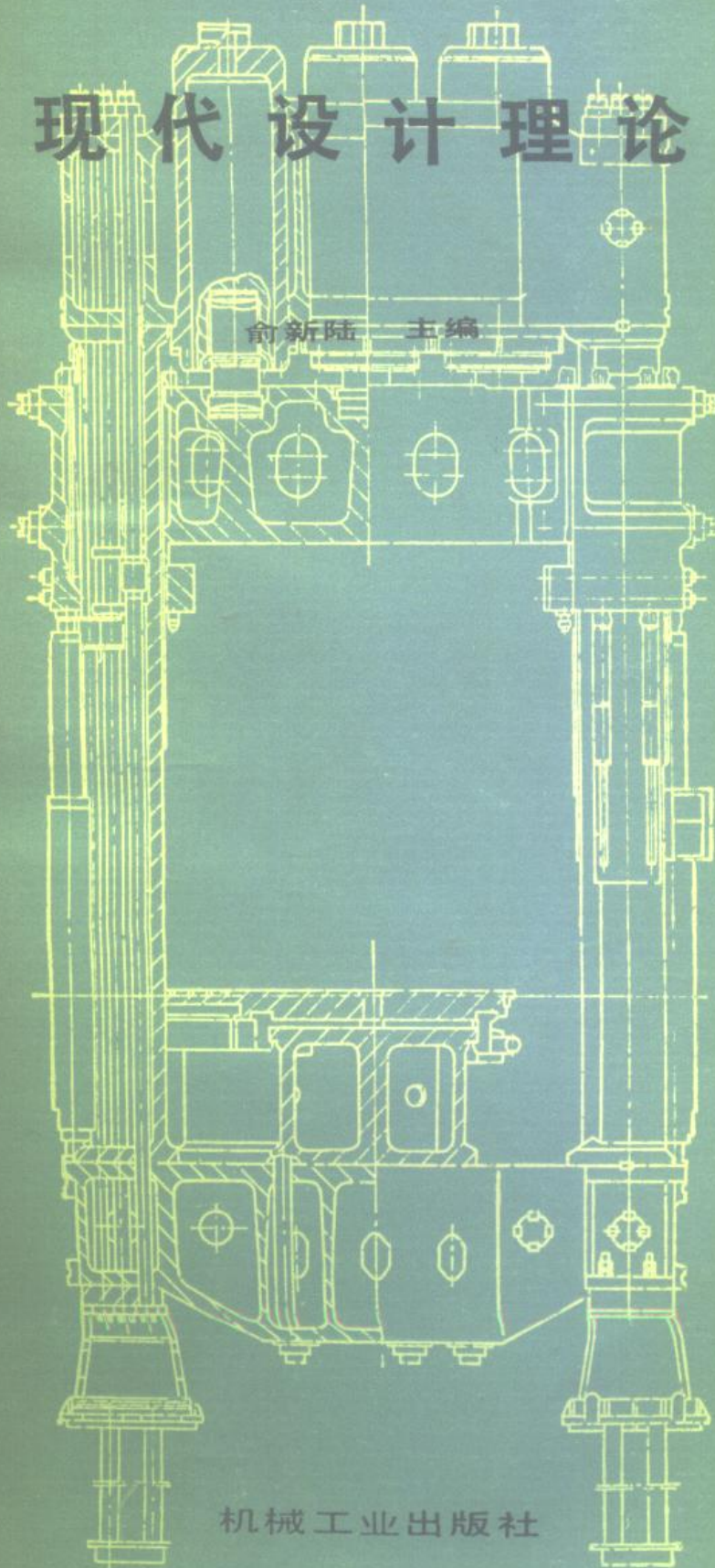


# 液 压 机

## 现代设计理论

俞新陆 主编



机械工业出版社

4

# 液 压 机

## 现 代 设 计 理 论

俞新陆 主编

机 械 工 业 出 版 社

## 内 容 简 介

本书集中反映了现代设计理论在液压机设计中的应用。在结构强度方面，用有限元法取代了陈旧的材力法；在液压传动方面，用自动调节原理取代了沿袭的静态分析，进一步研究了系统的动态特性、品质、稳定性；在控制系统方面，采用了现代电子技术，如数控系统、单板机控制及微型计算机控制系统等。还联系生产实际对引进设备进行了分析、介绍，并附有有限元计算和优化设计的计算程序，是液压机设计、制造行业的一部有学术价值和实用价值的著作。

本书可供工厂、科研单位的技术人员、高等院校教师、研究生及高年级学生参考。

## 液 压 机

现代设计理论

俞新陆 主编

\*

责任编辑：刘彩英

封面设计：刘代

\*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub>·印张 33<sup>1</sup>/<sub>2</sub>·字数 828 千字

1987年10月北京第一版·1987年10月北京第一次印刷

印数 0,001—3,100·定价：7.90 元

\*

统一书号：15033·6618

## 前 言

本书是中国机械工程学会锻压学会锻压设备和机械化自动化学术委员会主持编写的锻压设备丛书之一。本书介绍了国内外在液压机技术方面的新发展，其中有不少内容是国内各单位最近的研究成果。

七十年代以来，由于电子计算机技术的飞速发展，在液压机的设计计算、试验研究及自动控制等方面，均发生了很大的变化。

有限单元法的发展与成熟，为解决许多复杂形状零部件的强度和刚度计算提供了有力的工具。疲劳破坏始终是液压机零部件的主要破坏型式，现代疲劳设计理论的发展，为逐步将液压机的静载强度计算过渡到疲劳设计打下了基础。优化理论的发展与应用，则将使设计工作达到一个更新的水平。

近年来，控制理论的迅速发展，为研究和分析液压控制技术的动态特性奠定了理论基础，从而提高了液压控制系统的精度与稳定性。

液压机的自动控制技术，早期采用模拟控制，六十年代到七十年代广泛应用数字控制，近年来，又开始发展微型计算机控制。这些都能提高液压机上一些工艺过程的自动化程度。

本书读者对象为工厂、研究单位及高等院校中从事有关液压机方面的科学技术人员，也可供高等学校研究生及高年级学生作为参考资料。本书力求反映上述各个方面的新发展。为了读者阅读方便，也对有限单元法、优化设计、疲劳设计及液压控制系统等方面的理论基础作了一些简要的介绍。由于考虑到读者已具有液压机方面的基本知识，故本书中，不再对液压机的结构、分类及设计计算方法作一般性介绍，读者如需了解以上内容，可参考高等工科院校统编教材《液压机》（机械工业出版社1982年出版）。

参加本书编写的有清华大学俞新陆（第一章一、二节、第二章、第四章四节、第五章前五节及七、八节、第六章五、六节）、郭和德（第三章一、二、三节、第六章前四节）、颜永年（第四章一、二、三节），合肥工业大学蒋守仁（第七章、第九章二节部分），华中工学院田亚梅（第十二章、第十三章一、二、三节、第十四章），东北重机学院顾煜基（第一章三节、第五章六节、第八章）、齐广学、慈春令（第十五章），西安重型机械研究所金炯石（第三章四、五、六节）、陈延杭（第十章）、胡开平（第十一章）、刘权（第九章）、苟唐灵（第十六章），抚顺钢厂张伟（第十三章四节）。

本书主编为清华大学俞新陆，主审为西安重型机械研究所所长，总工程师陈上达。

由于编著者水平所限，错误遗漏之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

主编

# 目 录

前言			
第一章 机架的受力分析	1	第四节 数学模型的建立	219
第一节 概述	1	第五节 预应力超高压挤压筒的优化设计	221
第二节 立柱直接导向机架的受力分析	4	第六节 液压缸的优化设计	226
第三节 缸动式结构机架的受力分析	18	第七章 液压控制系统的理论基础	238
第二章 液压缸的弹性理论解	23	第一节 液压控制系统的工作原理	238
第一节 高压筒体的强度分析	23	第二节 有关数学基础	241
第二节 缸底的强度分析	28	第三节 传递函数	247
第三节 法兰支承液压缸的弹性理论解	33	第四节 液压控制系统的响应特性	257
第三章 主要零件的有限单元法计算	52	第五节 液压控制系统的稳态误差	276
第一节 概述	52	第六节 液压控制系统的稳定性	280
第二节 平面问题	58	第七节 液压控制系统的状态空间表示 和计算方法	290
第三节 轴对称问题	63	第八节 液压管道的基本方程	295
第四节 三维问题	69	第九节 液压缸的频率分析	300
第五节 大型结构分析通用程序介绍	75	第八章 液压机操纵系统中的随动系统	304
第六节 有限元计算中的若干问题	89	第一节 液压传动机液位置随动系统	304
附录 1 平面应力问题源程序	95	第二节 油压传动机液位置随动系统	314
附录 2 轴对称问题源程序	100	第三节 电气传动位置随动系统	318
第四章 预应力结构液压机	105	第九章 挤压液压机调节系统	326
第一节 预应力结构概述	105	第一节 概述	326
第二节 预应力钢丝缠绕筒体的设计计算	108	第二节 容积调节系统	326
第三节 预应力钢丝缠绕机架	124	第三节 节流调节系统	347
第四节 其他型式的预应力机架	149	第十章 二通插装阀及其系统	359
第五章 疲劳设计理论	154	第一节 概述	359
第一节 疲劳破坏特征及典型实例	154	第二节 二通插装阀功能单元的静动态 特性分析	365
第二节 疲劳破坏的机理	155	第三节 二通插装阀典型系统	386
第三节 常规疲劳设计方法概述	156	第十一章 模锻液压机活动横梁的同步 平衡系统	394
第四节 不稳定的非对称循环载荷下的 疲劳设计理论	167	第一节 概述	394
第五节 应力场	169	第二节 同步平衡系统的基本类型及其 比较	395
第六节 动载因素分析	172	第三节 动梁水平度的检测方法	398
第七节 断裂力学与疲劳寿命	182	第四节 封闭型同步平衡系统	399
第八节 液压机用钢的疲劳性能	185	第五节 补偿型同步平衡系统	403
第六章 结构优化设计	188	第六节 300000kN模锻液压机同步平 衡系统的改装	415
第一节 概述	188		
第二节 结构优化设计的基本概念	188		
第三节 常用的多变量最优化方法	199		

第十二章 液压机自动控制概述 .....	423	第十五章 模锻液压机动梁同步数 控装置 .....	496
第一节 自动控制在液压机中的应用 .....	423	第一节 液压机动梁的倾斜量与动梁运 动的逻辑关系 .....	496
第二节 位移检测元件及机械传动装置 .....	424	第二节 同步数控装置逻辑部件 .....	498
第三节 执行元件 .....	430	第三节 动梁同步数控装置的工作过程 .....	506
第四节 微型计算机简介 .....	433	第四节 行程自动控制 .....	509
第十三章 自由锻造液压机的数控 系统 .....	443	第五节 干扰的来源及抑制 .....	512
第一节 概述 .....	443	第十六章 挤压液压机控制系统 .....	516
第二节 自由锻造液压机控制系统功能 .....	443	第一节 铝材热挤压机概述 .....	516
第三节 几种控制系统的方框图 .....	445	第二节 铝材热挤压机控制系统 .....	516
第四节 DEMAG20000kN自由锻造 液压机的控制系统 .....	448	第三节 挤压速度自动调节在生产中的 应用 .....	528
第十四章 1000kN 自由锻造液压机组 微型计算机控制系统 .....	482	参考文献 .....	529

# 第一章 机架的受力分析

## 第一节 概 述

### 一、基本结构型式<sup>[1]</sup>

在液压机中，四柱式机架用得最多。四柱式机架中，由于工作缸内的柱塞与活动横梁连接方式不同，其受力情况也不一样。

根据工作柱塞与活动横梁的连接方式，四柱式机架最常见的结构型式有以下三种：

1. 柱塞与动梁刚性连接（图1-1 a）；
2. 柱塞与动梁通过单球面座连接（图1-1 b）；
3. 柱塞与动梁通过双球面中间杆连接（图1-1 c）。

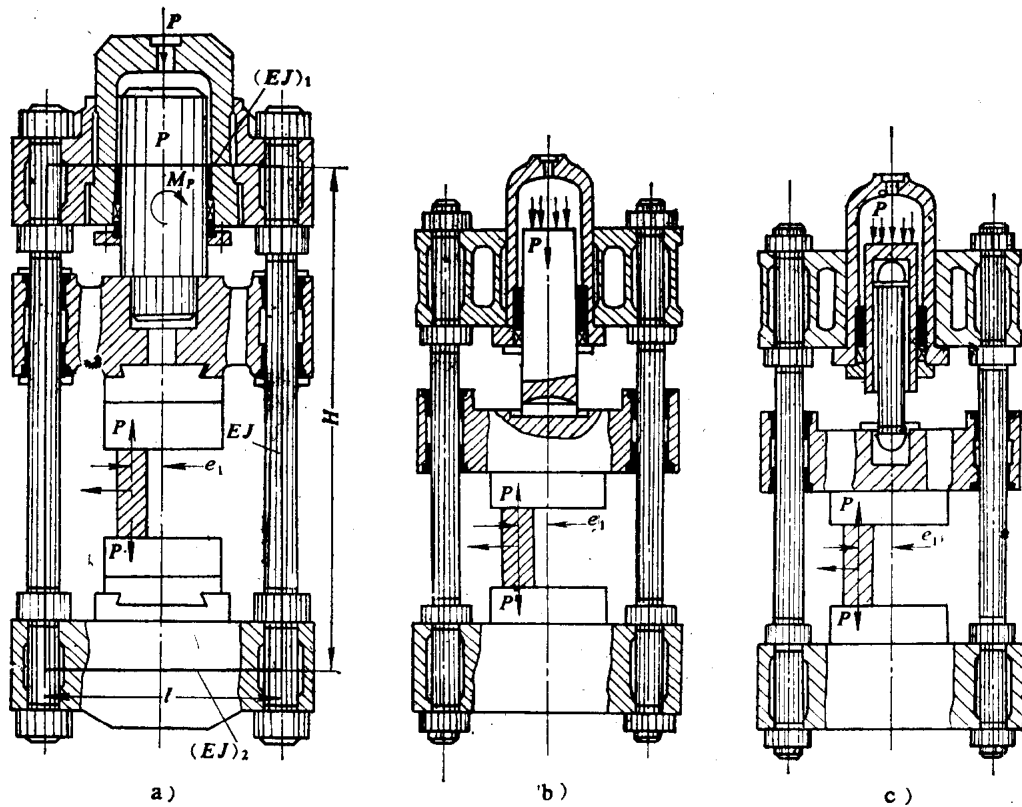


图1-1 四柱式机架常见的结构型式

此外，也还有些其他连接型式，但应用较少，如带中间刚性导向杆的（图1-2 a），带中间活塞式导向缸的（图1-2 b）及柱塞内有双球面连结杆的（图1-2 c），缸动式的（见本章第三节）等等。

所有这些结构型式，其受力分析的基本方法是一样的，只是由于工作柱塞与动梁或作球

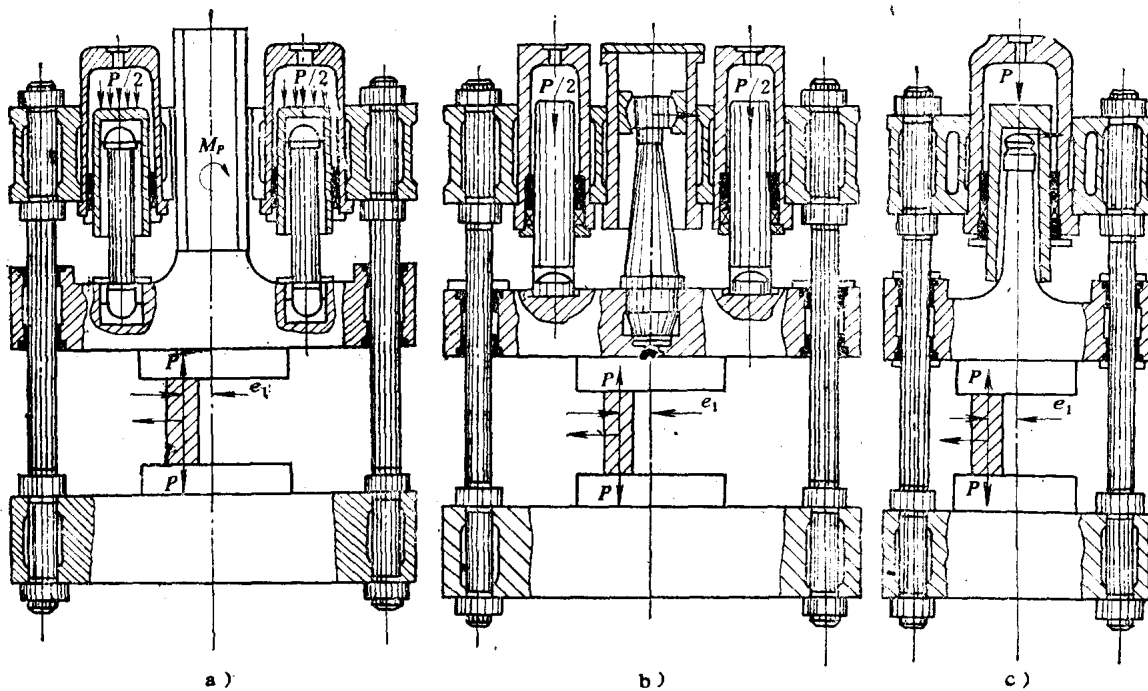


图1-2 其它连接型式

面连接或作刚性连接而导致传递的力矩（弯矩）与侧推力的大小与方式有所不同。因此，可以用一个典型结构型式的计算简图，来说明机架受力分析的一般方法。这对于二柱式液压机也是适用的。这种分析方法为苏联学者B. B. ПОЗАНОВ所提出，在此介绍作为进一步分析各种结构的基础。

**二、基本假设**

四柱式机架是一个十八次超静定的空间受力框架，如完全按照空间框架来解，则过于复杂。由于机架结构的对称性，在工程计算上，可以采取下列假设条件，进行近似的计算。

- 1. 以平面框架来代表对称的空间框架；
- 2. 立柱与上、下横梁为刚性连接；

3. 对于法兰支承的工作缸，以一对集中力来代表通过法兰传给上横梁的一圈均布力，集中力作用于半个支承法兰环形面积的重心。两集中力之间的距离为  $b$ （图1-3）。

$$b = \frac{4(R^2 - r^2)}{3\pi(R^2 - r^2)} \quad (1-1)$$

对于缸底支承的工作缸，可以简化成集中力或均布力。

4. 工作柱塞作用于活动横梁的力，以集中力来代表。而动梁通过导套对立柱的推力被认为按三角形分布，而以作用于三角形重心的集中力来代表。

5. 通过砧子与工作台作用于下横梁上的载荷，假设为均布载荷，其作用长度一般为立柱中心线间距离的三分之二。

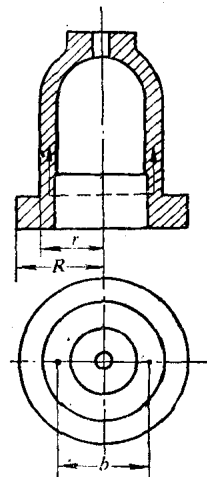


图1-3 法兰支承缸力的传递简图



6. 计算中不考虑安装在动横梁及下横梁上各种垫板的刚度。也不考虑热锻时的温度应力。

7. 一般, 上横梁和下横梁可以等惯性矩的梁来代替。如上横梁和下横梁沿其长度方向截面尺寸变化很大时, 则以具有等惯性矩的当量虚梁来代替, 其条件为两者在柱梁端的转角相同。为此, 需先求出实际梁的柱梁端转角, 考虑到上(下)横梁的刚度比立柱大几十倍, 因此, 可把横梁简化为受力的简支梁, 作出其弯矩图及截面惯性矩的变化图, 并把此两图分为

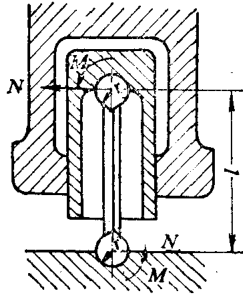


图1-4 双球面中间杆的连接型式

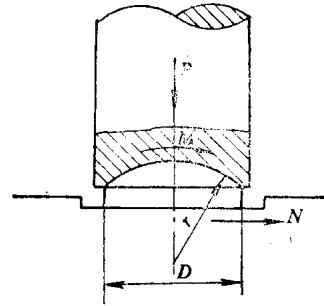


图1-5 单球面连接型式

几段, 对每一段, 分别求出其弯矩平均值  $M_i$  及惯性矩平均值  $J_i$ , 每段长度为  $\Delta x_i$ , 横梁的弹性模量为  $E$ , 则柱梁端 (简支点) 的转角  $\varphi$  为

$$\varphi = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^n \frac{M_i \Delta x_i}{J_i} \quad (1-2)$$

令具有等惯性矩  $J$  的当量虚梁在同样载荷作用下的转角等于  $\varphi$ , 从而可求出  $J$  值。

8. 动梁的刚性假设为无穷大。

### 三、球面连接处的受力分析

当工作柱塞与动梁通过球面连接时, 在偏心载荷作用下, 球面座不仅传递正压力, 且要传递力矩和侧推力。

对于具有双球面中间杆的连接型式 (图1-4) 球铰处的摩擦力矩  $M_f$  为

$$M_f \approx fPr + f \frac{2M_f r}{L}$$

式中  $f$  —— 球面副处的摩擦系数;

$r$  —— 球面半径;

$L$  —— 两个球面中心间距离。

$$M_f \approx \frac{fPr}{1 - f \frac{2r}{L}} \approx fPr \quad (1-3)$$

此处的侧推力为

$$N = \frac{2M_f}{L} = \frac{2fPr}{L} \quad (1-4)$$

对于单球面连接型式 (图1-5)

$$M_f \approx fPr + f^2 Pr = fPr(1 + f) \quad (1-5)$$

$$N \approx fP \quad (1-6)$$

但上述情况, 都是在偏心力矩  $P_e$  比较大时才存在。当偏心力矩小于  $fPr$  时, 则相当于刚性连接, 而  $fPr$  是球铰所能传递的最大极限摩擦力矩, 偏心力矩大于此值时, 在球面副处

即产生相对滑动。

## 第二节 立柱直接导向机架的受力分析

一般的液压机均以立柱作为动梁的导向，如图 1-1 及 1-2 所示。现以具有双球面中间杆连接型式的液压机（图 1-1 c）为例，进行受力分析。

### 一、计算简图

#### （一）受力简图

计算时采用以下符号

$P$ ——液压机的总作用力；

$H$ ——框架高度，取为上横梁中性轴到下横梁中性轴间的距离；

$l$ ——框架宽度，取为立柱中心线间之距离；

$e_1$ ——载荷作用点与压机中心轴线间的距离，即偏心距；

$EJ$ ——立柱的弯曲刚度；

$(EJ)_1$ ——上横梁的弯曲刚度；

$(EJ)_2$ ——下横梁的弯曲刚度；

$K_1$ ——刚度比， $K_1 = \frac{EJ}{(EJ)_1}$ ；

$K_2$ ——刚度比， $K_2 = \frac{EJ}{(EJ)_2}$ 。

受力简图如图 1-6 所示。由于动梁导套与立柱间的间隙在各处可能是不一样的，因此，动梁受偏心力矩作用后，在各处引起的反力  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$  也可能是不一样的。

将动梁取为分离体，则其受力简图如图 1-7 所示。

可列出两个静力平衡方程如下：

$$T_1 + T_3 - T_2 - T_4 + \frac{N}{2} - T = 0 \quad (1-7)$$

$$\frac{Pe_1}{2} - \frac{M}{2} - \frac{N}{2}h_0 - (T_1 + T_3)h_1 + (T_2 + T_4)(h_1 - a) = 0 \quad (1-8)$$

而未知数有五个，即  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$ 、 $T$ 。

为了简化计算，设  $T_1 = T_3$ ， $T_2 = T_4$ 。尚缺一个确定外力的方程。

#### （二）位移谐调方程

为了完全确定支反力的分配，尚需建立一个位移谐调方程。

先研究绝对刚体上各点由于刚体转动引起的水平位移间的关系（图 1-8）。当刚体上一点  $D$ ，在刚体转动  $\theta$  角后， $D$  点移到  $E$  点，其水平位移  $BC$  为：

$$\begin{aligned} BC &= AC - AB \\ &= R[1 - \cos(\alpha + \theta)] - R(1 - \cos \alpha) \\ &= R[\cos \alpha - \cos(\alpha + \theta)] \end{aligned}$$

将三角函数按泰勒级数展开，并取其前三项，则

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!}$$

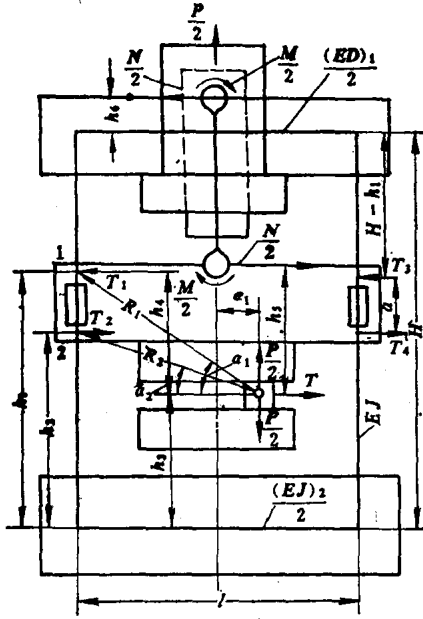


图1-6 受力简图

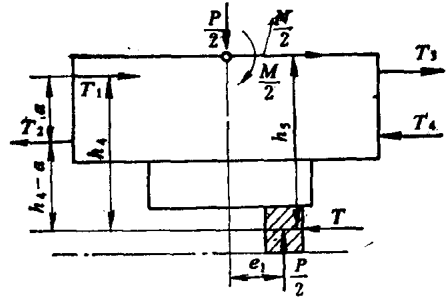


图1-7 动梁受力简图

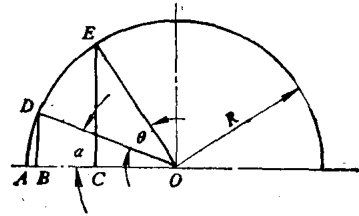


图1-8 水平位移间的关系

$$\cos(\alpha + \theta) = 1 - \frac{(\alpha + \theta)^2}{2!} + \frac{(\alpha + \theta)^4}{4!}$$

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \theta) = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - 1 + \frac{(\alpha + \theta)^2}{2!} - \frac{(\alpha + \theta)^4}{4!}$$

略去小转角 $\theta^2$ 以上的高次项，则可得

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \theta) = 2\theta - \frac{\alpha^2\theta}{3!} = \theta \left( \alpha - \frac{\alpha^2}{3!} \right)$$

当动梁承受偏心载荷时，在偏心力矩的作用下，动梁将以锻件中心作为支点旋转， $T_1$ 及 $T_2$ 作用点的水平位移 $\Delta_1$ 及 $\Delta_2$ 间的关系为

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\left( \alpha_1 - \frac{\alpha_1^2}{3!} \right) R_1}{\left( \alpha_2 - \frac{\alpha_2^2}{3!} \right) R_2} = C_1 \tag{1-9}$$

对于如图 1-2 b 所示的结构型式，作用在上横梁上的力也是静不定的，同样，也可根据此力作用点的水平位移与 $T_1$ （或 $T_2$ ）作用点水平位移之关系，来建立补充方程，见图 1-9。

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1} = \frac{\left( \alpha_3 - \frac{\alpha_3^2}{3!} \right) R_3}{\left( \alpha_1 - \frac{\alpha_1^2}{3!} \right) R_1} = C_2$$

上两式中， $\Delta_1$ ， $\Delta_2$ ， $\Delta_3$ 均为动梁相应点的水平位移，如假定导套与立柱无间隙，则它们应分别等于立柱上相应点的位移。而立柱的 $\Delta_1$ 与 $\Delta_2$ ，可在解超静定框架过程中求出，它们应为未知力 $T_1$ ， $T_2$ 等的函数。

$$\Delta_1 = f_1(T_1, T_2)$$

$$\Delta_2 = f_2(T_1, T_2)$$

代入公式(1-9)后, 可得

$$f_1(T_1, T_2) - C_1 f_2(T_1, T_2) = 0 \tag{1-10}$$

从而, 可解出未知力 $T_1$ 、 $T_2$ 及 $T$ 。

(三) 框架计算简图及其分解

从图1-6中可得出框架计算简图, 如图1-10所示。

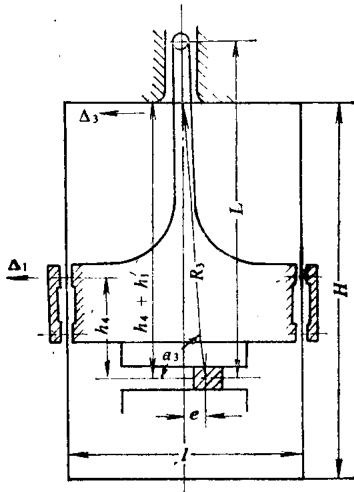


图1-9 力作用点与 $T_1$  (或 $T_2$ ) 作用点水平位移的关系

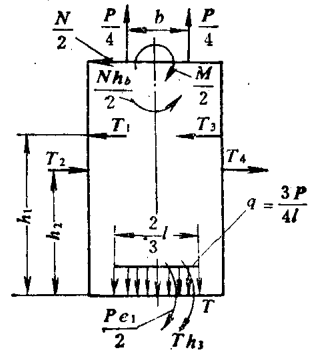


图1-10 框架计算简图

为了简化计算, 以及获得 $T_1$ 和 $T_2$ 力作用下的位移及单位力的表达式, 可将图1-10的受力框架分解为四个单元受力框架, 如图1-11。图 a 为中心载荷, 图 b 为作用于上横梁的弯矩载荷, c 为作用于上横梁的侧推力载荷, d 为作用于立柱上的侧推力载荷。

用力学方法来解单元受力框架。b, c, d, 三个单元受力框架下梁弯矩之和为  $\frac{Pl_1}{2} + Th_3$ 。

二、单元受力框架

(一) 中心载荷的单元受力框架

单缸液压机的中心载荷受力框架如图1-12, 为解此静不定框架, 将3、4及5点处, 换为铰支点, 从而引入未知内力矩 $x_1$ 及 $x_2$  (图1-13)。

用正则方程来解出 $x_1$ 及 $x_2$ 值。

$$\begin{aligned} x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} &= -\delta_{1P} \\ x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} &= -\delta_{2P} \end{aligned}$$

外力及内力矩 $x_1$ 及 $x_2$ 对于静定基上的弯矩图如图1-14所示。

按照维利沙金法则, 正则方程的六个系数分别为:

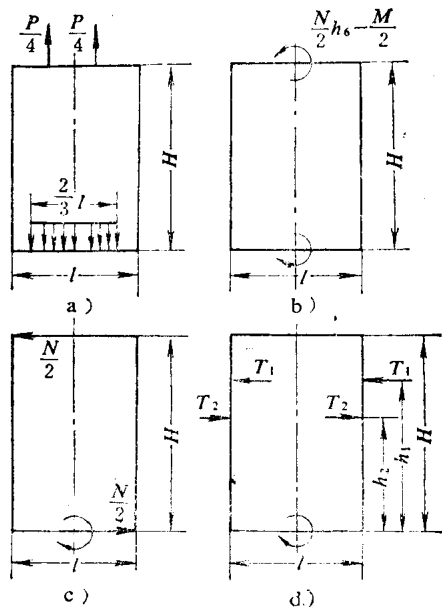


图1-11 单元受力框架

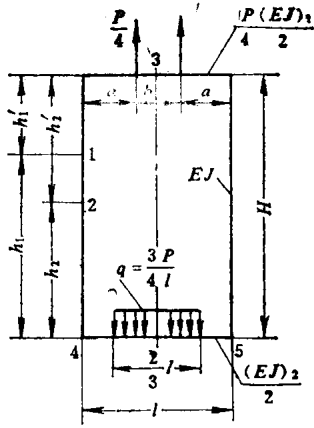


图1-12 中心载荷受力框架

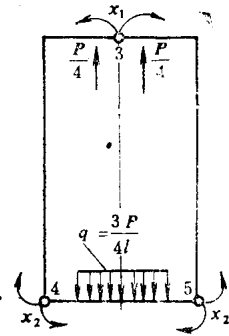


图1-13 转换支点的受力图

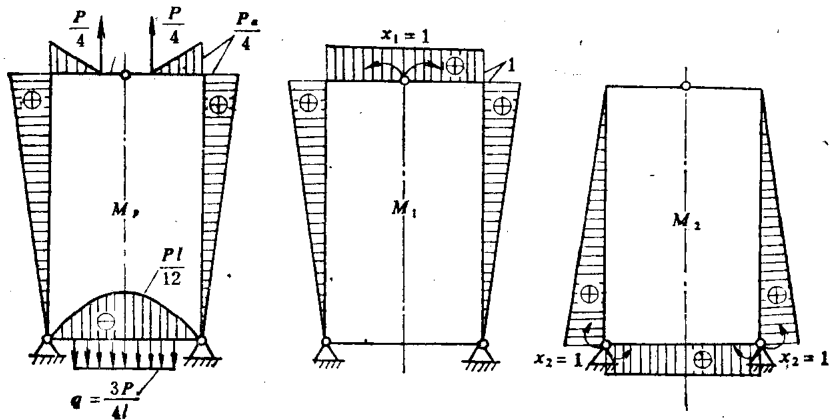


图1-14 弯矩图

$$\delta_{11} = \frac{H}{EJ} \left( \frac{2}{3} + K_1 \frac{l}{H} \right)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{H}{3EJ}$$

$$\delta_{22} = \frac{H}{EJ} \left( \frac{2}{3} + K_2 \frac{l}{H} \right)$$

$$\delta_{1P} = \frac{1}{2EJ} \left( \frac{P \cdot a \cdot H}{3} + K_1 \frac{Pa^2}{2} \right)$$

$$\delta_{2P} = \frac{1}{2EJ} \left( \frac{P \cdot a \cdot H}{6} - \frac{2}{9} K_2 Pl^2 \right)$$

从而得出

$$x_1 = -\frac{P}{2H} \cdot \frac{K_1 a^2 \left( 1 + \frac{3K_1 l}{2H} \right) + \frac{1}{2} a H \left( 1 + 2K_2 \frac{l}{H} \right) + \frac{2}{9} K_2 l^2}{1 + 2(K_1 + K_2) \frac{l}{H} + 3K_1 K_2 \frac{l^2}{H^2}} \quad (1-11)$$

$$x_2 = \frac{P}{2H} \cdot \frac{\frac{1}{2}K_1 a(a-l) + \frac{2}{9}K_2 l^2 \left(2 + 3K_1 \frac{l}{H}\right)}{1 + 2(K_1 + K_2) \frac{l}{H} + 3K_1 K_2 \frac{l^2}{H^2}} \quad (1-12)$$

当  $K_1 = K_2 = 0$  时, 即上、下横梁的刚度相对于立柱为无穷大时,

$$x_1 = -\frac{1}{4}Pa, \quad x_2 = 0$$

上述分析, 适用于动梁导套有足够大的间隙, 因而, 不妨碍立柱的自由变形。为了比较立柱在 1, 2 两点的挠度与导套间隙大小, 可在 1, 2 两点施加单位力, 如图 1-15, 仍按维利沙金法, 求出 1, 2 两点的位移  $\Delta_{1c}$  及  $\Delta_{2c}$ 。

$$\Delta_{1c} = \frac{1}{6EJ} \cdot \frac{h_1 h'_1}{H} \left[ \left( \frac{Pa}{4} + x_1 \right) (H + h_1) + x_2 (H + h'_1) \right] \quad (1-13)$$

$$\Delta_{2c} = \frac{1}{6EJ} \cdot \frac{h_2 h'_2}{H} \left[ \left( \frac{Pa}{4} + x_1 \right) (H + h_2) + x_2 (H + h'_2) \right] \quad (1-14)$$

如  $\Delta_{1c}$ ,  $\Delta_{2c}$  分别大于该处的导套间隙值, 则立柱的变形将受到动梁的阻碍, 应另作计算。此时, 假设动梁刚度为无穷大, 而导套处间隙为零, 这样, 上述框架可看成两个独立的框架, 其高度分别为  $h'_1$  及  $h'_2$ , 在动梁处按插入端处理, 如图 1-16。

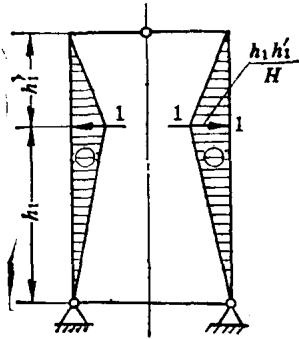


图 1-15 框架弯矩图

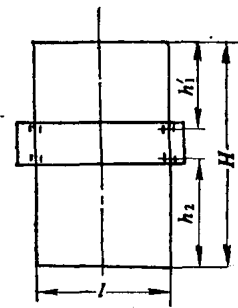
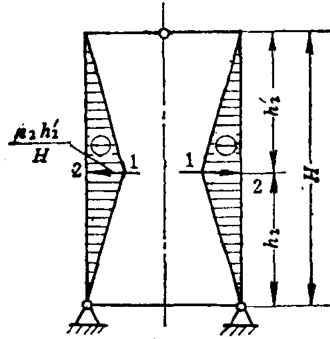


图 1-16 框架受力简图

对于上半个框架, 它是一个二次超静定的系统, 同样, 可以将 1、2 及 3 点变成铰结, 列出未知内力矩  $x_1$  及  $x_2$  的正则方程, 画出静定基上的弯矩图, 利用图形相乘的方法(图 1-17), 解出  $x_1$  及  $x_2$  如下:

$$x_1 = -\frac{P}{2h'_1} \cdot \frac{2K_1 a^2 + \frac{1}{2} a h'_1}{1 + 4K_1 \frac{1}{h'_1}} \quad (1-15)$$

$$x_2 = -\frac{P}{2h'_1} \cdot \frac{K_1 a(a-l)}{1 + 4K_1 \frac{1}{h'_1}} \quad (1-16)$$

当  $K_1 = 0$  时

$$x_1 = -\frac{1}{4}Pa, \quad x_2 = 0$$

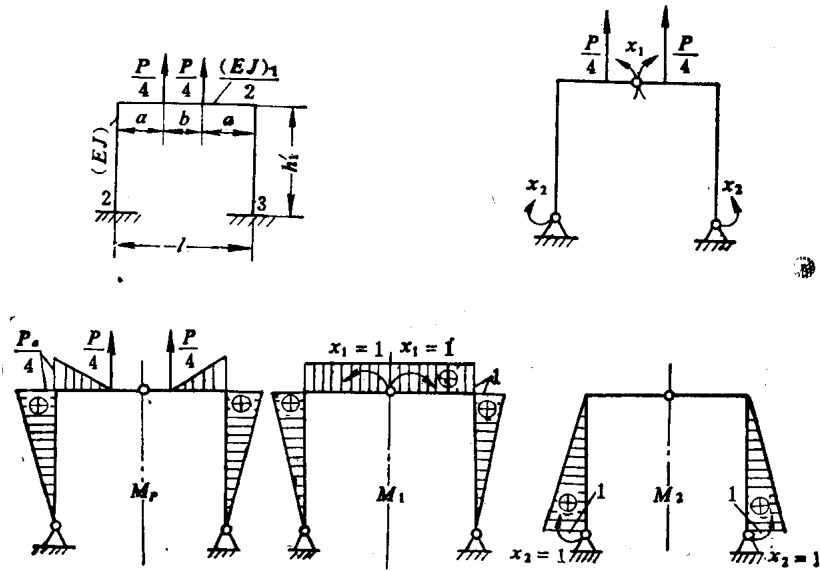


图1-17 上半框架弯矩图

对于下半个框架，其受力简图、静定基图及弯矩图如图1-18。

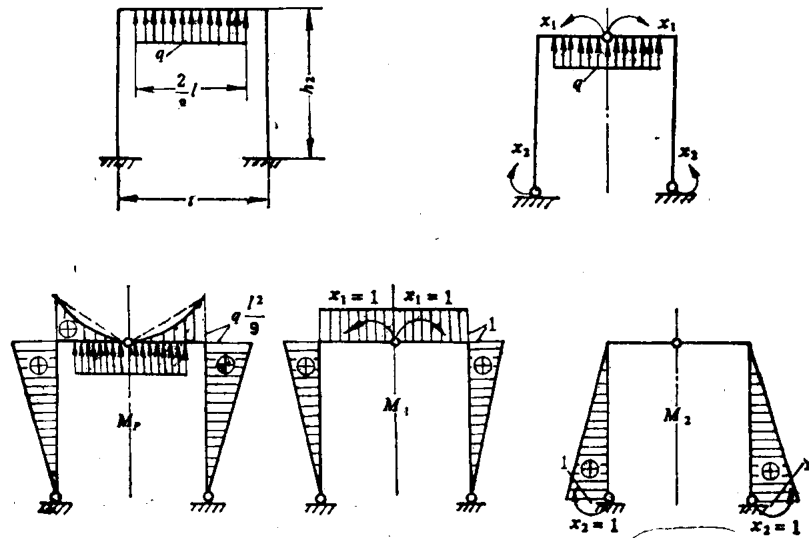


图1-18 下半框架弯矩图

未知内力矩为

$$x_1 = -\frac{q}{9h_2} \cdot \frac{l^2 h_2 + 2K_2 l^3}{1 + 4K_2 \frac{l}{h_2}} \quad (1-17)$$

$$x_2 = -\frac{qK_2 l^3}{9h_2 \left(1 + 4K_2 \frac{l}{h_2}\right)} \quad (1-18)$$

式中  $q = \frac{3P}{4l}$   
 当  $K_2 = 0$  时

$$x_1 = \frac{-ql^2}{9}; \quad x_2 = 0$$

(二) 上横梁作用有弯矩的单元受力框架

计算简图如图1-19, 为一次超静定框架。将上横梁沿框架对称轴线切开, 在剖分面上, 只能产生反对称剪力  $x_3$ , 其静定基如图1-20所示。外载荷及  $x_3$  在静定基上的弯矩图如图1-21及图1-22所示。

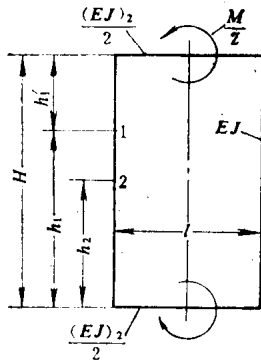


图1-19 计算简图

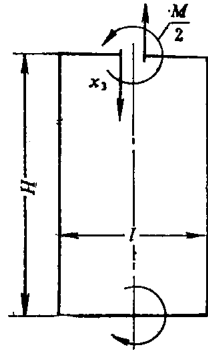


图1-20 静定基

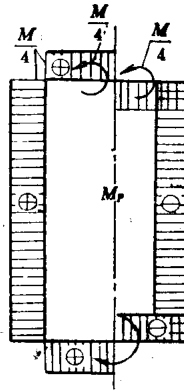


图1-21 弯矩图

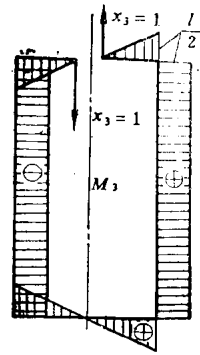


图1-22 弯矩图

$$x_3 = -\frac{\delta_{3P}}{\delta_{33}}$$

$$\delta_{3P} = -\frac{Ml^2}{8EJ} \left( 2\frac{H}{l} + K_1 + K_2 \right)$$

$$\delta_{33} = \frac{Hl^2}{6EJ} \left( 3 + K_1\frac{l}{H} + K_2\frac{l}{H} \right)$$

$$x_3 = \frac{3}{4l} M \frac{2 + K_1\frac{l}{H} + K_2\frac{l}{H}}{3 + K_1\frac{l}{H} + K_2\frac{l}{H}} \quad (1-19)$$

为了确定 1、2 两点立柱的挠度, 在静定基上加单位力, 并作出弯矩图如图1-23。

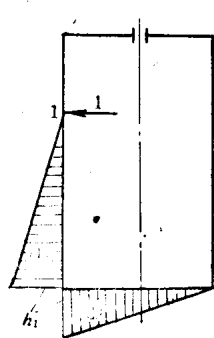
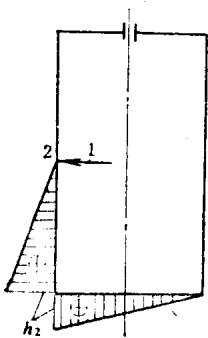


图1-23 弯矩图

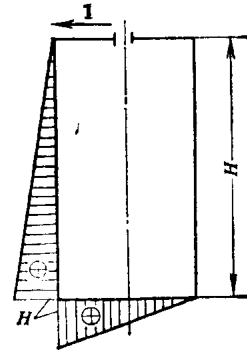


图1-24 弯矩图



1, 2 两点的挠度为

$$\Delta_{1M} = \frac{h_1}{8EJ} \left( M h_1 + K_2 M l - 2x_3 l h_1 - \frac{4}{3} K_2 x_3 l^2 \right) \quad (1-20)$$

$$\Delta_{2M} = \frac{h_2}{8EJ} \left( M h_2 + K_2 M l - 2x_3 l h_2 - \frac{4}{3} K_2 x_3 l^2 \right) \quad (1-21)$$

同样, 利用图1-24可确定上横梁的水平位移为

$$\Delta a_M = \frac{H}{8EJ} \left( H M + K_2 M l - 2H l x_3 - \frac{4}{3} K_2 x_3 l^2 \right) \quad (1-22)$$

(三) 上横梁作用有侧推力的单元受力框架

计算简图如图1-25所示。将上横梁沿框架对称轴线切开, 在剖分面上作用有反对称剪力  $x_3$ , 其静定基如图1-26。外载荷及  $x_3$  在静定基上的弯矩图如图1-27及图1-28所示。

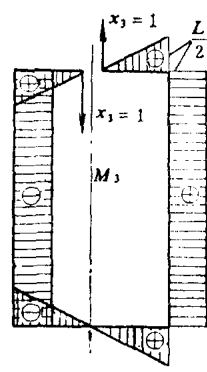
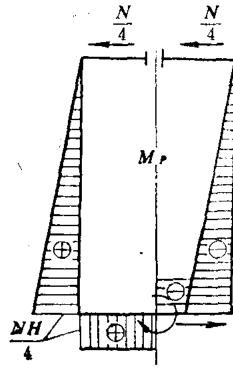
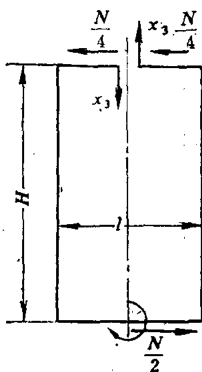
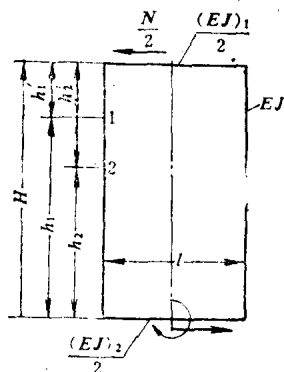


图1-25 计算简图

图1-26 框架切开后的受力图

图1-27 弯矩图

图1-28 弯矩图

同样, 可算出未知内力

$$x_3 = \frac{3}{4} N \frac{H}{l} \cdot \frac{1 + K_2 \frac{l}{H}}{3 + K_1 \frac{l}{H} + K_2 \frac{l}{H}} \quad (1-23)$$

1, 2 两点立柱挠度为

$$\Delta_{1N} = \frac{h_1}{8EJ} \left( \frac{2}{3} H h_1 N + \frac{1}{3} h_1 h_2' N + K_2 H l N - 2x_3 l h_1 - \frac{4}{3} K_2 x_3 l^2 \right) \quad (1-24)$$

$$\Delta_{2N} = \frac{h_2}{8EJ} \left( \frac{2}{3} H h_2 N + \frac{1}{3} h_2 h_2' N + K_2 H l N - 2x_3 l h_2 - \frac{4}{3} K_2 x_3 l^2 \right) \quad (1-25)$$

上横梁水平位移为

$$\Delta a_N = \frac{1}{EJ} \left( \frac{NH^3}{12} + \frac{K_2}{8} H^2 l N - \frac{1}{4} H^2 l x_3 - \frac{1}{6} K_2 H l^2 x_3 \right) \quad (1-26)$$

(四) 立柱受侧推力的单元受力框架

1. 两边立柱均匀受力

计算简图如图1-29, 将上横梁沿框架对称轴线切开, 剖分面上作用反对称剪力  $x_3$ 。其静定基如图1-30所示。外载荷及  $x_3$  在静定基上的弯矩图如图1-31。

经过计算, 得出未知内力为