

四杆直线导向机构 的设计与轨迹图谱

刘葆旗 黄 荣 著

北京理工大学出版社



T1112.1
L63

360076

四杆直线导向机构 的设计与轨迹图谱

刘葆旗 黄 荣 著

北京理工大学出版社

(京)新登字149号

内 容 简 介

本书介绍铰链四杆直线导向机构的设计方法,并给出了近2000个单直线和双直线导向机构的尺寸参数及轨迹图谱。书中所介绍的设计方法是以铰链四杆机构的空间模型原理为理论基础,并根据四杆机构的运动规律建立的,所以理论新颖、方法简单,便于为广大设计人员掌握。书中给出大量的四杆直线导向机构轨迹图可供设计者查阅,简化了设计过程,由此能大为缩短设计周期。

全书分为两部分。第一部分有4章,第一章介绍四杆直线导向机构的应用和研究概况;第二章介绍四杆机构连杆曲线的变化规律;第三章介绍设计四杆直线导向机构的曲线逼近法;第四章介绍设计四杆直接导向机构的鲍尔点曲线图谱法。第二部分为四杆单直线导向机构和四杆双直线导向机构的轨迹图谱。

本书介绍的方法和绘制的轨迹图谱为国内外首创,曾获机械工业部1984年科技成果壹等奖。

本书的读者对象为从事机械设计的工程技术人员、机械类有关专业的师生和技术工人。

四杆直线导向机构 的设计与轨迹图谱

刘葆旗 黄 荣 著

*

北京理工大学出版社出版发行

各地新华书店经售

北京外文印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 12印张 295千字

1992年6月第一版 1992年6月第一次印刷

ISBN7-81019-525-2/TH·52

印数: 1—2850册

定价: 7.10元

前 言

铰链四杆直线导向机构在重型机械、纺织机械、食品机械、包装机械、农业机械中都有广泛的应用。但要在尽可能短的时间内设计出一个满足多种性能要求的机构却并非易事。过去人们已建立了一些四杆直线导向机构的设计方法,然而这些方法与工程设计的要求还有一段距离,常常花费很多时间却只得到一个不可行的设计方案。因此建立一种简单、方便、实用的设计方法,绘制便于为广大设计人员在设计中查阅的图谱,这已成为直线导向机构设计的当务之急。

本书所介绍的四杆直线导向机构的设计方法和轨迹图谱是以铰链四杆机构空间模型原理为基础建立的,理论新颖,方法简单,便于为广大工程设计人员掌握。书中除绘制了大量的单直线及双直线导向机构轨迹图谱外,还绘制了很多鲍尔点曲线图谱,并给出几个设计用的程序,为设计者使用这些方法提供了方便条件。

本书介绍的设计方法及绘制的轨迹图谱,曾由机械科学研究院组织有关专家进行鉴定。上海交通大学楼鸿棣教授、陕西机械学院曹惟庆教授、原北京农业机械化学学院孙可宗教授、长春光学机械研究所于东英研究员、天津大学祝毓琨教授、北京科技大学陈立周教授、哈尔滨工业大学孙序梁教授、清华大学张世民教授、无锡轻工业学院吕庸厚教授等,参加了鉴定工作,并对研究成果给予了较高的评价,在此深表谢意。哈尔滨工业大学李华敏教授,曾对此项研究工作给予热情的指导和帮助,在此也深表谢意。

本书介绍的设计方法和轨迹图谱曾获机械工业部1984年科技成果壹等奖。

在整个研究过程中和本书的撰写过程中始终得到了著名科学家、学部委员雷天觉先生的支持和鼓励,他还在百忙之中为本书写序,在此特向雷天觉先生致以最衷心的感谢。

本书的不足之处在所难免,竭诚欢迎广大读者批评指正。

东北重型机械学院

刘葆旗 黄 荣

1991年9月

序

虽然希腊在阿基米德时期，中国在公输子时期，人类已经懂得将固体联接来取得一定规律的运动以达到所需目的；但研究机构运动的自觉要求是瓦特提出来的。在瓦特开发蒸汽机时，金属加工技术还很不发达。为了控制机件运动，只能用连杆和销子。当瓦特企图用连杆和销子以实现滑阀的直线运动时他发现这问题很难。因为他那时在格拉斯哥大学工作，便要求那里的数学家帮助。但数学家那时也没有办法。后来这事传开了，才发现全世界的数学家都解决不了这问题。瓦特只得用了一个连杆机构来近似地实现了直线运动。这问题直到瓦特死后才由一位法国数学家用一个复杂机构解决了。但到那时因为加工技术和润滑的发展已能靠导轨来解决。

这一历史事件似乎预示了连杆机构和导轨的竞争。在机械执行机构上，这竞争至今未见分晓。用导轨来完成直线运动设计非常容易，但笨重，易于磨损，而且制造成本很高，因而在恶劣的工作条件下几乎不能使用。用连杆则一般比较灵巧，而且可以作到实际上没有摩擦和磨损。但综合一个能产生所需要运动的机构却非常难。能被广泛利用的完成一定运动的连杆机构至今寥寥可数。斯迪文森和华夏特阀门启闭连杆机构及缩放尺就是其中的例子。

为了解决连杆的综合，在过去人们似乎走了两条不同的路。一是用理论方法。在这方面很多学者将工作做得非常深入细致，事实上已将连杆运动学发展成了数学的一个分支。但用于实际设计，这方法常太难。另一方法是将各种连杆的运动规律预先分析好，将运动轨迹列为图谱。到应用时找一个相近的再分析调整，以获得产生所需要运动的机构。对于四连杆机构这工作做得很早。这方法看来很简单实用，但过去的工作似嫌粗糙，因此起的作用不大。

本书作者用了多年精力，将注意集中在直线导向机构方面。也就是研究用连杆代替导轨问题。他用的方法是介乎上面所说两种方法之间。从连杆曲线的变化规律和直线轨迹的曲线逼近入手，因此，比纯靠图谱路线就比较清楚了。但仍列了大量图谱。在这些图谱中不但注意了有一段近似直线的轨迹，也非常注意有两段近似直线的轨迹。后者在很多复杂的运动中是很有用的。

用连杆机构的轨迹来逼近直线或特定曲线是一个能将机械性能、耐用度、寿命和环境适应能力全面提高的措施。这目标的实现要一代人的努力。本书作者不但在理论和方法上作了一个可喜的开端，在实用上也取得了一定成就。希望这书能起一先驱作用。

雷多光

一九九一年十月

目 录

第一章 绪论

§ 1—1 直线导向机构·····	1
§ 1—2 直线导向机构的应用·····	2
§ 1—3 四杆直线导向机构综合方法概述·····	7

第二章 连杆曲线的变化规律

§ 2—1 概述·····	10
§ 2—2 铰链四杆机构的空问模型和尺寸型·····	10
§ 2—3 连杆曲线的计算机绘图·····	14
§ 2—4 连杆曲线的分布与特殊点·····	18
§ 2—5 极限四杆机构的连杆曲线·····	23
§ 2—6 连杆曲线凸凹方向的变化规律·····	26
§ 2—7 连杆曲线曲率半径的变化规律·····	30

第三章 综合直线导向机构的曲线逼近法

§ 3—1 综合单直线导向机构的作图逼近法·····	34
§ 3—2 综合单直线导向机构的近似算法·····	35
§ 3—3 直线导向机构的轨迹参数及误差计算·····	39
§ 3—4 综合直线导向机构的图谱法·····	50
§ 3—5 综合双直线导向机构的作图逼近法与图谱法·····	51
§ 3—6 综合双直线导向机构的近似算法·····	53
§ 3—7 双摇杆直线导向机构的综合方法·····	56
§ 3—8 多杆多轨迹直线导向机构的综合·····	59

第四章 综合直线导向机构的鲍尔点曲线图谱法

§ 4—1 无限接近位置运动几何学的基本知识·····	62
§ 4—2 综合直线导向机构的鲍尔点法·····	66
§ 4—3 鲍尔点曲线图谱·····	68
§ 4—4 鲍尔点曲线的变化规律·····	81
§ 4—5 综合直线导向机构的鲍尔点曲线图谱法·····	85
§ 4—6 按给定连杆点位综合直线导向机构的公式·····	87
§ 4—7 双重鲍尔点曲线图谱·····	90
§ 4—8 按给定连杆点位置综合双直线导向机构·····	93
§ 4—9 按给定的导路夹角综合双直线导向机构·····	97

附录 A 四杆单直线导向机构轨迹图谱

一、 连杆点位分布图·····	99
二、 图谱使用说明·····	99
三、 单直线导向机构轨迹图谱·····	100

附录 B 四杆双直线导向机构轨迹图谱

一、 图谱使用说明	173
二、 双直线导向机构轨迹图谱	173
参考文献	182

第一章 绪 论

§ 1—1 直线导向机构

在平面连杆机构中，若连杆上某点描绘的轨迹能全部或部分地与某一直线或曲线重合，则称这类机构为平面连杆导向机构，简称导向机构。

导向机构的种类很多，按动点所描绘的轨迹形式可将其分为直线导向机构、圆弧导向机构、双曲线导向机构等。根据动点描绘轨迹的精确程度，又可将其分为精确导向机构和近似导向机构。在各种机械中，直线导向机构得到了广泛的应用，本书将讨论这种导向机构的设计方法。

一、精确直线导向机构

在平面连杆机构中，若某构件上某点的轨迹有一段精确直线，则称此机构为精确直线导向机构。

图1—1给出了几种精确直线导向机构，其上D点可以精确地描绘出直线轨迹^[1]。

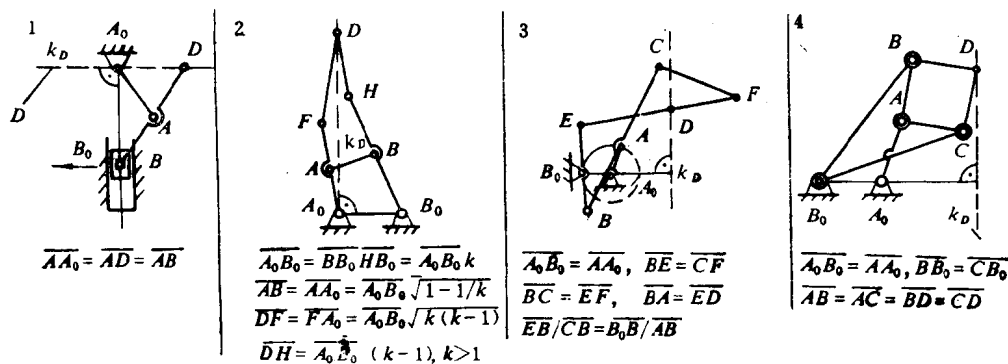


图1—1 实现D点精确直线导向的机构

设计精确直线导向机构可以应用克姆佩定理，也可以用反演法或互反曲线法^[8]，但无论哪一种方法，在应用上都比较困难，并且设计出的机构常常只能满足运动要求，而无法保证具有良好的力学性能。一般的精确直线导向机构都是结构复杂的多杆机构，由于其构件多，运动副多，因此在加工误差和运动副间隙误差的影响下，可能导致实现的轨迹发生很大偏差，所以在工程机械中，精确直线导向机构的应用是极少见的。

二、近似直线导向机构

由于精确直线导向机构实用性差，因而引出了如何利用较简单的平面连杆机构近似地再现直线轨迹的问题，即如何设计近似直线导向机构。

最简单的平面连杆机构是铰链四杆机构（以下简称四杆机构），通常所说的近似直线导

向机构都是针对四杆机构而言的。在四杆机构的连杆上,若某一点的部分轨迹是一段近似直线,则称该机构为四杆近似直线导向机构,简称为四杆直线导向机构。根据连杆曲线上近似直线段的数目可把四杆直线导向机构分为四杆单直线导向机构和四杆双直线导向机构。图1—2所示是一个四杆双直线导向机构,该机构E点轨迹的左侧和右侧各有一段近似直线。四杆近似直线导向机构的精度虽不如精确直线导向机构高,但它结构简单,设计方便,并且在一般情况下其精度能满足设计要求,所以四杆直线导向机构在各种机械中有着极为广泛的应用。本书将讨论四杆直线导向机构的设计方法,并给出了大量的直线导向机构的轨迹图谱。

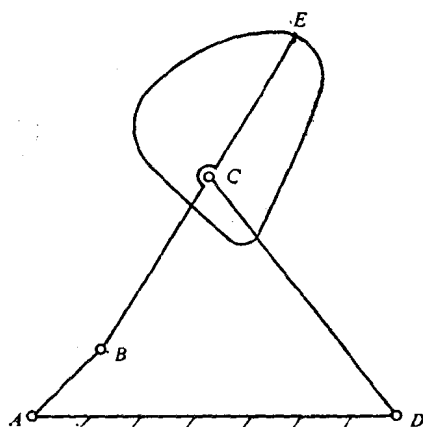


图1—2 双直线导向机构($AB=0.4155$, $BC=0.8223$, $CD=1.2622$, $AD=1.5$, $BE=1.5$)

§ 1—2 直线导向机构的应用

直线导向机构有着广泛的应用,现举数例说明。

一、工业机器人

图1-3(b)所示是一个用于上下料的工业机器人的结构简图^[3]。这种工业机器人就是利

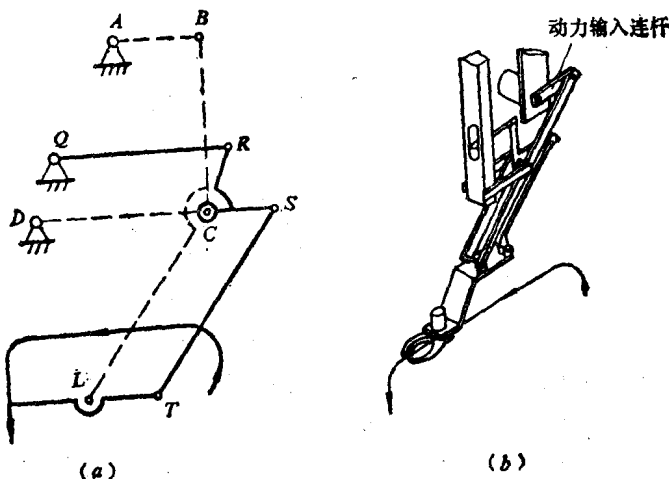


图1—3 由直线导向机构构成的A型机器人

用四杆直线导向机构设计成的。整个机构是一个八杆机构,如图1-3(a)所示,其中包括产生近似直线轨迹的四杆机构和使工件方向保持不变的平行连杆机构。图(a)中虚线所示为四杆直线导向机构 $ABCD$,其连杆 BC 上的 L 点具有一段满足使用要求的轨迹。两端的轨迹是用于抓放工件的,中间的轨迹是用来传递工件的。抓放工件时,运动轨迹不一定是直线,但在把工件送到工作机上时,轨迹就一定要接近于直线,而且要比较精确, QR 杆平行于 DC 杆,

ST 杆平行于 CL 杆，借助这些平行的连杆，可使杆 LT 的方向总保持不变。因此 LT 上任意点画出的轨迹均与点 L 点的相同，若在 LT 杆上装一个抓取工件的夹具，并使轨迹处在铅垂平面内，则可利用这种机器人在铅垂面内完成不同工作机之间的工件传递。

图1—4所示也是一个由四杆直线导向机构和抓取器组成的机器人。不过与前不同的是该机构的轨迹是在一个水平面内。通过设计适当的轨迹，这种机器人能绕过障碍，在水平面内两点之间有效地传递工件。

图1—5为一个由四杆直线导向机构、抓取器和旋转台组成的机器人结构简图。旋转台可停在几个不同的工位。四杆直线导向机构是在铅垂面上，通过四杆机构的直线移动（实线所示）和旋转台的转动（虚线所示），就可沿图示的轨迹传递工件。

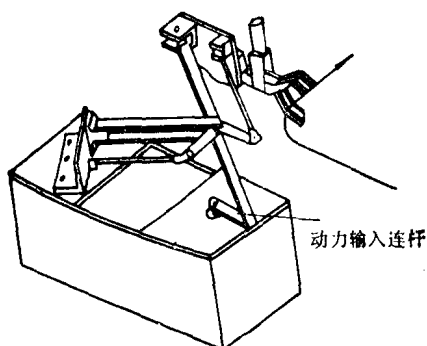


图1—4 由直线导向机构构成的B型机器人

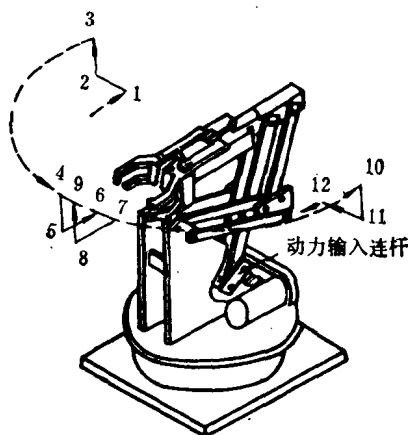


图1—5 由直线导向机构构成的C型机器人

上述三种形式的机器人结构简单，设计方便，成本低，因此，已在国外的汽车生产线中得到实际应用。

二、自动记录仪

图1—6所示是一种由四杆直线导向机构构成的自动记录仪^[4]。检测量通过齿轮传动使杆件 A_0A 转动。记录鼓作匀速转动。在四杆直线导向机构 A_0ABB_0 的连杆点 C 上安装记录笔， C 点的连杆曲线在 $C_1C_2C_3$ 段接近于直线，点 C_1 和 C_3 为两个尖点。因此，当测量信号在一定范围内变化时，记录笔将沿直线 $C_1C_2C_3$ 移动，在记录鼓上记录下被测信号。当测量信号的变化超出范围时，记录笔将在尖点处提起，不再记录。

三、秧爪导向机构

图1—7所示为水稻插秧机中的取秧器机构，它也是一个四杆直线导向机构^[6]。秧爪5模拟人手动作，从秧箱中取秧，然后插入土中。为保证顺利分秧和取秧，秧爪5从秧箱中分秧时走的轨迹应近似于圆弧，当秧爪5入土达到插秧位置时稍向后运动，随即近似垂直拔出，以便不使秧苗重新带上，这段轨迹应为近似直线。图示机构可以实现这些要求。由于秧爪导向机构既有近似圆弧，又有近似直线，所以它既可看作四杆直线导向机构，也可看作四杆圆弧导向机构。

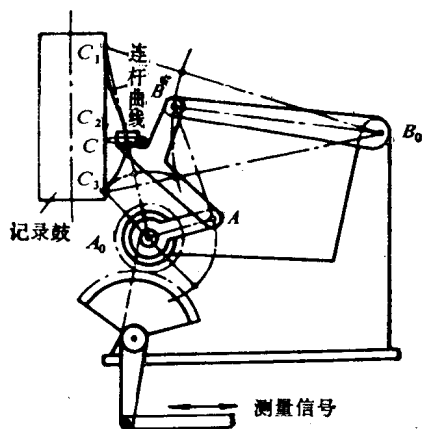


图1-6 自动记录仪

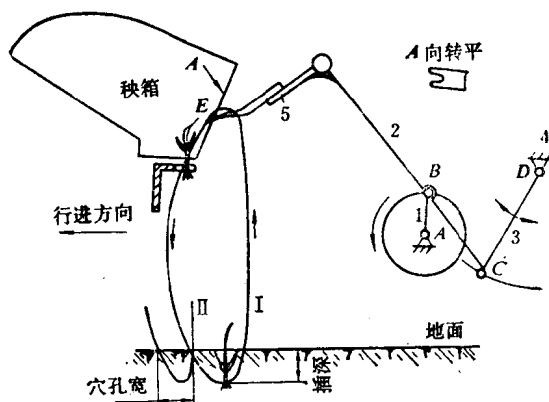


图1-7 秧爪导向机构

四、港口用起重机机构

图1-8所示为港口用起重机机构简图。它实际上是一个双摇杆直线导向机构。当构件1绕D点摆动时，另一构件3绕C点摆动，而连杆2上的E点便在一定范围内作近似水平直线运动。若在E点处安装吊钩，就可使重物做近似水平移动。整个机构安置在可绕轴线00回转的支架4上。

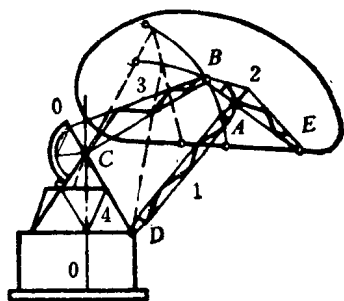


图1-8 港口用起重机

五、无冲击四位置槽轮机构

图1-9所示是一个由四杆双直线导向机构组成的无冲击四位置槽轮机构。当四杆机构ABCD的曲柄AB作整周转动时，连杆BC上的E点轨迹具有两段近似直线 L_1 和 L_2 ，且两直线的交角为直角。这种槽轮机构运转中无冲击，运动平稳，可用于高速机械中。

六、拉片机构

图1-10所示为电影摄影机和放映机的拉片机构，为使胶片获得间歇移动，采用了图所示的四杆直线导向机构。曲柄1转动时，摇杆3摆动，连杆2上的E点走出近似于D字型的运动轨迹，其中有一段高精度的近似直线，拉片爪就按图示轨迹运动。使用时，拉片爪首先插入胶片4两侧的孔中，然后向下拉动胶片，经过一段距离后拉片爪退出齿孔，此时胶片静止，摄取或放映画面后拉片爪再上升，继续重复上述循环。

七、联合收割机割刀驱动机构

图1-11是联合收割机割刀的驱动装置机构简图^[1]。它是由罗伯特直线导向机构构成的。当驱动收割机的割刀时，应避免出现作用在滑轨上的有害的侧向力。如果作用在割刀M的铰链E上的运动副反力永远沿着割刀的运动方向，就可以实现这一要求。罗伯特导向机构 A_0ABB_0 可使D点沿一直线KD运动。连杆点偏离直线很小时，铰链D和E可以合并，即构件DE可取消。接入的双杆组FCC₀可使主动杆的整周转动与直线导向运动相对应。

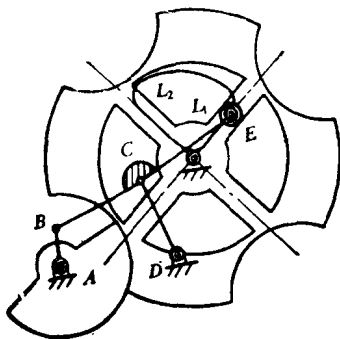


图1—9 无冲击四位置槽轮机构

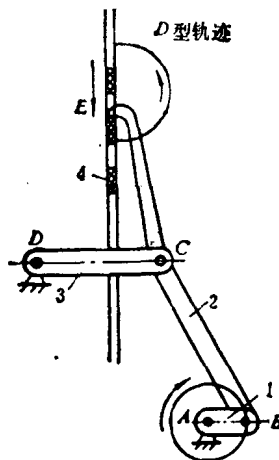


图1—10 摄影机拉片机构

八、发动机机构

图1—12(a)是减小摩擦的发动机机构简图，它是由四杆直线导向机构构成的。该机构尺寸为 $AB = 14.07\text{mm}$, $AD = 67.42\text{mm}$, $CD = CE = BC = 48.25\text{mm}$, $BE = 68.61\text{mm}$ 。所实现的连杆曲线形式如图(b)所示。导向直线长为 $S = 40\text{mm}$, 偏差幅度 $\Delta y = 0.43\text{mm}$ 。对于发动机来说，当导引着铰链（点E）在这种形式的连杆曲线上运动时，活塞面和气缸壁之间的摩擦可大为减小^[1]。

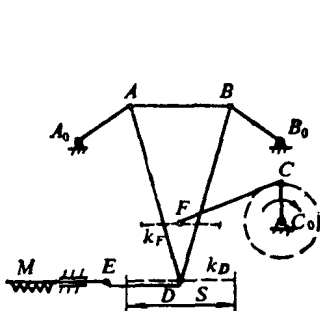


图1—11 联合收割机割刀的驱动装置

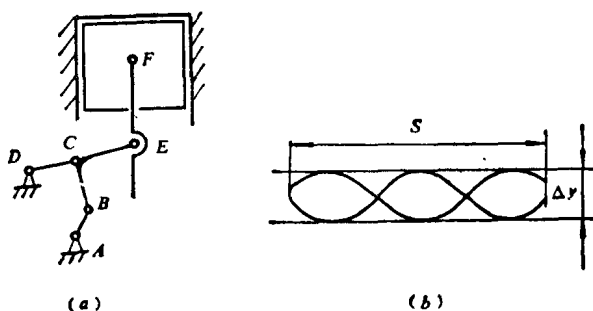


图1—12 (a)减小摩擦的发动机 (b)实现的连杆曲线形式

九、间歇机构

图1—13是利用四杆直线导向机构构成的间歇机构。直线导向机构 $ABCD$ 的连杆点 E 绘出图示曲线。把滑块安装在 E 点，并沿直线 E_1E_2 安装带槽构件 FG ，使滑块在槽中滑动。当滑块在 E_1 和 E_2 之间运动时，输出杆 FG 将静止不动，可实现停歇。

若所设计的四杆直线导向机构具有两段近似直线，如图1—14所示，并将输出杆 FG 的固定铰链 F 置于两近似直线段的交点处，则输出杆 FG 在一个运动循环中将实现两次停歇。前面所举的无冲击四位槽轮机构也是一个应用实例。

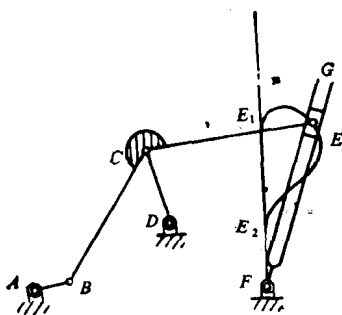


图1-13 一次停歇机构

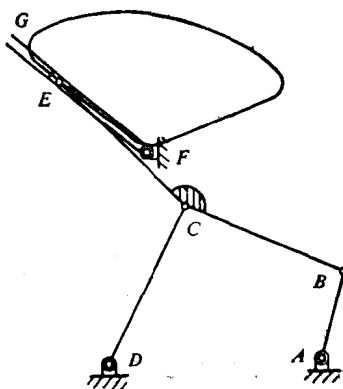


图1-14 两次停歇机构

十、间歇机构的应用

图1-15所示是一个由四杆直线导向机构构成的间歇机构在冲床上的应用实例^[4]。工件要求正面冲孔,而在侧面的一定位置上作孔的拉伸。四杆机构 A_0ABB_0 的固定铰链(点 A_0 和 B_0 安装在压块 N 上,点 C 的连杆曲线为 α ,其上有一段直线 $C'_1-C'_3$,并与冲头运动方向平行)在点 C 处与冲头铰接。

当冲头向下运动时, C 点运动至 C_1 点, CC_1 段运动可看作 C 点沿连杆曲线 α 运动至点 C'_1 ,然后再沿直线 C'_1C_1 运动至点 C_1 。这时四杆机构 A_0ABB_0 将带动压块 N 移动距离 C'_1C_1 ,得以压紧工件。当从 C_1 运动至 C_3 时,因为这时点 C 的连杆曲线与运动方向重合,所以机构 A_0ABB_0 将自行转动,压块不动,而另一连杆点 D 将沿连杆曲线 β 运动,这时通过杆件 ED 和 D 点连接的拉深凸模 S 将斜向移动,从而拉深工件。

十一、钢材传送机构

图1-16是由两套完全相同的四杆直线导向机构构成的钢材传送机构示意图^[6]。图中右侧的一套省去了曲柄,统一由左侧曲柄驱动。当曲柄2作整周转动时,连杆3上一点 C 描绘出一个上部为近似直线的卵形轨迹。在两个机构的连杆点上铰接传送杆5,由于两个连杆点的轨迹完全相同,所以传送杆上任何点的运动轨迹也是卵形曲线,因此能把放置在传送台上的

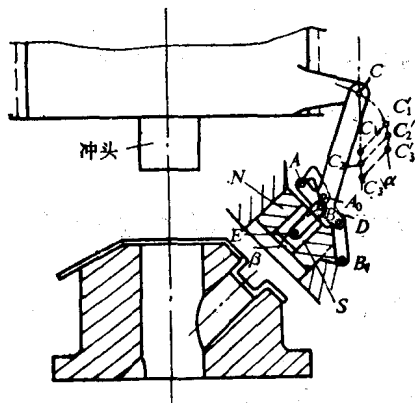


图1-15 间歇机构的应用

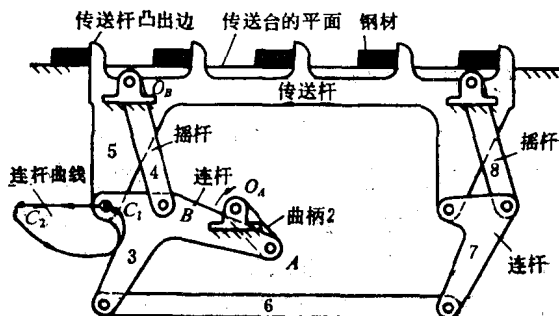


图1-16 传送机逐步推移钢材

钢材或其它重型棒块, 逐渐往前推移。每推移一次的前进距离为连杆曲线的水平长度 C_1C_2 。传送后传送杆下降一段距离(连杆曲线的纵向高度), 并同时回行, 然后重复回升上来, 作第二次推动。利用这一机构传送沉重而赤热的钢材, 不仅能节省大量劳动力, 并可避免发生人身伤亡事故。

§ 1—3 四杆直线导向机构综合方法概述

四杆直线导向机构的综合(设计)是四杆机构轨迹综合中的一部分。一百多年来, 在机构学者们的不懈努力下, 建立了多种综合方法, 这可概括为三大类, 即几何图解法、代数法和优化法。

一、几何图解法

19世纪, 德国学者累罗(F. Reuleaux)系统地研究了机构, 提出了运动副、运动链、高副、低副等概念。在累罗学说的启示下, 1876年至1877年, 德国学者布尔梅斯特(L. Burmester)发表了关于机构综合方面的研究成果, 并于1888年发表了汇总性著作《运动学教程》。在布尔梅斯特的研究中揭示了运动几何学中一个崭新的部分——平面图形在其所在平面内运动时的有限相离位置和无限接近位置的运动几何学, 并且建立了机构综合几何图解法中最重要的两条曲线——圆点曲线和圆心曲线, 统称为布尔梅斯特曲线。此后, 很多学者又发展了布氏理论, 建立起多种机构综合的几何图解法, 形成了机构综合几何图解法的完整体系^[1,2,4,6,7,8,9]。

在四杆直线导向机构的综合中, 常用的几何图解法是以转向圆的特性为根据建立的, 也称为博比利尔作图法。对于转向圆上的各点而言, 在这些点处的连杆曲线的曲率半径为无穷大, 所以转向圆是运动平面各点的连杆曲线上化直点的轨迹。由于化直点是连杆曲线上和切线具有不低于二阶密切的切点, 因此在化直点的邻域内的曲线比其它点邻域内的曲线更逼近于切线, 即在转向圆上除瞬心点之外的任何点的运动轨迹均有一段近似直线。根据这一原理, 对于给定的四杆机构, 只要作出转向圆就可综合出很多满足一定精度要求的近似直线导向机构。

众所周知, 曲线与切线的密切阶越高, 曲线与切线的接近程度也就越高。而化直点只能保证曲线与切线具有不低于二阶的密切, 或者说在大多数情况下连杆曲线上只能有三个无限接近点位于一条直线上, 因此当要求直线段具有较高精度时, 利用博比利尔作图法进行综合就有可能不满足要求。为解决这个问题, 罗伯特·鲍尔(Robert Ball)建立了著名的鲍尔点理论。该理论是无限接近位置运动几何学中的重要内容, 它是运用无限小位移和曲率瞬时不变理论来分析机构的运动本质的。鲍尔点位于转向圆和环点曲线(三阶定曲率线)的交点上。该点的连杆曲线与过该点的切线具有不低于三阶的密切, 因此在鲍尔点处的邻域内有四个无限接近点位于同一条直线上。对于一个给定的四杆机构, 只要求出对应指定位置的鲍尔点, 就等于综合出了一个四杆直线导向机构。很显然, 利用鲍尔点理论综合出的直线导向机构的精度要高于博比利尔作图法的精度。

几何图解法主要是通过几何作图来进行机构的综合。近几十年来, 很多学者把运动几何学的作图过程用数学公式来描述, 建立了图解解析法, 使求解精度得到很大提高。

二、代数法

代数法是利用数学中的函数逼近论、矩阵、复数等手段进行机构综合的一种方法,其创始人是俄国学者契贝雪夫。

最早的代数法是契贝雪夫以函数逼近论为基础建立的。函数逼近论的基本思想在于用一个与给定函数相差很小的函数来近似地代替给定函数。若以 $y = f(x)$ 表示机构应再现的给定函数,则在关于再现轨迹的问题中, x 和 y 是一条曲线上的点的坐标,该曲线精确地或近似地与连杆上某一点的轨迹重合。

函数逼近论主要解决线性多项式,即

$$P(x, \bar{P}) = P_0 + P_1 f_1(x) + P_2 f_2(x) + \dots + P_n f_n(x)$$

对于在区间 $[x_a, x_b]$ 内连续的任意给定函数 $y = f(x)$ 的逼近问题。

式中 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ 线性无关,通常为幂多项式或三角多项式; $P_0, P_1, \dots, P_n$ 是 $n+1$ 个一次的待定系数。1884年,契贝雪夫首先提出了这样的问题:为了使函数 $P(x, P)$ 与 y 之间在区间 $[x_a, x_b]$ 内绝对值最大的偏差为最小,系数 $P_0, P_1, \dots, P_n$ 应取何值?用现代数学方式可表示为

$$\min \max |P(x, \bar{P}) - f(x)|$$

$$\bar{P} \in R^{n+1} \quad x \in [x_a, x_b]$$

式中 R^{n+1} 为以 $P_0, P_1, \dots, P_n$ 为维的欧氏空间; $\bar{P} = (P_0, P_1, \dots, P_n)^T$; $[x_a, x_b]$ 为 x 的取值区间。上式的结果为

$$\bar{P}' = (P_0', P_1', P_2', \dots, P_n')^T$$

$\bar{P}'$ 将使 $P(x, \bar{P})$ 与 $f(x)$ 之间在区间 $[x_a, x_b]$ 内绝对值最大的偏差交替变号 $n+2$ 次达到极小值,这种逼近称为最佳一致逼近。

在四杆直线导向机构综合中,要求给定直线与机构再现点的轨迹的最大偏差为最小,因此可用最佳一致逼近法求解,契贝雪夫解决了这类问题^[2]。

除了最佳一致逼近法外, J.迪纳维特(J. Denavit)和 R.S.哈登伯格(R.S. Hartenberg)提出了以矩阵为数学工具的综合方法^[10],在此基础上, C.H. 苏(C.H. Suh)等又提出了位移矩阵法^[11]。现在位移矩阵法已成为机构综合代数法中的典型代表。利用位移矩阵法解决四杆直线导向机构综合问题,最多可得到9个精确点。但此时要求解16个非线性超越方程构成的方程组,这是很困难的,所以一般按5~7个精确点求解。鉴于此,文献[12]提出了导向机构分段综合法,即精确点数逐渐由少增多,由简单方法得到初值,然后再用位移矩阵法求解。

利用连杆曲线上各点的曲率半径的高阶导数进行四杆机构的轨迹综合也受到了许多学者的重视。R.G. Mitchina和H.H. Mabie发表文章[13, 14],讨论了这种方法在四杆直线导向机构综合中的应用。

在很多情况下,直线导向机构综合的代数法都是解决给定精确点的轨迹问题,而能够给定的精确点数是由机构的未知参数决定的,这就在一定程度上限制了该方法的应用。此外在两精确点之间的轨迹误差无法控制也是这种方法的一个较明显的缺点。随着给定的精确点数的增加,由代数法列出的机构位置方程组都是非线性方程组,这给求解带来很大困难。

三、优化方法

1959年, F. Freudenstein 首次利用计算机实现了四杆机构再现函数的最优综合, 以此开始了应用计算机进行机构综合的实际进程。1967~1968年, R. L. Fox, K.D. Willmert, J. Tomas 把应用数学中的规划论引入机构综合, 更进一步促进了优化方法的发展。

机构最优综合的出现, 表明了机构综合已进入了新的发展阶段, 这一阶段以计算机的应用和要求获得最优结果为主要标志。然而, 尽管优化方法面对着机构综合这一复杂、广阔的领域显得相当有效, 但仍不能认为它已是一种完美无缺的方法。以对四杆直线导向机构的最优综合为例, 一个很重要的问题就是如何选择各待定参数的初值。很多情况下, 正是由于初值选择不当而费时费力。

纵观上述这三类方法, 几何图解法是应用机构学理论建立的, 它直观性强, 概念清晰, 但作图过程繁琐, 求解精度低, 有时受图纸幅面的限制甚至求不出解, 代数法和优化法基本上都是把机构学问题转化成数学问题, 利用计算机进行求解, 其求解精度高, 但直观性差。如果没有合适的选择初值的方法, 则求解往往是比较盲目的, 并且会花费大量的计算时间。上述几种方法要么需要较深的机构学知识, 要么需要较深的数学知识, 都不宜为广大工程设计人员所掌握。因此有必要进一步探索简单、方便、直观、概念清晰而且求解精度又较高的直线导向机构的综合方法。

本书以铰链四杆机构的空间模型与尺寸型理论^[15,16]为基础, 从分析连杆曲线随机构尺寸的变化规律出发, 建立了直线导向机构综合的曲线逼近理论, 并应用这种理论建立了简单实用的图解法、近似算法、图谱法等。这些方法中还把铰链四杆机构的空间模型理论与无限接近位置运动几何学中的鲍尔点理论相结合, 建立了鲍尔点曲线图谱及相应的近似算法。这些方法概念清晰, 直观性强, 计算简单, 容易为广大工程设计人员掌握和使用。在本书附录中还给出了大量的单直线和双直线导向机构轨迹图谱。

第二章 连杆曲线的变化规律

§ 2—1 概述

四杆机构的连杆曲线是具有多种形状的不规则曲线，它的轮廓尺寸和形状将由四个杆的长度和连杆点的位置来决定，随着这些参数的不同，连杆曲线亦将发生变化。分析连杆曲线随机构尺寸参数的变化规律，能使人们进一步认识四杆机构，利用这些规律常常能建立新的机构轨迹综合方法。因此，开展对四杆机构连杆曲线变化规律的研究是很有意义的。

连杆曲线随机构尺寸参数的变化情况可以分成两个方面。

其一，四个杆的长度是不变的，只有连杆点的位置发生变化。这时，在连杆平面上的不同点，其连杆曲线形状、轮廓尺寸将有很大区别。分析连杆曲线的形状、轮廓尺寸与连杆点位置的关系，能全面地了解连杆曲线在连杆平面上的分布情况，在进行轨迹综合时就能做到有的放矢。

其二，连杆点位置不变，机构的四个杆长改变。连杆点位置不变，是指连杆点相对于固定在连杆平面上的坐标系的位置不变。在后面的讨论中把这样的连杆点称为连杆平面上的固定点或同一连杆点。对于连杆平面上的某一固定点，当机构杆长尺寸发生变化时，该点的连杆曲线形状、轮廓大小、各部分曲线段的凸凹方向及曲率半径都将发生变化，而且有些变化还是有规律的。利用这些规律能建立新的机构轨迹综合方法，这种直接根据连杆曲线变化规律建立的综合方法有别于传统的综合方法，即它更为简单直观。

长期以来，分析连杆曲线的变化规律一直是比较困难的。文献[17,18]都给出了大量的连杆曲线，但并未加以分析。主要原因就是缺乏四杆机构尺寸类型方面的理论。四杆机构的杆长组合有无穷多种，若在这无穷多种机构尺寸中随意取出一些来研究，那是很难找出连杆曲线的变化规律的。要想得到连杆曲线与机构尺寸之间的变化规律，必须建立一个表示所有机构尺寸的模型，而且这个模型能在有限的空间内表示出无限多的机构尺寸类型。很多学者曾建立了多种四杆机构尺寸类型的表示方法，但比较方便且实用的是杨基厚教授于1978年建立的四杆机构空间模型。该模型将四杆机构的全部尺寸类型都纳入到三维空间中的一个封闭体内，从而使研究连杆曲线与机构尺寸的关系成为可能。本章及以后的研究都是以该模型为基础的。

§ 2—2 铰链四杆机构的空间模型和尺寸型 [15,16]

一、四杆机构的空间模型

图2—1所示是两个对应杆长度成比例的四杆机构，研究表明两者许多性能是完全相同的。因此人们可以不必研究四杆机构的全部尺寸型，而仅研究其相对尺寸型。为此，可采用下述方法使对应各杆长度成比例的相似机构统一为一个尺寸型。