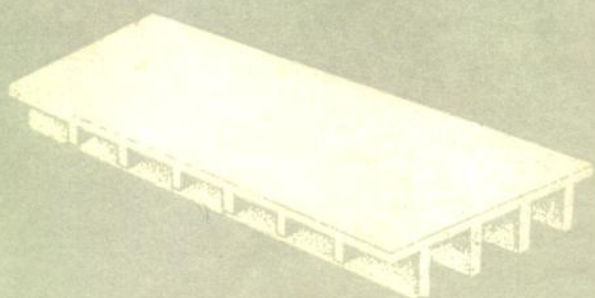


正交异性板的计算

曹治杰 余传禧 编



中国铁道出版社

正交异性板的计算

曹治杰 余传禧 编



中国铁道出版社

1983年·北京

内 容 简 介

本书介绍用有限条法进行正交异性板在静力作用下的强度、刚度及稳定计算，可供大专院校结构专业师生及土木工程技术人員参考。

正交异性板的计算

曹治杰 余传禧 编

中国铁道出版社出版

责任编辑 王能远 封面设计 赵敬宇

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：850×1168 1/32 印张：4.75 字数：124千

1983年4月第1版 1983年4月第1次印刷

印数：0001—5,000册 定价：0.60元

前 言

正交异性板是在强度、稳定、刚度及整体受力等方面都具有较好性能的结构部件。它被广泛地运用于建造飞机、船舶、桥梁及工业和民用建筑中，是钢桥桥面结构的一种新形式。

本书就其内力分析方法介绍一种近年来出现的有限条法。

本书第一、二及四章由曹治杰编，第三章由余传禧编。全书经林申同志审阅。在进行有关公式的推演过程中，承王玉春、王绍先同志指正，谨此致谢。

编 者

1981.12.20

于兰州铁道学院

目 录

第一章 正交异性板的一次弯曲理论概述	1
第一节 正交异性板平衡微分方程的推导	2
第二节 正交异性板在挠曲时的内力计算	6
第二章 有限条法的基本原理	24
第一节 有限条法的位移函数	25
第二节 简支的正交异性板在均布荷载下的挠曲问题	31
第三节 含有三个位移参数的两端简支的单元刚度矩阵 $[S_0]_m$	51
第四节 含两个位移参数但两短边不是简支的单元刚度矩阵	63
第五节 单元板条的平面问题的刚度矩阵	72
第六节 正交异性板上具有小的加劲梁的计算	89
第七节 斜的正交异性板的计算	91
第三章 钢桥面板的内力计算实例	93
第一节 用手册法计算正交异性的钢桥面板	93
第二节 用有限条法计算正交异性的钢桥面板	125
第四章 正交异性板的稳定问题概述	139
第一节 有限变形	139
第二节 从分析刚度矩阵到稳定计算	141
第三节 求初应力刚度矩阵并组集结构刚度方程式	144

第一章 正交异性板的一次弯曲理论概述

近来, 钢桥发展的趋势之一是广泛采用薄壁箱梁及其组合体系。这种结构的桥面板常常是正交异性的。钢桁架桥的纵横梁体系也可以用正交异性板代替, 它可以兼作平纵联结系并作为主桁弦杆的一部分参加工作。它也有助于提高主桁在纵横两个方向的抗弯刚度和抗扭转的性能。

正交异性板在钢桥中的广泛应用, 促进了箱梁及其大跨度组合结构的发展, 节省了钢材及维修养护工作。

所谓“正交异性板”, 就是指那种板, 它在互相垂直的两个方向内, 其结构性能是不相同的。

众所周知: 桁架桥的纵横梁常常是只作为传力部件来看待的, 只有主桁的各杆件, 才承担桥跨的弯矩与剪力。采用正交异性板, 则不但要求它能传力, 而更重要的是要求它能与主桁一道承受桥跨弯矩与剪力。所以, 在一般情况下, 板的纵向刚度常比横向刚度大些。

对于一个受弯的板来说, 它的刚度值的大小是由材料的弹性模量 E 与截面的惯性矩 I 来决定的, 所以, 对于桥面板的 E 与 I , 如其任一项在正交的两个方向具有不同值, 就可称之为“正交异性板”。如图 1.1 的钢桥面板, 虽然其纵横两个方向的弹性模量是相同的, 但其两个方向的加劲肋并不相同。因此, 两个方向的惯性矩 I 并不相同, 故可称之为“正交异性板”, 或称为“构造性正交异性板”。

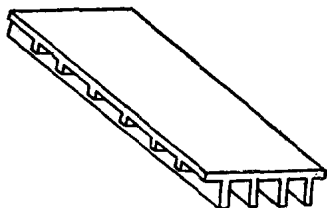


图1.1 正交异性板图式

本章所介绍的有关正交异性板的弯曲理论是在小挠度范围内的线性理论，因为，这与钢桥面板的实际工作状况还是比较接近的。

第一节 正交异性板平衡微分方程的推导¹⁾

一、广义虎克定律

根据弹性力学，正交异性板的广义虎克定律为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y; \quad \gamma_{xy} = a_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_1}, & a_{12} &= -\frac{\mu_1}{E_1} = -\frac{\mu_2}{E_2} \\ & & & (\because E_1\mu_2 = E_2\mu_1) \\ a_{22} &= \frac{1}{E_2}, & a_{66} &= \frac{1}{G} \end{aligned}$$

故式1.1成为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E_1}(\sigma_x - \mu_1\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_2}(\sigma_y - \mu_2\sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

由式 (1.2) 可得：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon_x}{E_2} + \frac{\mu_1}{E_1}\varepsilon_y &= \frac{1}{E_1E_2}(1 - \mu_1\mu_2)\sigma_x \\ \frac{\mu_2}{E_2}\varepsilon_x + \frac{\varepsilon_y}{E_1} &= \frac{1}{E_1E_2}(1 - \mu_1\mu_2)\sigma_y \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

这三组式中 E_1 、 E_2 分别表纵横两个方向的杨氏弹性模量， G 是剪切弹性模量， μ_1 及 μ_2 分别表示两个方向的泊松系数。

二、单位宽度的截面上的弯矩和扭矩的微分表达式

如图1.2a表示一块受有竖直荷载的正交异性板，而其图1.2b表示从a中取出的 $dx \times dy$ 的一个矩形小块。

同普通的同性板一样，也引用下面三个假定：

(1) 平板内各水平层间的压力为零。

(2) 平板内与中面相垂直的直线，在平板挠曲后，仍保留为直线，且与挠曲后的中面相垂直。

(3) 中面内各点仅有竖向位移，而水平方向的位移可忽略不计。

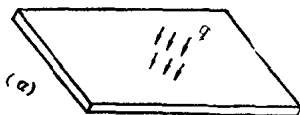


图 1.2

照同性板一样的方法可导出：

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-z \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-z \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-z \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-z \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (1.4)$$

用 (1.3) 及 (1.4) 两式即可求得单位宽度上的弯矩及扭矩表达式如下：

$$\begin{aligned}M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \times 1 \times z dz \\ &= \frac{1}{1 - \mu_1 \mu_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (E_1 \varepsilon_x + E_2 \mu_1 \varepsilon_y) z dz \\ &= \frac{1}{1 - \mu_1 \mu_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(-E_1 z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_2 \mu_1 z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) z dz\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-E_1}{1-\mu_1\mu_2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \times \left(\frac{z^3}{3} \right) \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - \frac{E_2\mu_1}{1-\mu_1\mu_2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{z^3}{3} \right) \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \\
&= -D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_2\mu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
&= -D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_1\mu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (\because E_1\mu_2 = E_2\mu_1) \quad (1.5)
\end{aligned}$$

式中

$$D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1-\mu_1\mu_2)}, \quad D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1-\mu_1\mu_2)}$$

h 为板厚。

同理得：

$$M_y = -D_2 \times \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned}
M_{xy} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \times 1 \times z dz \\
&= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} G \times \gamma_{xy} \times z dz \\
&= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} G \times \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) z dz \\
&= -2GJ_K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \left(\text{其中 } J_K = \frac{h^3}{12} \right) \\
&= -2D_K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \left(\text{其中 } D_K = GJ_K \right)
\end{aligned} \quad (1.7)$$

三、平衡微分方程的推导

图1.3是图1.2 b 的放大图，并且将其截面上的力素尽可能表达出来。图中 M'_x 是右侧截面上的单宽力矩，它比左侧的单宽力矩应差一增量 $\frac{\partial M_x}{\partial x} dx$ ，故为 $M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx$ 。

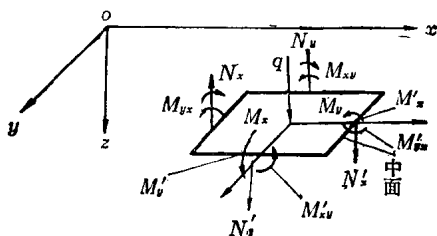


图 1.3

同理 M'_{xy} 也比 M_{xy} 差增量 $-\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy$ 故为 $M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy$ 。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + q &= 0 \\ N_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ N_y &= \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

后二式代入第一式得：

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q$$

将式 (1.5) ~ 式 (1.7) 代入上式得：

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[-D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(-2D_K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \\ + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[-D_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] = -q \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} -D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - D_1 \mu_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_K \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ - D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - D_2 \mu_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = -q \end{aligned}$$

化简得：

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_1 \mu_2 + 2D_K) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q$$

令 $D_3 = D_1 \mu_2 + 2D_K$ 代入上式, 可得:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q \quad (1.8)$$

这是正交异性板在竖向荷载作用下的一次弯曲理论的平衡微分方程式, 它是计算板在弯曲时的内力状况的依据。通常所指的求解正交异性板的挠曲内力的各种方法, 无非是用各种解析的或非解析的办法, 求解式 (1.8) 而已。式中的 D_1 、 D_2 及 D_3 的数值, 可以根据正交异性板的材料及构造性质求算。对于木的、预应力钢筋混凝土的及带肋的钢板等不同情况, 可以从某些参考资料中找到公式进行计算²¹⁾。

第二节 正交异性板在挠曲时的内力计算

解式 (1.8) 的方法是很多的, 所以求算正交异性板的内力的方法也是很多的。古典的办法是用三角级数等求解。后来, 为着使用的方便, 采取了进一步的简化, 发展成为许多近似的办法。比如: 绘制影响场⁷⁾; 采用差分法、网格法、板架法、简化的手册公式、有限单元法及有限条法等。适用于电子计算机解算内力的办法, 首推有限单元法、板架法及有限条法。本章不拟对这些方法加以评介, 只想着重介绍一下惯用的、简化的“手册公式法”的原理³⁾, 以便为讨论和推证有限条法奠定基础。

一、弹性常数的具体决定

虽然各向异性体的理论在十九世纪就已发展起来, 但是正交异性板的理论的广泛运用于造船及飞机结构, 还是在二十世纪开始的。

如图1.1那样的加劲钢板 (可将它理想化为一个无肋而等厚的理论上的正交异性板)。它可以称为构造性正交异性板。理论的

研究及试验表明：将正交异性板的弯曲理论公式用之于这种构造性正交异性板，必须保证下述几个前提条件：

- (1) 加劲肋的间距与板的边长的比值，应足够地小，换句话说，就是加劲肋应当布置较密；
- (2) 肋的布置在纵向（或横向）都应是均布的，换句话说，就是板的刚度在宽度（或长度）范围内应当不变；
- (3) 板的刚度值不随边界条件和荷载状况而变动；
- (4) 对于加劲钢板，其肋和板的材质相同；
- (5) 肋与板的连接边应是密实而牢固的。

现就一些常见的正交异性的桥面板的形式，介绍其刚度值的公式：^{21) 3)}

1. 无肋板（图1.4）。

$$D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)}, \quad D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)},$$

$$D_{xy}^{①} = \frac{G h^3}{12}, \quad D_3 = 2 \left[\frac{1}{4} (D_1 \mu_2 + D_2 \mu_1) + D_{xy} \right]$$

2. 光肋加劲板（图1.5）。

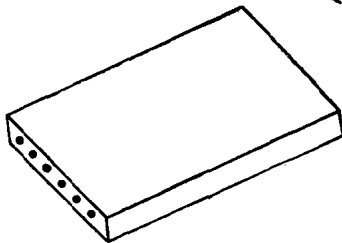


图 1.4

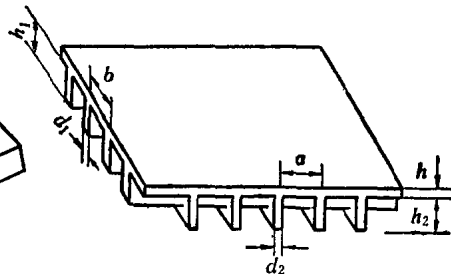


图 1.5

① 此处 D_{xy} 即前述 (1.7) 式中的 D_K ，但因在加肋的构造性正交异性板中，其值各有不同，故以后都引用 D_{xy} 。

$$D_1 = \frac{EI_1}{b}, \quad D_2 = \frac{EI_2}{a}$$

$$2D_{xy} = \frac{G}{3} \left(\frac{h_1 d_1^3}{b} + \frac{h_2 d_2^3}{a} \right)$$

$$D_3 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + D_{xy}$$

式中 I_1 ——图1.5中的T形肋（相应于 b 、 h_1 及 d_1 ）绕其重心轴的惯性矩；

I_2 ——图1.5中的T形肋（相应于 a 、 h_2 及 d_2 ）绕其重心轴的惯性矩。

3. 带工字形肋的板（如图1.6）

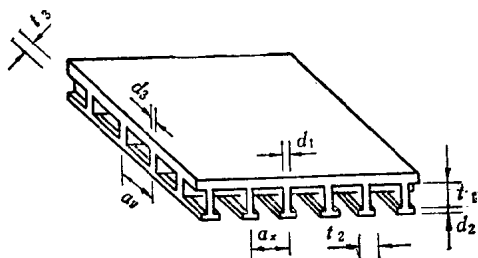


图 1.6

$$D_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{Ehe_x^2}{(1-\mu^2)} + \frac{EI_{ox}}{a_x}$$

$$D_2 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{Ehe_y^2}{(1-\mu^2)} + \frac{EI_{oy}}{a_y}$$

$$D_3 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{G}{6} \left(\frac{\sum d_i^3 t_i}{a_x} + \frac{\sum d_i^3 t_i}{a_y} \right)$$

式中 I_{ox} 及 I_{oy} 分别代表 x 及 y 方向的各加劲肋对各自中性轴的惯性矩。 d_i 及 t_i 分别为： d_1 、 t_1 、 d_2 及 t_2 ，它们对应于 a_x ；而 d_3 及 t_3 则对应于 a_y 。

4. 带梯形闭合肋的板（如图1.7）

$$D_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

$$D_2 = \frac{EI_u}{a+e}$$

$$D_3 = \frac{1}{2} \frac{\mu' GT}{a+e}$$

$$T = \frac{4A_r^2}{P_c/t_r + a/t_p}$$

$$= \frac{(a+b)^2 h^2}{(b+2h_1)/t_r + a/t_p}$$

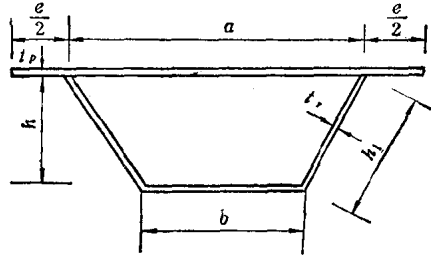


图1.7 闭合肋的板

式中 μ' ——由于肋的盖板弹性变形而引入的刚度折减系数。

A_r = 被梯形肋中线围成的面积。

P_c = 肋的周长 (不包括顶板)。

t_r = 肋厚, b = 肋底边宽。

t_p = 板厚, h = 肋的竖直高度。

h_1 = 肋的斜高。

其系数 μ' 可以近似地表达为:

$$\frac{1}{\mu'} = 1 + \frac{GT}{EI_p} \times \frac{a^3}{12(a+e)^2} \times \left(\frac{\pi}{S_c} \right)^2 \left[\left(\frac{e}{a} \right)^3 \right. \\ \left. + \left(\frac{e-b}{a+b} + \lambda \right)^2 + \frac{\lambda^2}{K} \left(\frac{b}{a} \right)^3 + \frac{24}{K} \times \frac{h_1}{a} \right. \\ \left. \times \left(c_1^2 + c_1 c_2 + \frac{c_2^2}{3} \right) \right]$$

$$\lambda = \frac{(2a+b)(a+e)bh_1 - Ka^3(e-b)}{(a+b)[2h_1(a^2+ab+b^2) + b^3 + Ka^3]}$$

$$c_1 = \frac{\lambda}{2} \times \frac{b}{a}, \quad c_2 = \frac{\lambda}{2} \times \frac{a-b}{a} - \frac{a+e}{a+b} \times \frac{b}{2a}$$

$S_c = 0.81S$ = 肋对于扭转的有效跨径。

S = 肋的跨径。

$$K = EI_u / EI_p = \frac{t_r^3}{t_p^3}$$

$$I_u = \frac{t_r^3}{12(1-\mu^2)}$$

$$I_p = \frac{t_p^3}{12(1-\mu^2)}$$

5. 其他形状的闭合肋。

圆底形或三角形的闭合肋等²²⁾，兹从略。

二、简化的手册公式法

肋的布局是一个相当重要而又较少研究的问题，尤其是对于铁路桥梁来说，其所承受的荷载较大而且集中，因此，不宜生硬套用公路桥面的构造。比如，可以考虑把钢轨下方的肋，作得稍强大一些。这里，仍先就一般的均匀肋讨论。

已知板的平衡方程如式 (1.8) 其方程式为：

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 = q$$

对于钢板来说，其横肋的间距常常较稀，故常将这些肋当作支承，而不看作加劲的肋，故 $D_2 \approx 0$ ，而且板是连续支承板。这是垂直于线路方向的情况。至于顺线路方向，则又分两种情况来简化：

(1) 如果顺线路方向的纵肋是光板肋，则桥面板的抗扭性能很差，可认为 $D_3 = 0$ 。这样，式 (1.8) 完全简化为梁的形式如：

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q$$

这正是求解连续梁的内力的情况，兹不赘述。

(2) 较强的工字形肋或闭合肋 (如图1.8)。

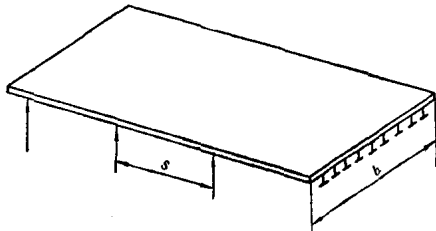


图 1.8

工字形肋的抗扭刚度虽不高，但比光肋大。这时，只有 $D_2 = 0$ ，

式 (1.8) 为:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = q(xy) \quad (1.9)$$

如果想要求解这样一块连续支承 (刚性支承) 上的正交异性板的影响场, 计算将是极为繁复的。不但荷载位置在变, 而且支承反力也是超静定的。

现所介绍的简化方法的基本概念在于: 利用反力变位互等定理^①, 即利用机动法作影响线的概念, 将求板的弯矩影响场的工作变成使该截面产生一个单位转角, 从而求该板的挠曲面的问题。这样, 把求解微分方程 (1.9) 简化为求解下述齐次微分的方程式, 因为这时板上已无竖直荷载。

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = 0 \quad (1.10)$$

1. 连续板的三弯矩方程及弯矩比 k 。

引连续的正交异性板的三弯矩方程^①为:

$$M_0 + 2KM_1 + M_2 = 0 \quad (1.11)$$

其中

$$K = (\alpha \operatorname{sech} \alpha s - 1) / \alpha^*$$

$$\alpha^* = 1 - \frac{\alpha s}{\operatorname{sh} \alpha s} \quad \alpha = \frac{n\pi}{b} \sqrt{\frac{2D_3}{D_2}}$$

b 为板的横宽, s 为纵肋跨度 (图 1.8)

如弯矩比为 k , 则:

$$M_1 = kM_0, \quad M_2 = kM_1 = k^2M_0$$

代入 (1.11) 得:

$$M_0 + 2KkM_0 + k^2M_0 = 0$$

$$1 + 2Kk + k^2 = 0$$

解后得:

$$k = -K + \sqrt{K^2 - 1}$$

2. 求解齐次微分方程 (1.10)。

设: $\omega = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(y) \sin \frac{n\pi x}{b}$ 代入 (1.10) 式:

①: 证明见 18 页。

$$\text{知 } w = \sum_{n=1}^{\infty} (C_1 \text{sh}ay + C_2 \text{ch}ay + C_3 ay + C_4) \sin \frac{n\pi x}{b} \quad (1.12)$$

为何在 (1.10) 式中右边的荷载项等于零时, 仍有式 (1.12) 的挠曲面呢? 这可以从 (1.10) 式的推导过程来理解它。我们再回到式 (1.7) 的物理意义上来, 它是代表图 1.3 的单位宽度的板块的竖向力平衡状态。因此, 即使单位板块上的竖向荷载等于零, 它的各竖直截面上还有弯矩、扭矩及剪力, 它还可以建立竖直力的平衡方程组 (1-7)', 它还可以产生挠曲面。可见式 (1.10) 与式 (1.12) 并非虚构的。尤其要看到此处所介绍的简化方法, 正是想求某截面产生单位转角时的挠曲面, 也就是要将正交异性板上的某截面先割开后继而代之以铰, 接着, 在该处作用某一内力偶使该处截面产生单位转角。这时, 板的挠曲面就是所求的影响场。这一变形状态及平衡状态, 正好以式 (1.12) 及式 (1.10) 所表达。

而式 (1.12) 中的系数 $C_1 \sim C_4$, 就是要根据单位转角的变形条件来决定之, 后文将要论及。

现将将式 (1.12) 对变数 y 进行偏微分:

$$w' = \sum_{n=1}^{\infty} a(C_1 \text{ch}ay + C_2 \text{sh}ay + C_3) \sin \frac{n\pi x}{b} \quad (1.13)$$

$$w'' = \sum_{n=1}^{\infty} a^2(C_1 \text{sh}ay + C_2 \text{ch}ay) \sin \frac{n\pi x}{b} \quad (1.14)$$

3. 求正交异性板的支承截面处的弯矩的影响场。

实际上, 就是要求支承截面产生单位转角时板的挠曲面。这必须分两步来推导:

先要求算支承面为单位转角时, 所需施于支承截面处的弯矩, 而这一步又必须分成下面两项内容:

A、利用板的式 (1.12) ~ 式 (1.14) 来求解其一跨简支板。

图 1.9 代表此一单跨简支板, 如其右支承 $m = 1$ 处作用有