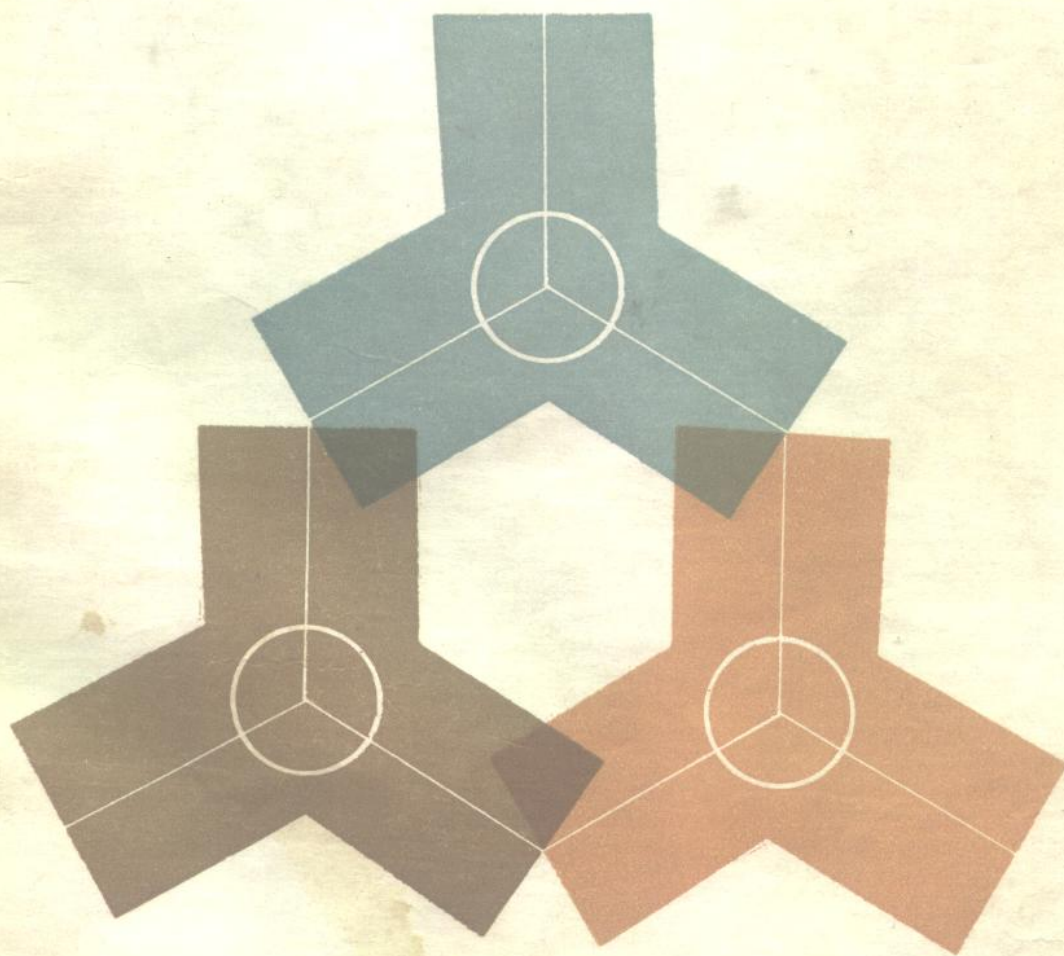


微波网络

● 尚洪臣 编



● 北京理工大学出版社

微波网络

尚洪臣 编

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书着重讨论微波网络的基本原理、基本分析方法和综合方法。对广义散射参量、复频域上的不定散射参量、宽带匹配技术和时域分析法等也作了介绍。

全书共九章。前六章侧重于微波网络基本原理和基本分析方法的研究；后三章结合典型元件侧重于网络综合法研究。网络综合原理部分，不单列章节结合应用论述；加强了“微波电路机辅设计”所需的网络分析法；避免了繁杂的工程实际问题的描述；突出了基本原理和基本方法。书中有一定数量的例题和习题。文字简洁易懂，便于自学。

本书可作为工科电磁场与微波技术专业、电子工程和无线电技术专业的教材和参考书，也可供从事微波工程人员参考。

微波网络

尚洪臣 编

*

北京理工大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中赵甫印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 20.5印张 505千字

1988年12月第一版 1988年12月第一次印刷

ISBN 7-81013-144-3/IN·12

印数：1—4000册

定价：4.05元

前 言

本书系由原兵器工业部第一教材编审委员会《微波技术》编审小组评选，由原国家机械工业委员会高等工业学校《电子技术》教学指导委员会审定，并推荐出版。

本书由东南大学沈楚玉教授担任主审，华东工学院陈忠嘉教授任责任编委。编审者均依据《微波技术》编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅。

本书系工科电磁场理论与微波技术专业的必修课程，参考学时72。主要内容为线性无源微波网络。着重讨论微波网络的基本理论、基本分析方法和综合方法。全书共分九章，前六章侧重网络分析，后三章侧重网络综合。在内容编排上，网络综合原理部分不单列章节，而结合应用论述；避免了繁杂的工程实际问题的描述，着重介绍了典型元件的基本原理及计算方法；加强了“微波电路机辅设计”所需要的网络分析法；对广义散射参量、复频域上不定散射参量、宽带匹配技术及时域分析法等作了简要的介绍与综述。

由于微波网络理论，是在电磁场理论和电路理论的基础上发展起来的，是电磁场问题的“电路化”和“工程化”，所需数学知识较多，特别是线性代数、复变函数等，因此，使用本书时，读者应具备电磁场理论、微波传输线理论、电路分析及线性代数等方面知识。为了便于读者对微波网络基本原理和基本方法的理解，书中列举了若干例题，并附有一定数量的习题。

书中带有“*”号章节，作为选讲内容。

在编写本书过程中，北京理工大学电子工程系微波技术教研室主任邓次平教授及微波技术教研室的老师们给予热情地指导和帮助，特致以衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在不少的缺点和错误，殷切希望读者给予批评指正。

编者 1988.6 于
北京理工大学电子工程系

目 录

第一章 导论	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 网络的基本假定	3
§ 1.3 电磁场方程组 赫兹矢量位 复数功率定理	5
§ 1.4 广义传输线方程及线上的电压、电流	11
§ 1.5 波导等效为长线和不均匀性等效为网络的条件	17
§ 1.6 归一化参量	22
习 题	25
第二章 微波网络参量	26
§ 2.1 归一化散射参量	26
§ 2.2 微波网络的传输参量	34
§ 2.3 微波网络的电路矩阵	37
§ 2.4 网络参量矩阵间的互换关系	49
§ 2.5 基本电路单元的参量矩阵	54
§ 2.6 网络对网络参量的限定	57
§ 2.7 广义散射参量	67
§ 2.8 复频域上的不定散射参量	73
§ 2.9 二端口网络的工作特性参量	76
习 题	88
第三章 网络联接及其矩阵描述	92
§ 3.1 二端口网络的简单联接	92
§ 3.2 多端口网络的广义级联及其矩阵描述	96
§ 3.3 由子网络的[S]矩阵直接求联接后[S]矩阵的方法	101
§ 3.4 由 n 端口网络退化(派生)为 m 端口网络的散射矩阵	105
§ 3.5 多端口网络的各端口均接双端口网络的散射矩阵	107
§ 3.6 由基本元件的不定导纳矩阵求电路导纳矩阵的方法	109
习 题	111
第四章 对称网络	114
§ 4.1 网络的对称性和对称算子	114
§ 4.2 本征值和本征矢量	118
§ 4.3 利用矩阵本征值分析对称网络的方法	122
§ 4.4 对称的三端口网络	125
§ 4.5 对称的四端口网络	132
习 题	142
第五章 信号流图在网络分析中的应用	143
§ 5.1 信号流图与线性方程组 流图中的节点、支路、通路及回路	143
§ 5.2 简单网络的信号流图	145

§ 5.3	信号流图的简化法则	147
§ 5.4	不接触环路法则	152
习 题		157
• 第六章	网络的时域分析法	159
§ 6.1	概 述	159
§ 6.2	传输线的时域方程及其解	160
§ 6.3	网络时域分析的拉普拉斯变换法	163
§ 6.4	状态变量法	167
第七章	微波网络的基本元件	172
§ 7.1	不均匀性的等值网络	172
§ 7.2	传输线中的不连续性及其等值网络	174
§ 7.3	串、并联电抗元件的实现	189
§ 7.4	倒置网络及其实现	191
§ 7.5	微波传输线谐振器的等效电路	194
§ 7.6	平行耦合线节	197
习 题		204
第八章	微波滤波器	205
§ 8.1	引 言	205
§ 8.2	滤波器的衰减特性	207
§ 8.3	集总参数原型电路的综合	209
§ 8.4	Butterworth 响应低通原型滤波器的综合	218
§ 8.5	Chebyshev 响应低通原型滤波器的综合	222
§ 8.6	椭圆函数滤波器	231
§ 8.7	微波低通滤波器	233
§ 8.8	利用低通原型电路设计微波滤波器的方法	238
§ 8.9	微波带通滤波器	249
§ 8.10	微波滤波器的准确设计	260
§ 8.11	元件的损耗对滤波器性能的影响	270
习 题		274
第九章	阻抗匹配网络 定向耦合器 功率分配器	277
§ 9.1	阻抗匹配网络	277
§ 9.2	微波定向耦合器	293
§ 9.3	三端口功率分配器	315
习 题		318
主要参考书		319

第一章 导论

§ 1.1 引言

“网络”一词，所用甚广。本书所涉及的均为电网络，即在电的系统中，由若干元件组成，用来使电信号按一定要求传输的电路或电路一部分。它具有不同的形式和功能。

网络是一个抽象的概念，具体的是许许多多电路、系统或元件。为了揭示网络的一般性质，常把网络用一个“黑箱”及其与外部相联系的若干个端口（端对）来表示。如图 1-1 所示是一个微波网络分析模型，它是由理想导体边界面和端口面所围成的媒质空间

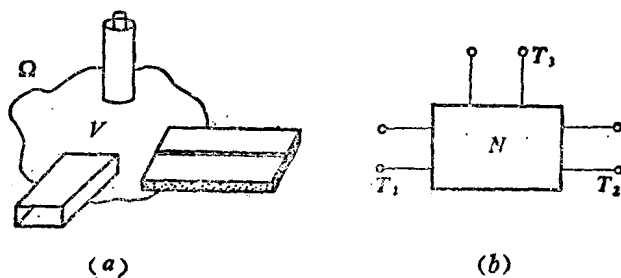


图 1-1 微波网络分析模型
(a) 分析模型；(b) 表示方法

(V)。理想导体边界面和端口面构成了一个封闭曲面 (Ω)，它将具有确定的结构和若干条与外界相连接的无耗均匀传输线的微波系统（或元件）包围起来。与外界相连接处称为端口，常赋予标号 (①, ②, ③...④)。端口面是一个与传输线轴线相垂直的横截面，又称端口参考面，用“ T ”表示。将上述的网络分析模型用图 1-1 (b) 所示的方框和平行双线及其参考面来代表，这就是网络。图中的方框即是“黑箱”。

网络端口是用来馈入或送出电信号的，并在其上可进行诸如电压、电流、反射系数及衰减等量的测量。一个端口有两个端子。构成端口的两个端子，必须是流入一个端子的瞬时电流永远等于流出另一个端子的瞬时电流，称此为网络的端口条件。

由于把具体的电路装进了“黑箱”，看不到它们的内部结构，只能从外部的引出端口来研究它们的特性，因此，我们所关心的是其外部特性，而不是其内部结构如何，把注意点放在端口上。

网络的每一个端口都应有一对信号量，称为信号对。信号对可为电压、电流或入射波与反射波场强复振幅。一个信号对的两个信号量不是随意的，而要受网络本身制约。例如由电阻 R 所构成的单端口网络，其端口信号对 (U, I) 的两个信号量之间应满足 $U/I = R$ 之关系。因此，凡是满足此关系的信号对，诸如 ($U, U/R$)、(IR, I)、($\cos \omega t, \cos \omega t/R$) 等，称为可容许信号对，否则是不容许的信号对。

电网络分为低频网络和微波网络两大类。低频网络是由集总元件构成的电路系统，它

的工作频率约在300MHz以下(波长1m以上);微波网络一般是由微波传输线及微波元件构成,是分布参数电路,频率约在300MHz以上(波长1m以下)。

微波网络是以微波元件及其系统为对象,研究它们的传输特性及综合(设计)方法的。微波元件的研究方法,有场的方法和路(网络)的方法。场的方法是以电场、磁场为研究的基本量,以麦克斯韦方程组为基础,利用边界条件,解电磁场的边值问题。这种方法着重于揭示微波元件内部的场型结构及其传输特性,是一种在理论上严格的、普遍适用的方法。但实际上由于微波元件的不规则性,媒质的不均匀性,边界条件的复杂性,使得数学表示和运算都很困难,因而在许多场合下场的分析法是不方便的。路的分析方法是一种等效的方法,它首先在一定条件下将微波元件等效成网络,然后利用电路和传输线理论,求出网络端口信号量之间的关系,从而得到元件的外部特性。这不仅避免了复杂的场的计算,而且为研究信号通过微波元件后的功率、幅度、相位和频谱变化等许多工程问题提供了方便。场的分析法与路的分析法是紧密相关、相辅相成的。简单来说,场是网络的内在原因,场的分析法是路的分析法的基础,网络是场的外部表现。由于网络参量可通过测量途径获取,因而网络理论在微波工程中得到广泛应用。

由于微波频率很高,波动性上升为主要矛盾,加之微波系统场的多模性及分布参数电路的特点,使微波网络与低频网络有着不同的特征,主要表现在:

(1) 在将微波系统等效成网络时,就场的模式(波型)而言,不同的模式将等效成不同的网络,有着不同的网络参量。当微波系统的一个端口存在多个模式时,按着每一个模式等效成网络的一个端口的原则,可将一个多模的微波系统的端口等效成一个多端口网络。

(2) 由于微波系统中的连接线段都是分布参数的传输线,因此连接线段本身就是微波元件,它的长短将直接影响网络参量。为此,在将微波系统等效成网络时,首先要选定确定的网络端口面,即参考面。参考面的选择应遵循如下两点。第一,在单模传输时,参考面上只允许有场的主模存在,没有高次模式场存在。但也有例外,有时为使等效网络简化,把参考面选在不连续性附近,甚至与不连续性平面重合。例如分析波导中膜片的等效电路时就是这样选的,此时参考面上既有 H_{10} 模又有膜片引起的高次模式场强存在。第二,参考面必须是与轴线相垂直的传输线的横截面,故参考面上的场强必为横向场强。参考面一经选定,网络所代表的区域就确定了。一旦网络的一个或数个参考面的位置发生变化,网络所代表的区域亦发生变化,网络的参量随之变化。因此,微波网络参量,是在确定的参考面下的参量。

(3) 由于微波元件是由不同形状的几何结构所组成的复杂系统,根据它们所贮存的电磁场能量和消耗能量的情况而等效成的电感、电容、电阻和电导是频率的复杂函数,因此这种等效关系仅对某一频率或某一波段而言才是正确的。

(4) 微波传输线所传输的电磁能量取决于电磁场的横向分量,因此,等效网络的端口参考面上的等效电压、电流与横向电场、磁场成比例。由于等效方法的不同,等效电压、电流亦不同,即微波网络端口的等效电压、电流不唯一。

网络方法,包括网络分析和网络综合两方面。分析法,是在已经掌握网络结构的情况下,讨论网络的各种外部特性。并在掌握了网络结构和特性情况下,按照需要,将网络进行适当的组合,可达到设计新元件之目的。综合法,是根据预定的工作特性要求(即技术

指标)，进行网络的结构设计。

近年来，随着计算机、计算技术以及高速大容量的通信、高速数字逻辑电路技术的发展、微波固态电路、微波测量技术的各种应用，使微波电路的分析与综合出现了许多新方法，引人注目的是CAD技术和时域分析法。微波与计算机的结合并广泛地用于微波工程中的计算、分析、综合、设计和模拟等领域的CAD技术的应用，一改过去工程设计中的复杂数学计算和利用图表曲线满足不了精度要求的局面。时域分析法，不但适应了微波系统中越来越多的时域分析问题的需要，而且在分析方法上有方便和独到之处，如能进一步完善，并像电路系统那样，使时域和频域两种体系在微波领域中相互联系相互补充，将会对微波电路理论和分析方法发展起重要的促进作用。

§ 1.2 网络的基本假定

图 1-2 所示为一个 n 端口网络 N ，其各端口的可容许信号对分别为 $(u_1(t), i_1(t))$ 、

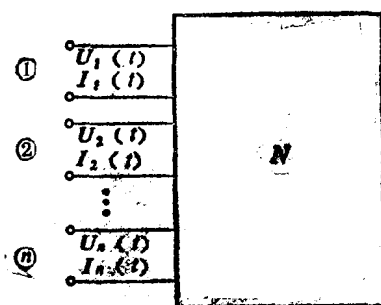


图 1-2 n 端口网络

$(u_2(t), i_2(t)) \cdots (u_n(t), i_n(t))$ 。如果用各端口的信号电压、信号电流，按着端口编号的顺序，分别构成一电压列矩阵和电流列矩阵，为

$$[u(t)] = [u_1(t) \ u_2(t) \cdots u_n(t)]^T$$

$$[i(t)] = [i_1(t) \ i_2(t) \cdots i_n(t)]^T$$

则网络的可容许信号对可用 $([u(t)], [i(t)])$ 表示。所谓网络的基本假定，是指在实时函数范畴内，在各种特定条件下，网络端口的信号量 $[u(t)]$ 和 $[i(t)]$ 所应受到的限制。

一、线性网络

简单地讲，线性网络是指响应与激励成正比例的网络；确切地讲，线性网络端口可容许信号对应满足均匀律和可加律。

(1) 均匀律 假定 $([u(t)], [i(t)])$ 为 n 端口网络 N 可容许的信号对，有任意有界的实数 a 存在，使 $a([u(t)], [i(t)])$ 也为该网络的可容许的信号对，则称网络 N 满足均匀律。

(2) 可加律 $([u_1(t)], [i_1(t)])$ 和 $([u_2(t)], [i_2(t)])$ 为网络 N 的两组可容许信号对，若 $([u_1(t)] + [u_2(t)], [i_1(t)] + [i_2(t)])$ 也为网络 N 的可容许信号对，则称网络 N 满足可加律。

综合两个定律于一式, 有

$$(a_1[u_1(t)] + a_2[u_2(t)], a_1[i_1(t)] + a_2[i_2(t)]) \quad (1-1)$$

也是网络 N 的可容许信号对。 a_1 、 a_2 为任意有界实常数。换言之, 线性 n 端口网络遵循叠加原理, 其可容许信号对构成一线性空间。

二、无源网络

无源网络常被人们理解为不包含电源的网络, 这种理解是不确切不全面的。确切地讲, 无源网络是指在任何时刻都不能产生能量的网络, 即耗能网络。网络的无源性可用端口能量来定义, 对于 n 端口网络有

$$E(t) = \int_{-\infty}^t [u(t)]^T [i(t)] d\tau \geq 0 \quad (1-2)$$

被积函数 $[u(t)]^T [i(t)]$ 表示在任意瞬时 t 从所有的 n 个端口流入网络 N 的瞬时功率, 故 $E(t)$ 代表从 $t = -\infty$ 到某一瞬间 t 这段时间内, 从 n 个端口输给网络 N 的总能量。 $E(t) \geq 0$ 意味着网络 N 不能向外界提供任何能量, 是耗能网络。积分下限选为 $t = -\infty$, 其目的在于确保组成网络 N 的所有元件均处于静止状态, 没有任何的初始贮能。

值得指出的是, 网络 N 所有可容许的信号对都必须满足(1-2)式, 如果其中有一对不满足, 则网络 N 就不是耗能网络, 而是供能网络。(1-2)式中的 $E(t)$ 有两种可能: 一种是 $E(t) > 0$, 表示外界输给网络的能量, 将在网络内部耗损一部分, 此时网络 N 为真正的耗能网络, 称为有耗网络; 另一种是 $E(t) = 0$, 表示外界输给网络的能量, 将全部由网络输出给负载, 网络本身不消耗任何能量, 此时网络 N 为无耗网络。因此, 这里所讲的“耗能”一词是广义的, 它包含真正的耗能和无耗。

三、时恒网络

直观地讲, 时恒网络, 是指一个给定的激励信号, 无论任何时刻加到网络上都产生相同响应的网络。确切地讲, 若 $([u(t)], [i(t)])$ 为网络的一组可容许信号对, 存在另一组可容许的信号对 $([u(t+\tau)], [i(t+\tau)])$, 使

$$([u(t)], [i(t)]) = ([u(t+\tau)], [i(t+\tau)]) \quad (1-3)$$

成立, 则称网络为时恒网络。 τ 为有界实数。上式表明, 时恒网络的端口特性与时间原点的选取无关, 即时间轴原点的移动, 对网络的性质无影响。

一般, 若构成网络的电路元件参数都是固定的常数, 且所有贮能元件都处于静止状

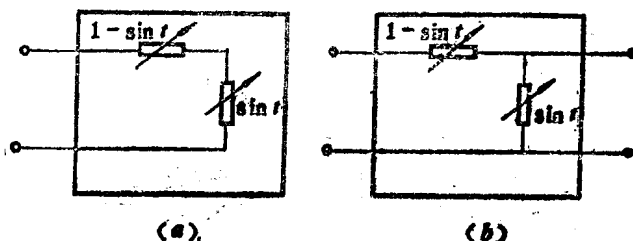


图 1-3 时恒与时变网络
(a)时恒网络, (b)时变网络

态, 则网络是时恒的。但其逆命题不一定成立, 因为构成网络的元件虽然是时变的, 也可构成端口特性是时恒的网络。如图1-3 (a) 所示的单端口网络是由两个时变电阻串联而成, 其输入端口的阻抗恒等于 1Ω , 呈现时恒的端口特性, 故为单端口时恒网络。若由图 (a) 所示的单端口网络, 再引出一个端口, 变成图 (b) 所示的二端口网络, 则此二端口网络是时变网络。

严格地说, 时恒网络是一个理想的概念, 因为网络的性质必然因环境和时间的变化而变化, 只不过当网络的性质随时间作缓慢变化时, 看成时恒网络。

四、互易 (可逆) 网络

网络分为互易与非互易两类。网络的互易性亦称可逆性。网络的互易性是以电磁场理论中的洛仑兹定理为基础的。从概念上讲, 如若一个 n 端口网络的第 p 个端口上施加激励信号, 则在第 q 个端口上产生一定的响应信号, 现在互换激励与响应端口, 即在第 q 个端口上施加相同的激励信号, 则在第 p 个端口上产生相同的响应信号, 这样的网络就称之为互易网络, 否则为非互易网络。

五、满足因果律的网络

因果律包含两个互相联系而又不同的概念。第一, 满足因果律的网络在未受激励之前, 不产生任何响应。如网络的激励是在 $t = t_0$ 时刻开始, 那么, 在 $t = t_0$ 时刻之前, 网络的响应必为零, 即在 $-\infty < t < t_0$ 的时间内, 网络的可容许信号对必为 $([0], [0])$, 而不能有 $([0], [i(t)])$ 或 $([u(t)], [0])$ 。它表明了原因与结果的先后关系, 称为“因先性”。第二, 满足因果律的网络, 同样的起因将产生相同的效果。假如以网络各端口的输入电流 $[i(t)]$ 作为激励, 电压 $[u(t)]$ 作为响应, 若 $([u_1(t)], [i_1(t)])$ 与 $([u_2(t)], [i_2(t)])$ 为网络在时间 $-\infty < t < \infty$ 内的两组可容许信号对, 当 $t \geq t_0$ 时, $[i_1(t)] = [i_2(t)]$, 有 $[u_1(t)] = [u_2(t)]$, 则称网络满足因果律。

一般地讲, 因果关系是线性、无源网络的必然结果。因此, 除非罕见的情况外, 线性、无源的 n 端口网络必然是满足于因果律关系的网络。

以上利用网络的端口特性, 在时域内讨论了网络的某些基本假定, 所获得的数学关系都是比较直观和易于理解的。利用变换域法, 可将这些关系从时域变到频域。以便在频域范围内对网络的性质进行研究, 这在许多场合下是比较方便的。

本书主要研究无源、线性、时恒网络。

§ 1.3 电磁场方程组 赫兹矢量位

复数功率定理

微波网络理论与传输线理论和低频网络理论是紧密相关的。若网络端口的引出线为TEM波传输线, 可直接用传输线理论进行分析; 若为色散波传输线, 需从“场”的观点出发, 化“场”为“路”, 将色散波传输线等效为TEM波传输线再进行分析。为此, 在这里简要地复习一下电磁场理论中的有关问题是必要的。

一、电磁场方程组

电磁场方程组,即麦克斯韦方程组(简称麦氏方程组),是根据已有的电学和磁学上的定律创建起来的,完善地反映了宏观电磁现象的基本规律,是无线电技术,特别是微波技术的主要理论基础。

无源空间正弦电磁场麦氏方程组,为

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon\mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\quad (1-4)$$

式中

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon\mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu\mathbf{H}\end{aligned}\quad (1-5)$$

ε 、 μ 为自由空间的介电常数与磁导率。

含有场源电荷密度 ρ_e 和电流密度 $\mathbf{J}_e$ 空间的电磁场麦氏方程组,为

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}_e &= -j\omega\mu\mathbf{H}_e \\ \nabla \times \mathbf{H}_e &= j\omega\varepsilon\mathbf{E}_e + \mathbf{J}_e \\ \nabla \cdot \mathbf{D}_e &= \rho_e \\ \nabla \cdot \mathbf{B}_e &= 0\end{aligned}\quad (1-6)$$

下标“ e ”表示电荷系列场的各物理量,为简单计,亦可将其省略。

根据电磁场的对偶性(二重性)原理,引进形式上的磁荷密度 ρ_m 和磁流密度 $\mathbf{J}_m$ (下标“ m ”表示磁荷系列场的各物理量),并将电荷系列的各物理量与磁荷系列的各物理量一一对应起来,有

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_e &\longleftrightarrow \mathbf{H}_m \\ \mathbf{B}_e &\longleftrightarrow -\mathbf{D}_m \\ \mathbf{J}_e &\longleftrightarrow \mathbf{J}_m \\ \rho_e &\longleftrightarrow \rho_m \\ \varepsilon &\longleftrightarrow \mu\end{aligned}\quad (1-7)$$

电、磁系列这种数学上的对称性,称为电磁场的对偶性。

从对偶性出发,比照含有场源 ρ_e 和 $\mathbf{J}_e$ 的麦氏方程组(1-6)式,容易地得到含有场源 ρ_m 和 $\mathbf{J}_m$ 的电磁场麦氏方程组,为

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}_m &= -j\omega\mu\mathbf{H}_m - \mathbf{J}_m \\ \nabla \times \mathbf{H}_m &= j\omega\varepsilon\mathbf{E}_m \\ \nabla \cdot \mathbf{D}_m &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B}_m &= \rho_m\end{aligned}\quad (1-8)$$

同时含有场源 ρ_e 、 $\mathbf{J}_e$ 与 ρ_m 、 $\mathbf{J}_m$ 的麦氏方程组,可视为上述两种情况之叠加,为

$$\begin{aligned}\nabla \times (\mathbf{E}_e + \mathbf{E}_m) &= -\mathbf{J}_m - j\omega(\mathbf{B}_e + \mathbf{B}_m) \\ \nabla \times (\mathbf{H}_e + \mathbf{H}_m) &= \mathbf{J}_e + j\omega(\mathbf{D}_e + \mathbf{D}_m) \\ \nabla \cdot (\mathbf{D}_e + \mathbf{D}_m) &= \rho_e\end{aligned}\quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{B}_e + \mathbf{B}_m) = \rho_m$$

或简写成

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{J}_m - j\omega \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J}_e + j\omega \mathbf{D} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_e \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= \rho_m\end{aligned}\quad (1-10)$$

交变电磁场具有波动性，以波动形式传播的电磁场称为电磁波。电磁场的波动方程，即电磁场随时间和空间变化的方程可由麦氏方程组导出，为

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= j\omega \mu \mathbf{J} + \frac{\nabla \cdot \rho}{\epsilon} \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} &= -\nabla \times \mathbf{J}\end{aligned}\quad (1-11)$$

式中， $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \omega/v$ 称为自由空间波数； $v = 1/\sqrt{\mu \epsilon}$ 为电磁波在媒质中的传播速度。

对于无源 ($\rho = 0, \mathbf{J} = 0$) 场空间，(1-11) 式变为

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} &= 0\end{aligned}\quad (1-12)$$

方程式 (1-11) 与 (1-12) 分别称为电磁场矢量非齐次与齐次波动方程，用以表征电磁场在媒质空间中的传播规律。

二、赫兹矢量位

电磁场理论中的重要问题，是求解给定边界条件下的麦氏方程组。由于非齐次波动方程中引入电流密度后，具有较复杂的形式，为了求解方便，通常引进一些辅助函数，从而减少电磁场的独立分量。这些辅助函数统称为电磁位函数，有矢量磁位 $\mathbf{A}$ 和标量电位 ϕ 、矢量电位 $\mathbf{A}_m$ 和标量磁位 ϕ_m 及赫兹电矢量位 Π^e 和赫兹磁矢量位 Π^m 。赫兹矢量位与矢量位之间的关系为

$$\Pi^e = \frac{\mathbf{A}}{j\omega \mu \epsilon} \quad (1-13)$$

$$\Pi^m = \frac{\mathbf{A}_m}{j\omega \mu \epsilon}$$

有关矢量位函数的详细论述，请参阅参考资料[3]。

引进矢量位函数后，空间电磁场可由位函数求出，为

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= -j\omega \left(\frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \right) \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E}_m &= -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{A}_m \\ \mathbf{H}_m &= -j\omega \left(\frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A}_m + \mathbf{A}_m \right)\end{aligned}\quad (1-14)$$

$$\begin{aligned}
E &= \nabla \nabla \cdot \Pi^e + k^2 \Pi^e \\
H &= j\omega \varepsilon \nabla \times \Pi^e \\
E_m &= -j\omega \mu \nabla \times \Pi^m \\
H_m &= \nabla \nabla \cdot \Pi^m + k^2 \Pi^m
\end{aligned}
\quad (1-15)$$

这样, 电磁场的计算化为对矢量位函数的计算, 比较简便。

对于有源或无源空间的赫兹矢量位函数, 满足非齐次或齐次波动方程

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \Pi^e + k^2 \Pi^e &= -\frac{J}{j\omega \varepsilon} \\
\nabla^2 \Pi^m + k^2 \Pi^m &= -\frac{J_m}{j\omega \mu}
\end{aligned}
\quad (1-16)$$

或

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \Pi^e + k^2 \Pi^e &= 0 \\
\nabla^2 \Pi^m + k^2 \Pi^m &= 0
\end{aligned}
\quad (1-17)$$

由于 Π^e 与 Π^m 在形式上完全一致, 只是所对应的场源不同, 故可统用 Π 表示, 称 Π 为矢量波函数。

三、互易定理

互易定理是微波理论中常用的电磁场关系式, 它联系了两个电磁场的电场与磁场间的关系。

设 E_1 和 H_1 是由外电流 J_1 和磁流 J_{m1} 所激起的场, 它们满足于方程

$$\nabla \times E_1 = -J_{m1} - j\omega \mu H_1 \quad (1-18)$$

$$\nabla \times H_1 = J_1 + j\omega \varepsilon E_1 \quad (1-19)$$

E_2 和 H_2 是由外电流 J_2 和磁流 J_{m2} 所激起的场, 它们满足于方程

$$\nabla \times E_2 = -J_{m2} - j\omega \mu H_2 \quad (1-20)$$

$$\nabla \times H_2 = J_2 + j\omega \varepsilon E_2 \quad (1-21)$$

若两种场的频率相同, 所占据的空间相同, 媒质常数 μ 、 ε 为常数, 作如下运算

$$\begin{aligned}
H_2 \cdot \nabla \times E_1 - E_1 \cdot \nabla \times H_2 &= -(J_2 \cdot E_1 + J_{m1} \cdot H_2) \\
&\quad - j\omega (\varepsilon E_1 \cdot E_2 + \mu H_1 \cdot H_2) \\
H_1 \cdot \nabla \times E_2 - E_2 \cdot \nabla \times H_1 &= -(J_1 \cdot E_2 + J_{m2} \cdot H_1) \\
&\quad - j\omega (\varepsilon E_1 \cdot E_2 + \mu H_1 \cdot H_2)
\end{aligned}$$

将上面二式相减, 并利用矢量公式

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot \nabla \times A - A \cdot \nabla \times B$$

整理得

$$\begin{aligned}
&\nabla \cdot (E_1 \times H_2) - \nabla \cdot (E_2 \times H_1) \\
&= J_1 \cdot E_2 - J_2 \cdot E_1 - J_{m1} \cdot H_2 + J_{m2} \cdot H_1
\end{aligned}
\quad (1-22)$$

这就是互易定理的微分形式。

利用散度定理, 可从 (1-22) 式得到互易定理的积分形式

$$\int_V [\nabla \cdot (E_1 \times H_2) - \nabla \cdot (E_2 \times H_1)] dV$$

$$\begin{aligned}
&= \oint_{\Omega} [(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) - (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1)] \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Omega \\
&= \int_V (\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_2 - \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_1 - \mathbf{J}_{m1} \cdot \mathbf{H}_2 + \mathbf{J}_{m2} \cdot \mathbf{H}_1) dV \quad (1-23)
\end{aligned}$$

式中, Ω 是包围体积 V 的封闭曲面, $\hat{\mathbf{i}}_n$ 是封闭曲面 Ω 的外法向单位矢量。

对于无源空间, (1-23) 式变为

$$\begin{aligned}
&\int_V [\nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) - \nabla \cdot (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1)] dV \\
&= \oint_{\Omega} [(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) - (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1)] \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Omega = 0 \quad (1-24)
\end{aligned}$$

作为互易定理的一个应用, 我们考虑一个由理想导体围成的封闭空间, 在此空间内存在两个“电流源” $\mathbf{J}_1$ 与 $\mathbf{J}_2$ 。由于理想导体表面上的边界条件 $\hat{\mathbf{i}}_n \times \mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{i}}_n \times \mathbf{E}_2 = 0$, 使得 (1-23) 式左边的封闭曲面积分等于零, 故有

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 = \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1$$

若 $\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_2$, 则 $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2$ 。这说明位于点 1 的单位电流源 $\mathbf{J}_1$ 在点 2 处所产生的电场 $\mathbf{E}_1$ 等于位于点 2 处的单位电流源 $\mathbf{J}_2$ (其方向与点 1 处的电流源 $\mathbf{J}_1$ 相同) 在点 1 处所产生的电场 $\mathbf{E}_2$ 。这就是通常所说的场的互易性。

四、复数功率定理

复数功率定理是交变电磁场中的能量守恒定律。交变电磁场的能量有四种形式, 即场所贮存的电能、磁能、媒质损耗能量及伴随电磁波传播的能流。所谓复数功率定理就是把这四种能量的内在关系用公式表达出来。

为了讲清这一关系, 首先从静电场和恒流磁场谈起。静电场中各点的电能密度为

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

媒质损耗功率密度为

$$p_l = \sigma E^2$$

式中, σ 为媒质的电导率。恒流磁场内各点的磁能密度为

$$w_h = \frac{1}{2} \mu H^2$$

对交变电磁场来讲, 上面三式同样适用, 但所表示的都是瞬时值。而人们感兴趣的是这些功率或能量在一周期内的平均值。设周期为 T , 则 w_e 、 p_l 和 w_h 在一周期内的时间平均值分别为

$$\overline{w_e} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \epsilon E^2 dt$$

$$\overline{w_h} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \mu H^2 dt$$

$$\overline{p_l} = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma E^2 dt$$

式中电、磁场的瞬时值可用其复振幅表示

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{E}} e^{j\omega t}]$$

$$\mathbf{H} = \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{H}} e^{j\omega t}]$$

而

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_r + j \dot{\mathbf{E}}_i$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{H}}_r + j \dot{\mathbf{H}}_i$$

式中 $\dot{\mathbf{E}}$ 、 $\dot{\mathbf{H}}$ 分别为 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 的复振幅。 $\dot{\mathbf{E}}_r$ 、 $\dot{\mathbf{H}}_r$ 与 $\dot{\mathbf{E}}_i$ 、 $\dot{\mathbf{H}}_i$ 分别为 $\dot{\mathbf{E}}$ 、 $\dot{\mathbf{H}}$ 的实部与虚部。因此

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{E}} e^{j\omega t}] = \operatorname{Re} [(\dot{\mathbf{E}}_r + j \dot{\mathbf{E}}_i) e^{j\omega t}]$$

$$= \dot{\mathbf{E}}_r \cos \omega t - \dot{\mathbf{E}}_i \sin \omega t$$

$$\mathbf{H} = \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{H}} e^{j\omega t}] = \operatorname{Re} [(\dot{\mathbf{H}}_r + j \dot{\mathbf{H}}_i) e^{j\omega t}]$$

$$= \dot{\mathbf{H}}_r \cos \omega t - \dot{\mathbf{H}}_i \sin \omega t$$

将其分别代入 $\overline{w_e}$ 、 $\overline{w_h}$ 和 $\overline{p_l}$ 式中，积分后得

$$\overline{w_e} = \frac{1}{4} \varepsilon |\dot{\mathbf{E}}|^2 \quad (1-25)$$

$$\overline{w_h} = \frac{1}{4} \mu |\dot{\mathbf{H}}|^2 \quad (1-26)$$

$$\overline{p_l} = \frac{1}{2} \sigma |\dot{\mathbf{E}}|^2 \quad (1-27)$$

现在，在交变场空间任作一封闭曲面 Ω ，其所包围的体积为 V ，体积 V 内为无源空间， $\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ 为其内的复能流密度矢量。作

$$\nabla \cdot (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) = \dot{\mathbf{H}}^* \cdot \nabla \times \dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}} \cdot \nabla \times \dot{\mathbf{H}}^*$$

运算，并将无源空间的麦克斯韦方程式代入，作体积分，利用散度定理，得

$$\begin{aligned} & \int_V \nabla \cdot (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) dV \\ &= \oint_{\Omega} (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Omega \\ &= j\omega \int_V (\varepsilon |\dot{\mathbf{E}}|^2 - \mu |\dot{\mathbf{H}}|^2) dV - \int_V \sigma |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV \quad (1-28) \end{aligned}$$

式中 $\hat{\mathbf{i}}_n$ 为 Ω 的外法向单位矢量； $\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*)$ 为复数坡印廷矢量； $-\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n$ 代表通过单位面积流入体积的复数功率。因此流入体积 V 的总复数功率为：

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \oint_{\Omega} (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Omega. \text{ 考虑到 (1-28) 式, 有} \\ & -\frac{1}{2} \oint_{\Omega} (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Omega = 2j\omega (W_h - W_e) + P_L \quad (1-29) \end{aligned}$$

式中 W_h 、 W_e 及 P_L 分别代表体积 V 内所贮存的磁能平均值、电能平均值及媒质损耗功率平均值，它们分别用下面各式表示

$$W_h = \int_V \overline{w_h} dV = \int_V \frac{1}{4} \mu |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV$$

$$W_E = \int_V \overline{w}_e dV = \int_V \frac{1}{4} \varepsilon |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV \quad (1-30)$$

$$P_L = \int_V \overline{p}_l dV = \int_V \frac{1}{2} \sigma |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV$$

(1-30) 式即为复数功率定理表示式, 它表明流入体积内的功率等于体积内的损耗功率 P_L 和电、磁场所贮的无功功率之和。

为书写方便, 在本书的后续章节中, 复振幅 $\dot{\mathbf{E}}$ 、 $\dot{\mathbf{H}}$ 等仍用 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 表示。

§ 1.4 广义传输线方程及线上的电压、电流

一、广义传输线方程

现在研究在广义正交柱坐标系 (u, v, z) 中, 由理想导体围成的、横截面形状任意的、无限长的均匀传输线系统。广义正交柱坐标系如图 1-4 所示。

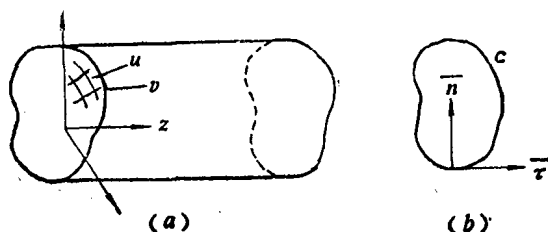


图 1-4 广义正交柱坐标系

研究电磁波在传输线中的传输情况, 需要求出传输线内任一点的电场 $\mathbf{E}(u, v, z)$ 和磁场 $\mathbf{H}(u, v, z)$ 。其方法是在一定边界条件下求解麦氏方程组。对于媒质为均匀、线性、各向同性的无源简谐场来说, 麦氏方程组的微分形式如 (1-4) 式所示, 且电场、磁场均满足波动方程 (1-12) 式。

在广义正交柱坐标系统中, 由广义波函数 $\Pi(u, v, z)$ 所求得的传输线中的电磁场方程称为广义传输线方程。考虑到研究波导传输线主要是研究电磁场沿横截面的分布规律和沿纵向 (轴向) 传输规律两大问题, 故将波函数 $\Pi(u, v, z)$ 利用分离变量法, 分成横向函数 $f(u, v)$ 和纵向函数 $\Psi(z)$ 两部分, 即

$$\Pi(u, v, z) = f(u, v) \Psi(z) \quad (1-31)$$

同时, 将算符 ∇^2 也分成横向和纵向两部分, 即

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

其中 $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}$ 为横向算符。于是, 可将波函数 $\Pi(u, v, z)$ 的波动方程式

$$\nabla^2 \Pi + k^2 \Pi = 0 \quad (1-32)$$

写成

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) [f(u, v) \Psi(z)] + k^2 [f(u, v) \Psi(z)] = 0$$