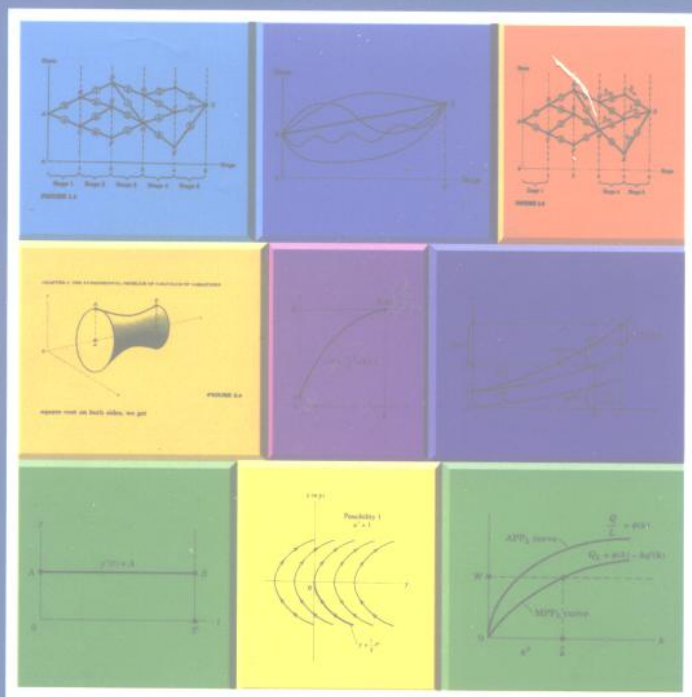




[美] 蒋中一 / 著

动态 最优化基础



商 务 印 书 馆

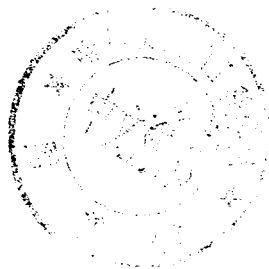
453748

动态最优化基础

[美] 蒋中一 著

王永宏 译

秦宛顺 校



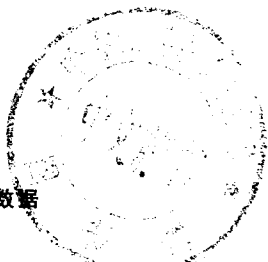
00453748

3

商 务 印 书 馆

1999年·北京

453748



图书在版编目(CIP)数据

动态最优化基础/(美)蒋中一著;王永宏译.-北京:
商务印书馆,1999

ISBN 7-100-02752-7

I. 动… II. ①蒋…②王… III. 动态最优化 IV. 0232

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 29987 号

DÒNGTÀI ZUIYŌUHUA JICHŪ

动态最优化基础

〔美〕蒋中一 著

王永宏 译

秦宛顺 校

商务印书馆出版

(北京王府井大街 36 号 邮政编码 100710)

新华书店总店北京发行所发行

北京民族印刷厂印刷

ISBN7-100-02752-7/F·347

1999 年 11 月第 1 版

开本 850 × 1168 1/32

1999 年 11 月北京第 1 次印刷

字数 275 千

印数 5 000 册

印张 12.75

定价:19.00 元

Alpha C. Chiang

ELEMENTS OF DYNAMIC OPTIMIZATION

McGraw - Hill, Inc. 1992

本书根据麦格劳—希尔公司 1992 年版译出

译者前言

本书是蒋中一(Alpha C. Chiang)教授的《数理经济学基础方法》一书的续篇,是一本非常优秀的经济数学教科书。

本书的内容涉及两个方面,一是数学,二是经济学。我们知道,国外的经济学文献中大量地使用数学方法,这些数学方法对于深入分析复杂的经济关系,简明扼要地表述经济思想是非常必要的。它们已经成为经济学家不可或缺的必要工具。然而,这些频繁使用的数学方法却使部分学生对这些文献望而生畏。本书阐述了这些被经济学文献广泛使用的数学工具——变分法、最大值原理、拉格朗日乘子、汉密尔顿函数、横截条件、欧拉方程等,并结合经典的经济学模型说明这些方法在经济学中的应用。

本书的特点主要体现在三个方面。

一、本书是作者以授课讲义为基础加工完成的。所涉及的内容虽然比较深奥,但是作者采用了形象生动的方法把问题阐述得简明易懂。这一点给译者留下了深刻印象。

二、本书自然流畅地把经济学与数学方法结合起来。既是一本经济数学教材,也是一本数理经济学教材。

三、本书引用了动态经济学的经典模型。例如,从古典的拉姆齐(Ramsey)增长模型,到卡斯(Cass)的新古典增长模型,再到具

有技术进步的罗默(Romer)模型,读者不仅可以学习体会所用的数学方法,而且可以领略到增长理论分析框架的逐步改进。所引述的模型都是典型的,具有生命力的。

本书的对象是经济学及相关专业的硕士研究生、博士研究生(特别是有志于到国外深造经济学的读者)。它是具有一般经济学基础、而需继续学习高级宏观及微观经济学、动态经济学的读者的先行教材,是硕士、博士研究生的必读书。它也是阅读国外文献、追踪经济学研究动态的必备参考书。

最后,特别感谢蒋中一教授、刘文忻教授、张宗理、朱泱编审的大力支持。中文版的早日面世与他们是分不开的。

目 录

前言.....	1
---------	---

第一部分 导论

第一章 动态最优化的性质	6
1.1 动态最优化问题的显著特征.....	6
1.2 可变端点和横截条件.....	13
1.3 目标泛函.....	18
1.4 动态最优化的各种处理方法.....	24

第二部分 变分法

第二章 变分法的基本问题	34
2.1 欧拉方程.....	34
2.2 某些特殊情形.....	45
2.3 欧拉方程的推广.....	55
2.4 垄断者的动态最优化.....	60
2.5 通货膨胀和失业之间的折衷(tradeoff)	66

第三章 可变端点的横截条件	72
3.1 一般性横截条件.....	72
3.2 特殊横截条件.....	77
3.3 三种推广.....	89

3.4	劳动力需求的最优调整	92
第四章	二阶条件	97
4.1	二阶条件	97
4.2	凹性 / 凸性充分条件	99
4.3	勒让德必要条件	111
4.4	一阶变分和二阶变分	117
第五章	无限计划水平	119
5.1	无限水平的方法问题	119
5.2	企业的最优投资路径	125
5.3	最优社会储蓄行为	136
5.4	相图分析	143
5.5	凹性 / 凸性充分条件	159
第六章	约束问题	163
6.1	约束的四种基本类型	164
6.2	经过重构的某些经济学应用	175
6.3	可耗尽资源的经济学	180

第三部分 最优控制理论

第七章	最优控制: 最大值原理	194
7.1	最优控制的最简单问题	195
7.2	最大值原理	201
7.3	最大值原理的理论基础	213
7.4	其它终结条件	218
7.5	变分法与最优控制理论的比较	230

7.6	政治商业周期	232
7.7	能源使用和环境质量	240
第八章 对最优控制的进一步讨论.....		247
8.1	最大值原理的经济学解释	247
8.2	现值汉密尔顿函数	252
8.3	充分条件	258
8.4	具有 n 个状态变量和控制变量的问题	267
8.5	反污染政策	283
第九章 无限水平问题.....		291
9.1	横截条件	291
9.2	重新考察某些反例	296
9.3	新古典最优增长理论	307
9.4	外生和内生的技术进步	321
第十章 具有约束的最优控制问题.....		335
10.1	涉及控制变量的约束.....	335
10.2	收益最大化企业的动态.....	355
10.3	状态空间约束.....	363
10.4	状态空间约束的经济学例子.....	374
10.5	动态最优化的局限性.....	381
部分练习题的答案.....		383
索引.....		391

前 言

在最近几年中,我接到了许多请求,要求拓展我的《数理经济学基础方法》以包括动态最优化这个主题。由于该书现有的规模严重地限制了篇幅,我决定把动态最优化这个主题单独放在一本书中。虽然分成了两本书,但是,目前这本书仍然可以被视为《数理经济学基础方法》的继续。

正如《动态最优化基础》这个书名所暗示的,这本书旨在成为一本入门性教材而不是一本百科全书。尽管本书全面地解释了古典变分法的基础和它的现代堂兄(最优控制理论),但未论及微分博弈和随机控制。动态规划以离散时间的形式予以解释;我排除了连续时间情形,因为它需要偏微分方程作为预备知识,这将远离我们的主题。

尽管最优控制理论的出现使得变分法黯然失色,我认为抛弃变分法这个主题是不可取的。原因之一是,后者的知识对于理解以变分法形式写成的经典经济学论文是必不可少的。此外,这种方法甚至在最近的研究中也被使用。最后,变分法的背景知识有利于更好地、更全面地理解最优控制理论。只对最优控制理论感兴趣的读者如果愿意的话,可以跳过本书第二部分。但是我郑重推荐至少阅读下列章节:第二章(欧拉方程),4.2节(检验凸/凹性),5.1节(无限水平的方法问题,也与最优控制理论相关)。

本书的某些特点值得指出。在推导欧拉方程过程中,我提供

了比大多数其它书籍更多的细节,这是为了使读者更好地欣赏所涉及到的逻辑的优美之处(2.1节)。联系无限水平问题,我试图澄清关于广义积分收敛性条件的某些常见误解(5.1节)。我也试图说明,违背无限水平横截条件的最优控制理论的所谓反例可能是似是而非的。因为人们未能认识到在这些例子中存在着诸多隐含固定端点状态的出现。

为了保持与《数理经济学基础方法》的联系性,我以同样的解说耐心撰写这册书,并且我希望它清晰可读。数学技术的讨论常常伴以数字说明、经济学例子和练习来加强认识。在数字说明中,我有意以几种不同的构造形式给出最短路径问题——一个具有众所周知解的简单问题,并且把它用作贯穿全书的一条主线。

在经济学例子的选择上,我的主要准则是这些经济学模型作为正被研究的特定数学技术的说明的适当性。尽管近期的经济学应用是应该包括的自然候选,我并未抛弃经典文献。某些经典文章不仅就其本身来说值得研究,而且对于说明目的也是很出色的,因为它们的模型结构并未与第二手的更复杂假设搅乎在一起。作为一个副产品,新旧经济学模型的排列也给出了经济学思想发展的有趣一瞥。例如,从古典拉姆齐增长模型(5.3节)到卡斯的新古典增长模型(9.3节)再到具有内生技术进步的罗默增长模型(9.4节),你将看到分析框架的逐步完善。类似地,从可耗尽资源的古典霍特林模型(6.3节)到能源使用和污染的福斯特模型(7.7节和8.5节),你将看到从资源耗竭到环境质量的社会关注焦点的变迁。把动态垄断的古典埃文斯模型(2.4节)与收益最大化企业动态的更近期的利兰模型(10.2节)进行比较,也说明了宏观经济学许多再定位发展之一。

按照我的教学思想,我试图从模型的原始构造到复杂的数学分析再到它的最终解,逐步解释每个经济学模型。尽管由此所产生的较长的分析要求限制提供的经济学模型数目,但我相信,详细的分析是可取的,因为它减少了经常与学习数学相关的恐惧和挫伤。

在此书的写作中,我深深地得益于怀俄明大学布鲁斯·A.福斯特教授的许多评论和建议,他敏锐的目光发现了原稿中许多错误和遗漏。然而由于我没有接受他的所有建议,我应该单独对现存的缺点承担责任。我多年来的许多学生(我对他们试讲了本书的早期手稿)也用他们的问题和反应帮助了我。本书的编辑斯科特·D.斯特拉特福德在关键时刻给我以适当的鼓励和压力使得我继续下去。麦格劳-希尔出版公司的约瑟夫·墨菲以及科学印刷公司的萨拉·罗瑟、谢里尔·克兰兹和埃利·西蒙的合作努力使得出版过程顺利而愉快。同时要感谢爱德华·T.道林,他找出了本书原始打印稿中的某些错误。最后,我的妻子埃米莉在打印手稿方面再一次给予我不遗余力的帮助。对于他们,我深表感谢。

蒋 中 一

第一部分

导 论

第一章 动态最优化的性质

3

在经济学分析中,最优化是一个重要的主题。由于这个原因,寻找无约束和有约束极值的古典微积分方法和数学规划的近期技术在经济学家的日常工具箱中占据着重要位置。尽管它们非常有用,这些工具仅适用于静态最优化问题。在这种问题中找到的解通常包含每个选择变量的单个最优值,诸如每周的最优产出水平和某产品的最优要价。它不要求最优序列行动的一个时间表。

相反地,一个动态最优化问题提出这样一个问题:在整个计划期间内的每个时期中(离散时间情形)或者在给定时间区间比如说 $[0, T]$ 中的每一时刻(连续时间情形),选择变量的最优质是什么。甚至可以考虑无限计划水平,使得相关的时间区间是 $[0, \infty)$ ——用语言表述就是“从这里到永远”。这样,动态最优化问题的解就具有如下形式:对于每个选择变量的一条最优时间路径,详细说是今天、明天等等直到计划期间结束的最优值。在本书中,我们将使用星号代表最优性。具体地,一个(连续时间)变量 y 的最优时间路径将表示为 $y^*(t)$ 。

1.1 动态最优化问题的显著特征

4

尽管动态最优化问题用时间序列的形式来描述,但是也可以把计划水平设想为经济过程中的一个阶段序列。在此情形下,动

态最优化可以被视为多阶段决策制定的一个问题。然而,显著的特征仍然是,最优解将包含选择变量的多个值。

多阶段决策制定

动态最优化的多阶段特征可以用一个简单的离散例子予以说明。假定一家企业致力于把某种材料从初始状态 A (原材料状态)经过五个阶段生产过程转化为终结状态 Z (最终产品状态)。该企业面临着在几种可能的备选子过程中选择的问题,每个子过程对应一个特定的成本。此问题是:该企业应该在五个阶段中怎样选择使得总成本最小化?

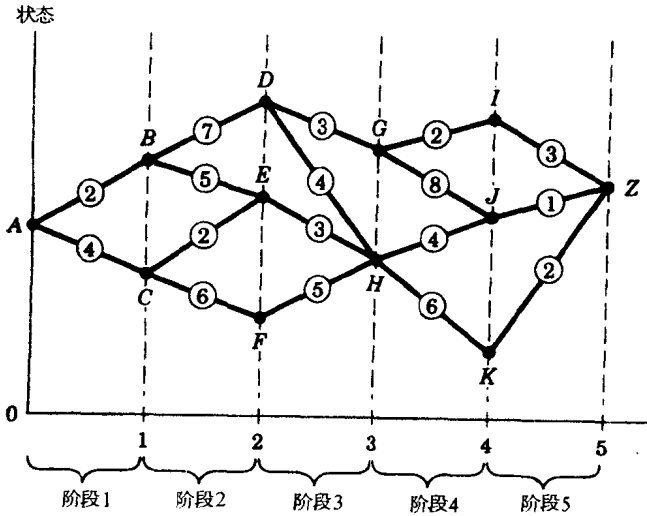


图 1.1

在图 1.1 中,我们通过水平地画出各阶段并垂直地画出各状

态来说明这样一个问题。初始状态 A 用最左端的点来表示(在阶段 1 的开始处);终结状态 Z 用最右端的点来表示(在阶段 5 的结束处)。其它各点 $B, C, \dots, K$ 表示了各种中间状态,在此过程中,这种材料可以转化到这些状态。这些点 ($A, B, \dots, Z$) 被称为顶点。为了表明从状态 A 可以转化到状态 B , 我们从点 A 到点 B 画一条弧。另一条弧 AC 表明这种材料也可以转化到状态 C 而不是状态 B 。每一条弧被赋予一个具体值——在本例中是成本——它显示在表 1.1 中的圆圈中。第一阶段决策是决定把原材料转化为状态 B (成本为 2 美元)还是把它转化为状态 C (成本为 4 美元),即是选择弧 AB 还是选择弧 AC 。一旦此决策做出,将出现第二阶段的另一个选择问题。如此等等,直到状态 Z 被达到。我们的问题是选择从左到右的一个相连的弧序列;从 A 开始到 Z 结束,使得各部分弧上的值的总和达到最小。这样一个弧序列将构成一条最优路径。

图 1.1 中的例子非常简单以致于我们可以通过列举从 A 到 Z 的所有允许的路径并从中挑选出具有最小总弧值的路径,从而得到解。然而对于更加复杂的问题,则需要一种系统的解决办法。我们将在以后当我们在 1.4 节中引入动态规划时讨论这种方法。目前,我们注意到眼前这个例子的最优解是路径 $ACEHJZ$,它具有最小生产成本 14 美元。这个解指出了一个重要的事实:一个目光短浅的每时每刻达到最优的程序一般地不一定产生最优路径!例如,一个目光短浅的决策者在第一阶段可能会选择 AB 而不是 AC ,因为前者的成本仅是后者的一半;然而,从全部五个阶段来看,应该选择代价更高的第一阶段弧 AC 。当然,正是因为这个原因,我们需要发展那些能够考虑整个计划期间的方法。