	(31)
1·2 基本运算	(4)	1·5·2·4 除法	(33)
1·2·1 加法和减法	(4)	1·5·2·5 开方	(33)
1·2·2 乘法	(5)		
1·2·3 除法	(6)		
1·2·4 乘方(幂)	(10)		
1·2·5 开方	(13)		
1·2·6 二项式定理	(17)		
1·2·7 二项式系数	(19)		
1·3 比例和平均值	(21)		
1·3·1 比例	(21)		
1·3·2 线性插值法	(23)		
1·3·3 平均值	(24)		
1·4 常用(以 10 为底的)对数	(26)		
		1·6 排列与组合	(35)
		1·6·1 全排列	(35)
		1·6·2 组合	(36)
		1·6·3 选排列	(36)
		1·7 行列式	(38)
		1·7·1 定义与记法	(38)
		1·7·2 行列式的计算	(39)
		1·7·3 行列式的性质	(41)
		1·8 代数方程	(42)
		1·8·1 一元方程	(42)
		1·8·1·1 一元一次方程 (线性方	

程)* ¹(43)	1·8·2·1 线性方程
1·8·1·2 一元二次方程 (平方方程)* ² ...(43)	(一次方程)组...(55)
1·8·1·3 一元三次方程 (立方方程)* ³ ... (45)	1·8·2·2 非线性方程 组(59)
1·8·1·4 一元四次 方程(49)	1·9 初等级数(61)
1·8·1·5 一元 n 次 方程(52)	1·9·1 算术级数(61)
1·8·2 方程组(55)	1·9·2 几何级数(65)
	1·9·3 复利与年金 计算(66)

第二章 平面几何与立体几何

2·1 平面几何(68)	2·1·3·5 矩形(82)
2·1·1 角与角间关系...(68)	2·1·3·6 正方形(82)
2·1·2 三角形(69)	2·1·3·7 圆内接四边 形(83)
2·1·2·1 角与边间相互 关系(69)	2·1·3·8 外切四边形 ... (83)
2·1·2·2 全等定理(70)	2·1·4 正 n 边形(84)
2·1·2·3 相似定理(71)	2·1·5 圆(86)
2·1·2·4 对称性(72)	2·1·5·1 一般性质(86)
2·1·2·5 三角形的特殊 线段(74)	2·1·5·2 圆公式(87)
2·1·2·6 一般三角形 公式(76)	2·2 立体几何(94)
2·1·2·7 特殊三角形 ... (79)	2·2·1 多面体(94)
2·1·3 四边形(80)	2·2·1·1 一般概念与 定理(94)
2·1·3·1 一般四边形 ... (80)	2·2·1·2 棱柱(94)
2·1·3·2 梯形(81)	2·2·1·3 棱锥(96)
2·1·3·3 平行四边形 ... (82)	
2·1·3·4 菱形(82)	

*₁——“(线性方程)”按正文加。——译者

*₂——“(平方方程)”按正文加。——译者

*₃——“(立方方程)”按正文加。——译者

2·2·1·4 正多面体	(98)	2·2·2·2 锥	(103)
2·2·2 曲面体	(100)	2·2·2·3 球	(105)
2·2·2·1 柱	(100)	2·2·2·4 旋转体	(108)

第三章 三 角

3·1 圆函数	(111)	公式	(130)
3·1·1 角的度量	(111)	3·1·6·8 三个角的三角函 数间关系	(131)
3·1·2 三角函数定义	(114)	3·2 平面三角	(132)
3·1·3 三角函数的图 象	(117)	3·2·1 直角三角形	(132)
3·1·4 振幅变化和周 期变化， 相位差	(119)	3·2·2 斜三角形	(133)
3·1·5 简谐振动	(120)	3·2·2·1 基本公式	(133)
3·1·6 三角函数间 关系	(123)	3·2·2·2 一般三角形 解法	(135)
3·1·6·1 同角三角函数 间关系	(123)	3·2·2·3 三角形特殊量 计算	(137)
3·1·6·2 和角公式	(125)	3·2·2·4 大地测量的基本 问题	(138)
3·1·6·3 和差化积公 式	(127)	3·3 球面三角	(140)
3·1·6·4 三角函数积 公式	(128)	3·3·1 球面几何	(140)
3·1·6·5 倍角公式	(129)	3·3·2 球面直角三角 形	(141)
3·1·6·6 半角公式	(129)	3·3·3 球面斜三角形	(143)
3·1·6·7 三角函数乘方		3·3·4 绕大圆飞行、等 角线飞行 (斜航)	(147)

第四章 平面解析几何

4·1 坐标系与坐标变换	4·4·5 极点与极线 (173)
4·1·1 平面坐标系 (150)	4·4·6 同心圆 (173)
4·1·2 直角坐标变换 (153)	4·4·7 圆束, 根轴 (173)
4·2 平面上的点 (155)	4·5 椭圆与双曲线 ... (176)
4·2·1 直线上的点 (155)	4·5·1 一般性质 (176)
4·2·2 多边形的重心与面积 (160)	4·5·1·1 曲线方程 (177)
4·3 直线 (161)	4·5·1·2 等边轴双曲线, 共轭双曲线 ... (177)
4·3·1 直线方程 (161)	4·5·1·3 一般二次式 ... (179)
4·3·2 直线的特性 (165)	4·5·1·4 焦点特性 (181)
4·3·2·1 两直线的交点 (165)	4·5·1·5 切线与法线 ... (181)
4·3·2·2 两直线夹角 ... (166)	4·5·1·6 直径与共轭直径 (184)
4·3·2·3 直线的垂直与平行 (166)	4·5·1·7 极点与极线 ... (185)
4·3·2·4 点到直线的垂直距离 (166)	4·5·1·8 曲率圆 (185)
4·3·2·5 角平分线 (166)	4·5·1·9 双曲线的渐近线和以渐近线为坐标轴的双曲线方程 (186)
4·3·2·6 三直线共点 ... (167)	4·5·2 作图 (189)
4·3·2·7 直线束 (167)	4·5·2·1 求作曲线上点 (189)
4·4 圆 (170)	4·5·2·2 求准线 (191)
4·4·1 圆心方程 (170)	4·5·2·3 求与直线的交点 (192)
4·4·2 一般二次式 (170)	4·5·2·4 求切线 (192)
4·4·3 圆与直线相交 ... (171)	4·5·2·5 求共轭直径 ... (194)
4·4·4 切线与法线 (171)	

4·5·2·6 求顶点处曲 率圆 (195)	4·6·4 切线与法线 (199) 4·6·5 极点与极线 (200)
4·6 抛物线 (196)	4·6·6 直径 (201) 4·6·7 曲率圆* (202)
4·6·1 顶点方程 (196)	4·6·8 抛物线弓形面 积** (202)
4·6·2 一般二次式 (197)	
4·6·3 直线与抛物线 相交 (198)	4·7 主轴变换 (204)

第五章 空间解析几何

5·1 坐标系 (211)	5·6·1 概述 (229)
5·1·1 直角坐标系 (211)	5·6·1·1 曲面方程 (229)
5·1·2 一般曲线坐标 系 (212)	5·6·1·2 曲线坐标 (230)
5·1·3 球坐标系 (212)	5·6·1·3 切平面与法 线 (230)
5·1·4 圆柱坐标系 (213)	5·6·1·4 奇点 (232)
5·2 直角坐标变换 ... (214)	5·6·1·5 线元与面元, 第一基本量 ... (234)
5·2·1 平移 (214)	5·6·1·6 曲线坐标线 的方向余弦
5·2·2 旋转 (215)	与夹角 (234)
5·3 空间中的点与方 向 (218)	5·6·1·7 法截线, 主 法截线, 曲 率 (235)
5·4 空间中的平面 ... (219)	5·6·1·8 曲面的映像 ... (240)
5·4·1 平面方程 (219)	5·6·2 二次曲面 (240)
5·4·2 特殊性质 (221)	5·7 空间曲线 (245)
5·5 直线 (224)	5·7·1 表示法 (245)
5·5·1 直线方程 (224)	
5·5·2 特性 (227)	
5·6 空间曲面 (229)	* 目录中无,据正文补. ——译者 ** 同上译注.

5·7·2 主要量	(246)	5·7·2·5 次法线	(248)
5·7·2·1 切线	(246)	5·7·2·6 从切平面	(249)
5·7·2·2 法平面	(247)	5·7·3 曲率与挠率	(249)
5·7·2·3 密切平面	(247)	5·7·4 伴随三棱形	
5·7·2·4 主法线	(248)	主方程组	(258)

第六章 微 分 学

6·1 数列的极限	(260)	数函数	(287)
6·2 函数的一般性 质	(263)	6·3·5 三角函数和反 三角函数	(290)
6·2·1 函数概念及其 分类	(263)	6·3·6 双曲函数和反 双曲函数	(297)
6·2·2 函数的极限	(269)	6·3·6·1 双曲函数的定义 和一般性质	(297)
6·2·2·1 右极限与左 极限	(269)	6·3·6·2 双曲函数间关 系	(298)
6·2·2·2 一般极限运 算法则	(270)	6·3·6·3 反双曲函数	(302)
6·2·2·3 渐近逼近	(272)	6·3·6·4 反双曲函数 间关系	(304)
6·2·2·4 函数的阶	(272)	6·4 导数与微分	(305)
6·2·2·5 一些特殊极 限	(273)	6·4·1 差商、微商与 微分	(305)
6·2·3 连续	(275)	6·4·2 右导数和左导 数, 可微性	(308)
6·2·4 反函数	(277)	6·4·3 一般求导数法	(310)
6·3 初等函数	(278)	6·4·4 初等函数的一 阶导数	(315)
6·3·1 整有理函数 (多项式)	(278)	6·4·5 高阶导数与高 阶微分	(317)
6·3·2 分式有理函数	(281)		
6·3·3 无理函数	(284)		
6·3·4 指数函数和对			

6·4·6 微分学的基本	论 (344)
定理 (320)	6·6·4 微分几何 (344)
6·5 微分法的特殊	6·6·4·1 切线与法线 ... (344)
应用 (321)	6·6·4·2 弧元, 弧长 ... (345)
6·5·1 极大值与极小	6·6·4·3 曲率与曲率
值 (321)	圆 (345)
6·5·2 曲线讨论 (325)	6·6·4·4 渐屈线, 渐开
6·5·3 求不定式的极	线, 包络线 ... (345)
限 (328)	6·6·4·5 渐近线 (345)
6·5·4 平面曲线的微	6·6·5 用参数表示的
分几何 (332)	特殊曲线 (347)
6·5·4·1 切线方程与	6·6·5·1 摆线 (347)
法线方程 (332)	6·6·5·2 圆外摆线,
6·5·4·2 弧元, 弧长 ... (333)	圆内摆线 (351)
6·5·4·3 两曲线的相	6·7 函数的极坐标
切 (333)	表示式 (355)
6·5·4·4 曲率与曲率	6·7·1 定义与一般性
圆 (334)	质 (355)
6·5·4·5 渐屈线与渐	6·7·2 导数 (355)
开线 (335)	6·7·3 微分几何 (356)
6·5·4·6 包络线 (337)	6·7·4 特殊曲线的极
6·5·4·7 奇点 (339)	坐标表示式 (357)
6·5·4·8 渐近线 (341)	6·8 函数的级数展
6·6 函数的参数表	开 (363)
示式 (342)	6·8·1 泰勒级数与马
6·6·1 定义与一般性	克劳林级数 (363)
质 (342)	6·8·2 一些重要的幂
6·6·2 导数 (343)	级数 (366)
6·6·3 极值, 曲线讨	6·9 多变量函数 (375)

6·9·1 几何表示、一 般性质	(375)	6·9·2·6 对给定方向 的导数	(383)
6·9·2 偏导数, 全微 分	(377)	6·9·3 泰勒级数	(383)
6·9·2·1 一阶偏导数 ...	(377)	6·9·4 极值	(384)
6·9·2·2 高阶偏导数 ...	(378)	6·9·4·1 自由极值 ...	(384)
6·9·2·3 微分	(380)	6·9·4·2 条件极值 ...	(387)
6·9·2·4 复合函数的 全微分	(381)	6·9·5 变量变换	(389)
6·9·2·5 隐函数的微 分	(382)	6·9·5·1 单变量函数 ...	(389)
		6·9·5·2 两个变量的 函数	(392)

第七章 积 分 学

7·1 不定积分	(396)	积分	(411)
7·1·1 定义与一般性 质	(396)	7·1·4·3 三角函数和 双曲函数的 积分	(415)
7·1·2 基本积分表	(397)	7·1·4·4 其它超越函 数的积分	(418)
7·1·3 积分法	(398)	7·2 积分表	(420)
7·1·3·1 变量替换法 ...	(399)	7·2·1 有理函数的积 分	(420)
7·1·3·2 分部积分法 ...	(400)	7·2·2 无理函数的积 分	(428)
7·1·3·3 部分分式展 开	(403)	7·2·3 指数函数的积 分	(439)
7·1·3·4 通过展开成 级数求积分 ...	(407)	7·2·4 对数函数的积 分	(441)
7·1·4 初等函数的积 分	(408)	7·2·5 三角函数的积 分	
7·1·4·1 有理函数的 积分	(408)		
7·1·4·2 无理函数的			

分	(443)	P 函数	(475)
7·2·6	反三角函数的		7·3·6·5	椭圆积分 (476)
	积分 (452)	7·3·7	依赖于(含)参	
7·2·7	双曲函数的积			数的积分 (478)
	分 (454)	7·3·7·1	对参数的微	
7·2·8	反双曲函数的			商 (479)
	积分 (459)	7·3·7·2	对参数的积	
7·3	定积分 (461)		分 (479)
7·3·1	定义与基本性		7·4	积分在几何和物	
	质 (461)		理中的应用 (480)
7·3·2	定积分运算法		7·4·1	求面积 (480)
	则 (464)	7·4·2	求弧长 (484)
7·3·3	中值定理. 特		7·4·3	求旋转体体积 (485)
	殊中值 (465)	7·4·4	卡瓦利原理 (486)
7·3·4	积分不等式.		7·4·5	求旋转体面积 (486)
	估值 (466)	7·4·6	求静力矩 (487)
7·3·5	广义积分 (468)	7·4·7	求转动惯量 (488)
7·3·5·1	无穷限积分 (468)	7·4·8	求重心(坐标) (489)
7·3·5·2	无界函数的		7·5	曲线积分与多重	
	积分 (470)		积分 (491)
7·3·5·3	定积分表 (471)	7·5·1	曲线积分 (491)
7·3·6	特殊函数 (473)	7·5·1·1	第一类曲线积	
7·3·6·1	正弦积分与			分 (491)
	余弦积分 (473)	7·5·1·2	一般曲线积	
7·3·6·2	双曲正弦积			分 (493)
	分与双曲余		7·5·1·3	势 (495)
	弦积分 (474)	7·5·2	重积分 (498)
7·3·6·3	指数积分与		7·5·3	三重积分 (501)
	对数积分 (474)	7·5·3·1	多重积分变	
7·3·6·4	Γ -函数与 P			换 (504)

7·5·4 曲面积分	(505)	积分和空间积分
7·5·4·1 对曲面面积的		间关系
曲面积分	(505)	(508)
7·5·4·2 一般曲面积		7·6 重积分在力学和
分	(506)	物理学中的应用*
7·5·5 曲线积分. 曲面	 (510)

第八章 向量

8·1 向量代数	(516) (531)
8·1·1 基本概念	(516)	8·2·2 向量场·流·散度·
8·1·2 向量的加减	(517)	旋度
8·1·3 向量与标量相		8·2·2·1 向量场
乘	(518)	8·2·2·2 散度
8·1·4 单位向量	(518)	8·2·2·3 流
8·1·5 向量的分量表示		8·2·2·4 源和漏
式	(518)	8·2·2·5 无源场
8·1·6 方向余弦	(520)	8·2·2·6 旋度
8·1·7 线性关系	(521)	8·2·2·7 环流
8·1·8 向量乘法	(522)	8·2·2·8 无涡场
8·1·8·1 标量(内)积	(522)	8·2·2·9 拉普拉斯场
8·1·8·2 向量(外)积	(525)	8·2·3 算子运算
8·1·8·3 向量的多重复合		8·2·4 积分定理
积	(526)	8·2·4·1 高斯定理
8·2 向量分析	(528)	8·2·4·2 斯托克斯定理
8·2·1 微分法	(528) (547)
8·2·1·1 向量函数及其导		8·2·4·3 格林定理
数	(528)	(547)
8·2·1·2 标量场, 梯度	

* “重积分”三字系我加, 以别于 7·4. —
译者.

第九章 无穷级数

9·1 数项级数	(549)	9·2·3 幂级数	(559)
9·1·1 定义	(549)	9·2·3·1 收敛性	(559)
9·1·2 一般收敛定理…	(550)	9·2·3·2 幂级数运算 …	(560)
9·1·3 绝对收敛和条件 收敛	(553)	9·3 傅立叶级数	(561)
9·1·4 一些特殊数项级 数	(555)	9·3·1 定义与一般性质	(561)
9·2 函数项级数	(557)	9·3·2 收敛性	(565)
9·2·1 定义	(557)	9·3·3 一些特殊傅立叶 级数	(566)
9·2·2 一致收敛	(557)		

第十章 常微分方程

10·1 分类·记法·	方程	(577)
一般性质	(570)	10·2·2·6 积分因子	(578)
10·2 一阶微分方程 ...	(571)	10·2·2·7 线性微分方程	(579)
10·2·1 表示法·存在定 理	(571)	10·2·2·8 伯努利微分方 程	(581)
10·2·2 一阶一次微分 方程	(571)	10·2·2·9 黎卡提微分方 程	(582)
10·2·2·1 直接积分法…	(572)	10·2·3 一阶高次微分 方程	(584)
10·2·2·2 分离变量法…	(572)	10·2·3·1 按 y' 可解的 方程	(584)
10·2·2·3 变量替换法…	(573)	10·2·3·2 按 y 可解的 方程	(585)
10·2·2·4 齐次微分方程	(574)		
10·2·2·5 全(恰当)微分			

10·2·3·3 按 x 可解的	解.....	(600)
方程..... (586)		
10·2·3·4 不显含 y 的	10·3·3 常系数线性微	
方程..... (587)	分方程	(602)
10·2·3·5 不显含 x 的	10·3·3·1 齐次方程的	
方程..... (588)	解.....	(602)
10·2·3·6 二次齐次方程	10·3·3·2 非齐次方程	
..... (588)	的解.....	(603)
10·2·3·7 奇解..... (590)		
10·2·4 特殊应用	10·4 高阶微分方程 ... (606)	
10·2·4·1 曲线族的微分	10·4·1 一般解法	(606)
方程..... (591)	10·4·2 特殊解法	(608)
10·2·4·2 正交轨线族... (592)	10·4·3 线性微分方程	
10·2·4·3 等角轨线族... (592) (611)	
10·3 二阶微分方程 ... (593)	10·4·4 常系数线性微	
10·3·1 一般解法	分方程	(613)
10·3·2 二阶线性微分	10·5 微分方程组 (616)	
方程..... (599)	10·5·1 一般一阶微分	
10·3·2·1 齐次方程的解	方程组	(616)
..... (599)	10·5·2 常系数一阶微	
10·3·2·2 非齐次方程的	分方程组	(618)

第十一章 数值解法

11·1 一般方程数值	11·1·3·1 弦位法 (线性	
解法	插值)	(625)
11·1·1 图解法	11·1·3·2 二次插值法...	(626)
11·1·2 和纳表	11·1·3·3 牛顿法.....	(627)
11·1·3 修正法(逐步逼	11·1·3·4 迭代法.....	(629)
近法)	11·1·3·5 复根的处理...	(633)

11·1·4 格拉也费法 … (634)	11·4 数值微分 …… (664)
11·1·5 零点的个数与 位置…………… (637)	11·5 数值积分 …… (667)
11·1·5·1 鲍丹-傅立叶 法则…………… (637)	11·5·1 近似公式 …… (667)
11·1·5·2 笛卡尔(哈里 奥特) 符号法 则…………… (638)	11·5·2 特殊积分公式 …………… (668)
11·1·5·3 斯图姆链…… (638)	
11·2 线性方程组 …… (640)	11·6 微分方程的数值 积分 …… (671)
11·2·1 高斯消去法 … (640)	11·6·1 一阶微分方程 …………… (671)
11·2·2 简化高斯法 … (643)	11·6·1·1 图示等倾(斜) 线法…………… (671)
11·2·3 齐次方程组的 解…………… (645)	11·6·1·2 欧拉-柯西法 (折线法)…… (672)
11·2·4 用迭代法求解 …………… (648)	11·6·1·3 迭代法…… (673)
11·3 插值法 …… (650)	11·6·1·4 龙格-库塔法 …………… (676)
11·3·1 多项式定理 … (650)	11·6·1·5 阿达姆斯法… (679)
11·3·2 拉格朗日插值 法…………… (651)	11·6·2 二阶微分方程 …………… (683)
11·3·3 牛顿插值法 … (653)	11·6·2·1 尼于斯兑姆 法…………… (683)
11·3·4 等距横标时插 值公式 … … (655)	11·6·2·2 斯兑默尔法… (684)
	11·6·3 微分方程组 … (685)

第十二章 误差计算与修匀(补偿)计算

12·1 误差计算与平均 值 …… (687)	…………… (687)
12·1·1 等精密度观测	12·1·2 不等精密度观 测 …… (688)

12·2 相关观测的修匀	12·2·2 标准方程组 … (694)
..... (693)	12·3 附有条件方程组
12·2·1 误差方程 …… (693)	的修匀……… (698)

第十三章 复变函数初步

13·1 复数列…………… (702) (702)
13·2 单变量复变函数	13·3 初等复变函数… (705)

第一章 算术和代数

1·1 实 数

1·1·1 实数的分类

有理数类和无理数类构成全部实数。

有理数由正负整数($\pm 1, \pm 2, \dots$)、零和形如 $r = m/n^*$ 的分数组成，后者包括有尽十进位小数和无尽循环十进位小数(如 $3/4 = 0.75; 1/16.5 = 0.060606\dots = 0.\overline{06}^{**}$ ，这里，上加记号“—”的屡次重复的有序数字，称“循环节”)。

不能表示为有理数的实数，统称无理数(如 $\sqrt{2} = 1.414\dots$ ； $\lg 2 = 0.3010\dots$)。它们是无尽不循环小数。

1·1·2 有序性(不等式)

实数是有序排列的，也就是说，在每两个实数 $a \neq b$ (a 不等于 b) 之间，必有下列关系之一存在：

$a > b$ (a 大于 b) 或 $a < b$ (a 小于 b) 包括等号，可分别写作 $a \geq b$ (a 大于或等于 b) 或 $a \leq b$ (a 小于或等于 b)。

运算规则

- a) 若 $a < b$ ，且 $b < c$ ，则 $a < c$ ；
- b) 若 $a < b$ ，则 $a + c < b + c$ ；
- c) 若 $a < b$ ，且 $c < d$ ，则 $a + c < b + d$ (同向不等式可以相加)；
- d) 若 $a < b$ ，且 $c > d$ ，则 $a - c < b - d$ 和 $c - a > d - b$ (反向不等式可以相减)。

* m 和 n 是互质数， $n \neq 0$ 。——译者

** 原书误为 $1/15 = 0.0606060\dots = 0.\overline{060}$ 。——编者