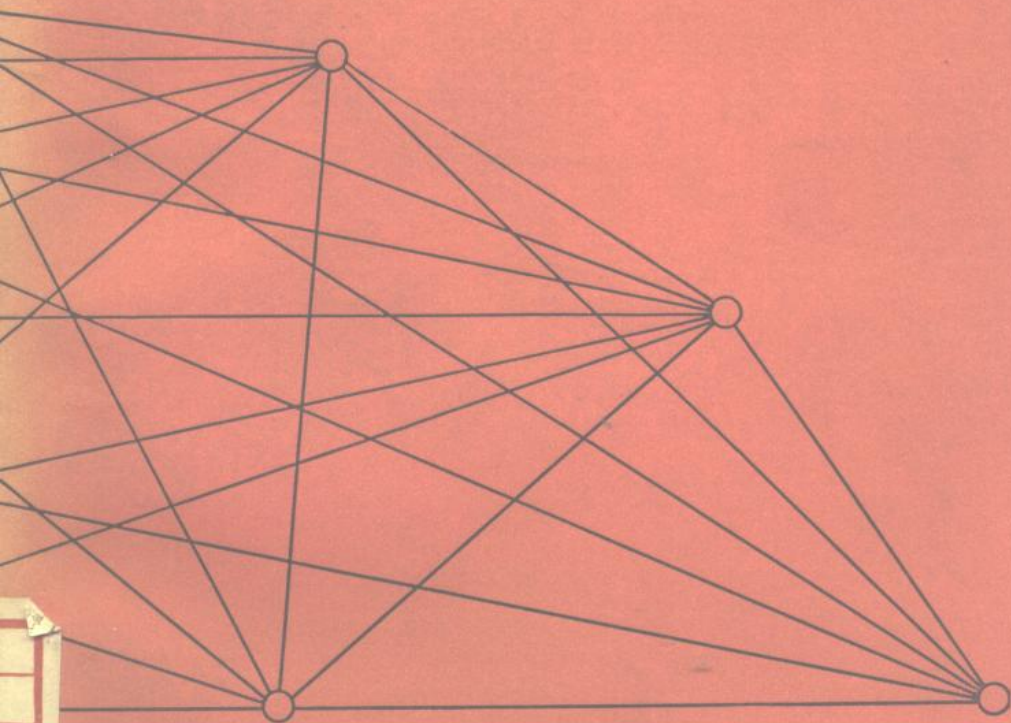


结构最优设计

[英]K.I.马吉德 著 蓝倜恩 译 席少霖 校



中国建筑工程出版社

86.2
10

结构最优设计

〔英〕 K. I. 马吉德 著

蓝侗恩 译 席少霖 校

中国建筑工业出版社

最优设计是运筹学应用于工程技术中的新发展。本书介绍结构最优设计的基本理论和实际问题。书中以一些简单的结构为例，对最优设计概念作了深入浅出的讲解，并且介绍了一些实用的数学最优化方法。此外，还论述了矩阵力法和矩阵位移法在最优设计中的应用，以及结构的拓扑设计问题。书末增加了常用的数学最优化方法的附录。

本书可供结构工程技术人员和有关高等院校师生参考。

K. I. MAJID
OPTIMUM DESIGN OF STRUCTURES
NEWNES—BUTTERWORTHS
LONDON—1974

* * *

结构最优设计
蓝侗恩 译 席少霖 校

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

*

开本: 850×1168毫米 1/32 印张: 11 字数: 296千字
1980年8月第一版 1980年8月第一次印刷
印数: 1—17,250册 定价: 1.05元
统一书号: 15040·3623

译 者 的 话

近年来,国外随着运筹学的发展和大型快速电子计算机的出现,最优设计已经广泛应用于航空、造船、化工和土建等工业部门,并且还在不断发展中。最优设计在我国日益受到重视,在生产实践中普及推广优选法,已取得了显著效果。近几年来,有些单位对结构的最优设计也进行了探索和试用。实践证明,结构最优设计是减轻结构自重、降低工程造价的一个有效工具。

本书专门论述土建结构中的最优设计问题。书中以一些简单的结构为例对最优设计概念作了深入浅出的讲解,并且介绍了一些实用的数学最优化方法。关于结构的拓扑设计则是这方面比较新的发展。全书写得简明扼要,清楚易懂,便于结构工程技术人员了解最优设计的基本理论和应用。然而,书中所论述的结构问题是经过大大简化了的,不但几何形状简单,设计假定有局限性,而且对实际设计中常遇到的一些问题(如稳定性等)都没有涉及。因此,本书对于解决实际工程问题还有一段距离,读者还需要按照具体情况进行更深入的工作。

书中的简单例题大多采用手算或图解法,实际上最优设计和电子计算机是密切联系的,也只有通过电子计算机才能使最优设计发挥作用。同时,最优化方法这两三年又有了不少新的发展。为此,我们对结构设计中几种常用的数学最优化方法补充了一些材料,作为附录供读者参考。附录是席少霖同志执笔写的。

翻译时对原书中一些明显的错误我们都作了改正,不清楚的地方则加了译注。由于我们水平有限、理解不深,在翻译中难免有错误和不当之处,请读者指正。

本书所用的单位是国际系统(SI),长度与我国习惯用的公制相同,而力的单位则是N(Newton),书中一般用kN(kilo Newton)。1kN=101.97kg,特此说明。

序 言

运筹学，确切地说来是一门第二次世界大战后发展起来的科学。自从1946年丹兹西 (G.Dantzig) 提出单纯形法以来，线性和非线性的数学规划便已应用到工程的各个方面。运筹学专门论述为了完成某种战略如何科学地形成策略。本书的主要目的是以工程技术人员所能接受的方式，广泛地介绍各种成熟的数学规划方法。为了帮助读者熟悉概念，采用了一些同时用数字解和图解的简单例题，然后将各种数学最优化方法运用在结构设计上，为此还引用了大量实例。

当结构更大时，最优化的意义也就更加显著，而设计这些结构需要采用矩阵和电子计算机方法的最新成就。基于这个原因，本书全部采用了矩阵方法。“设计”这一概念，从根本上来说，是和“分析”不同的，因此各种矩阵方法都采用了一种更适用于结构设计（而不是分析）的表达方式。一种设计方法还需要有理论上的系统阐述，这些理论基本上是设计手段，为此书中还包括若干最近提出的设计理论及其应用的实例。

第一章简要地介绍了各种现有的设计方法。先从简单梁的设计开始，然后概述包括应用弹性、塑性和弹塑性理论的更复杂结构的设计方法。本章还详细阐述一种与以上传统方法不同的更直接的设计方法，接着讨论了结构设计方面更广泛的问题。

第二章介绍数学最优化。开始详细讨论线性规划和单纯形法，随后叙述了梯度法。此外还包括用整数规划解离散问题的单纯形法及例题。本章还介绍非线性规划的各种方法：如割平面法，逐段线性化法，以及几何规划、动态规划等。

第三章介绍采用矩阵力法的结构最优设计。首先讨论设计的

主要目标，如最轻重量或者最低价格。随后设计了静定或超静定的铰接与刚接结构。在本章中还包括一个采用几何规划的设计实例。第四章讨论采用矩阵位移法的设计问题，并举例说明与结构重量无直接关系的价格函数。本章中还讨论采用割平面法来解设计例题。

第五章讨论设计中的某些特殊问题，例如采用塑性理论的最轻重量设计。本章还讨论了如下问题：比例变位的设计，用离散断面的设计，最小均方变位的设计，以及采用动态规划、整数规划和逐段线性化的设计。

最后一章运用了在设计外形变化的结构时结构变更的新定理。首先介绍并论证了这些定理，然后用一些例子说明如何运用这些定理分析变化的结构。本章的其余部分，叙述采用梯度法选择最符合设计意图的结构特定外形。

全书的重点是放在作为设计必要条件的安全和经济上。在研究结构的安全时，同时考虑了应力和变位的限制，并且特别注意到这些设计要求相互影响的设计问题。在每章末附有设计练习及答案。

K.I.马吉德

符 号

符号第一次在书中出现时就给以定义。当其含意改变时则每一个符号重新予以定义。在本书中始终采用到的一些符号，其定义如下：

A, a	面积；
A	位移变换矩阵；
$[a_i]$	矩阵 A 的 i 行；
B	力变换矩阵；
C_i	目标函数中的价格系数；
$[d]$	具有典型元素 d_j 的方向向量；
E	弹性模量；
F	总柔度矩阵；
f	杆件柔度矩阵；
G	结构中杆件分组总数；
g	杆件分组编号；
H	水平力；
I	惯性矩；
J	结构中节点总数；
K	总刚度矩阵；
k	杆件刚度矩阵；
L	荷载向量或矩阵；
L_b	作用在基本静定结构的外荷载；
L_r	多余杆件中的力向量；
L, l	长度，跨度；
M	弯矩；
M_p	满塑性铰弯矩；
N	杆件数量；
P	杆件力向量或矩阵；
P	杆件内力；

R	多余杆件中的力;
S	应力矩阵;
U	应变能;
U	杆件变形向量;
V	垂直力;
W	荷载或重量;
X	节点位移向量;
y	I/z , 某点离中和轴的距离;
Z	目标函数值;
z	抵抗矩;
σ	应力;
θ	转角;
$f(x)$	梯度向量;
$\prod_{i=1}^N x_i$	N 个变量的乘积 $= x_1 x_2 x_3 \cdots x_N$;
σ, Δ	容许变位。

目 录

译者的话

序 言

符 号

第一章 现有设计方法概述 1

1.1 重复分析法设计 1

1.2 门式刚架的塑性理论设计 3

1.3 弹-塑性设计 5

1.4 直接法设计 6

1.5 直接设计的例题 9

1.6 设计中的其他问题 12

练习 14

第二章 数学最优化 16

2.1 规划问题 16

2.2 线性规划的例题 17

2.3 单纯形法 21

2.4 等式约束 25

2.5 带剩余变量的约束 27

2.6 极小化问题 28

2.7 整数规划 29

2.8 整数规划例题 31

2.9 梯度法 35

2.10 梯度法例题 39

2.11 非线性规划 45

2.12 割平面法 45

2.13 逐段线性化法 50

2.14 逐段线性化法例题 54

2.15 用梯度法解非线性规划 59

2.16	几何规划	63
2.17	几何规划例题	66
2.18	动态规划	71
2.19	动态规划的解法	73
2.20	动态规划例题	76
2.21	对各种规划方法的评论	78
	练习	79
第三章 矩阵力法的结构设计		81
3.1	导论	81
3.2	目标函数	81
3.3	矩阵力法解静定结构	85
3.4	静定结构设计例题	89
3.5	超静定铰接结构	95
3.6	超静定结构设计例题	100
3.7	矩阵力法的刚架设计	105
3.8	均布荷载的处理	110
3.9	刚接框架设计例题	113
3.10	设计中的实际问题	122
	练习	127
第四章 矩阵位移法设计		129
4.1	导论	129
4.2	铰接结构设计	129
4.2.1	应力约束	129
4.2.2	位移的变换	131
4.2.3	刚度约束	135
4.3	铰接结构设计例题	138
4.4	刚接框架设计	154
4.4.1	应力约束	155
4.4.2	位移的变换	157
4.4.3	刚度约束	160
4.5	刚接框架设计例题	162

4.6	负变位	171
4.7	一般应力约束	172
4.8	补充例题	175
	练习	182
第五章 设计的其他方面问题		185
5.1	导论	185
5.2	相对变位	185
5.3	均方根差	186
5.4	成比例的变位	187
5.5	用离散截面的设计	188
5.6	用离散截面设计的例题	189
5.7	逐段线性化法的应用	191
5.7.1	符号	191
5.7.2	变量的分离	193
5.7.3	逐段线性化	195
5.8	用逐段线性化设计的例题	198
5.9	采用塑性理论的最优设计	202
5.9.1	应用平衡条件的最轻重量设计	202
5.9.2	用动态规划的最优设计	205
5.9.3	用动态规划设计框架	211
	练习	216
第六章 具有变更拓扑的结构设计		218
6.1	导论	218
6.2	结构变更定理	218
6.2.1	随杆件面积变化的内力变更	219
6.2.2	随个别杆件面积变化的变位变更	222
6.2.3	随面积按比例变化的变位变更	226
6.3	应用定理的例题	227
6.4	单位荷载矩阵	234
6.5	结构的拓扑设计	236
6.6	设计策略	237

6.6.1 控制的应力约束	238
6.6.2 控制的变位约束	240
6.7 受益向量的制定	241
6.8 数学规划	242
6.9 设计步骤	244
6.10 设计例题	245
6.11 设计研究	250
6.11.1 悬挂结构的设计	250
6.11.2 桁架设计	255
6.11.3 多种荷载情况 (包括自重) 的设计	258
6.11.4 特殊情况的设计	260
参考文献	262
书目	263
附录 数学最优化的补充材料	265
前言、预备知识	265
I. 线性规划	266
I.1 线性规划的基本性质	266
I.2 单纯形法	270
I.3 初始基本可行解	276
I.4 修正单纯形法	277
I.5 变量有上界的线性规划问题	283
I.6 线性规划的对偶问题	288
II. 非线性规划	292
II.1 序列线性规划法	292
II.2 无约束最优化问题	298
II.3 序列无约束极小化方法	305
II.4 直接法	309
III. 几何规划	318
III.1 正定几何规划	318
III.2 带负系数的几何规划	327
III.3 解几何规划问题的一个迭代方法	333
参考资料	339

第一章 现有设计方法概述

1.1 重复分析法设计

设计问题常常表现为重复的分析。对于静定结构，要设计得能满足一组给定的容许应力，只进行一次分析就已足够，因为这些结构的杆件内力不决定于其截面特性。一旦用静力平衡方程求出这些内力，就可以选择杆件截面，使应力不超过其容许值。一般说来，设计者选择的截面都能使结构重量为最轻。

在每一种设计方法中，经常要选择能适合分析时所用理论的设计准则。例如，在采用弹性理论设计的情况下，有一条准则是弹性工作应力不应超过有关规范，如BS449^①所规定的容许值 σ_w 。这样，设计就能保证最后得到的结构是安全的。在弹性理论中还采用一个安全系数 f 来防止结构中任何一处出现屈伏。

例如，设计一简支梁，梁跨度为 l ，单位长度上承受均布荷载 w ，梁跨中的最大弯矩可由静力学求得为 $wl^2/8$ 。从简单弹性挠曲理论可得：

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y} \\ \text{或} \quad \frac{My}{I} = \sigma \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

式中 M 是梁上某一点的弯矩， I 是截面的惯性矩， y 是某点离中和轴的距离， σ 是某点的应力。在简支梁的情况下，为防止屈伏，必须

$$\frac{fwl^2y}{8I} \leq \sigma_y \quad (1.2)$$

① BS449是英国房屋建筑中应用结构钢的标准规范(British Standard Specification for the Use of Structural Steel in Building)。——译者

式中 σ_y 是材料的保证屈服应力。因此必须选择这样一个截面,使其抵抗矩 z (即 I/y)足以满足方程(1.2)的不等式。

这样就可以采用一个最小的截面。然而,设计准则中往往还有设计者需要考虑的其他许多项目。譬如说,由于建筑上的要求,需要选择一个高度最小的截面。再者,在许多情况下,梁的挠度被限制为跨度的某个比率。例如BS449限制梁的跨中挠度为 $l/360$,选择断面就要满足下式的挠度要求,即

$$\frac{5}{384} \frac{wl^4}{EI} \leq \frac{l}{360} \quad (1.3)$$

此外,还需要验算梁中的剪应力,使之不超过标准规范中的容许值。严格说来,上述设计还不完全,因为梁的自重没有包括在荷载 w 中。因此必须将所选择截面的单位长度梁的重量加到荷载 w 中去,再重复上述计算程序。

从历史说来,工程人员设计静定结构在超静定结构之前,这可能说明为什么在设计超静定结构时也是首先进行分析的原因。然而分析超静定结构需要知道象面积或惯性矩之类的杆件特性。除非这些特性已知,否则分析是不可靠的。最早,也许是最粗糙的方法,先假定这些截面特性,再进行结构分析,然后用分析结果来选择一组新的截面特性。通过这样反复循环运算,往往可以得到一个可行的设计。然而,这种方法的问题是,由于完全撇开设计理论而以多次分析来代替,使设计理论混乱。对于实际的超静定结构,这种方法是不必要的烦琐并且需要求解大量的联立方程。再者,最后得到的一组截面,在很大程度上取决于最初假定的误差程度。因此,所求得的一组截面不一定是最好的,结构建起来或者是重量大,或者造价高。一般设计单位往往由于时间紧而不能进行多方案比较来选择最合适的截面,这种方法的缺点就更明显了。

上述这些因素推动着寻求其他更快捷的设计方法。一种办法是采用简化方法,从而增大了原已包含的误差。有一种常用的简化方法,就是用形状相同的静定结构来代替超静定结构,这可以

在设计者假定的反弯点处设置足够数量的理想铰。这些铰使结构成为静定，便可用简单的平衡方程进行分析了。三角形的刚性结构常常也用同样方法来处理，即用铰来代替刚性节点，然后分析得出结构杆件内力。

第二种办法是，假定破坏时在一些截面上结构材料达到屈伏，以致结构可以象一个机构那样工作。这种方法主要是由剑桥大学的贝克尔 (Baker) 等人¹发展的，称为刚-塑性理论。弹性理论是考虑结构在使用情况下的性能；而塑性理论则不同，考虑破损状态，并由此求出承受使用荷载所需的截面。在刚-塑性破坏时，结构也成为静定。此时，在结构上形成了足够数量的塑性铰点，每一个铰能承受一定量的所谓截面“塑性铰弯矩”，此弯矩可由截面的尺寸和材料的屈伏应力算出。再者，由于假定这个破坏结构是静定的，就有可能采用平衡方程来求破坏荷载。然后对结构的使用荷载乘上一荷载系数 λ ，如果结果小于破坏荷载，结构就算安全。下节用这种方法来设计一门式刚架。

1.2 门式刚架的塑性理论设计

考虑图1.1的框架，在梁 BC 的中点 E 作用一垂直使用荷载 $2W$ ，在与梁平行面上有一水平荷载 W 。这个框架可以用三种不同的方法转换为一机构。为此，假定梁的满塑性弯矩为 M_p ，柱的满塑性弯矩为 $1.5M_p$ 。梁机构由三个铰形成，一个铰在垂直荷载下的 E 点，另外梁两端各有一个铰，如图1.1b所示。由于柱的强度比梁大，梁两端的塑性铰要比柱端先产生。

垂直方向的平衡方程可以用来推导破坏机构的虚功方程。在乘有荷载系数 λ 的垂直荷载 $2\lambda W$ 及水平荷载 λW 作用下，结构产生变位，一瞬间 B 和 C 点塑性铰的转动为 θ ， E 点的铰转动则为 2θ 。荷载 $2\lambda W$ 向下移动 $2l\theta$ ，因此所作的功是 $4\lambda W l\theta$ 。水平荷载不作功因而在图1.1b上没有表示。垂直荷载所作的功被转换为应变能，并且在塑性铰转动时消耗掉。例如在 B 点的铰承受一定量弯矩

M_p ，转动了 θ ，因而消耗了所得能量的 $M_p\theta$ 。其他铰也类似这样。将荷载所作的功等于铰所需的全部能量，就可以得到破坏机构的虚功方程，即

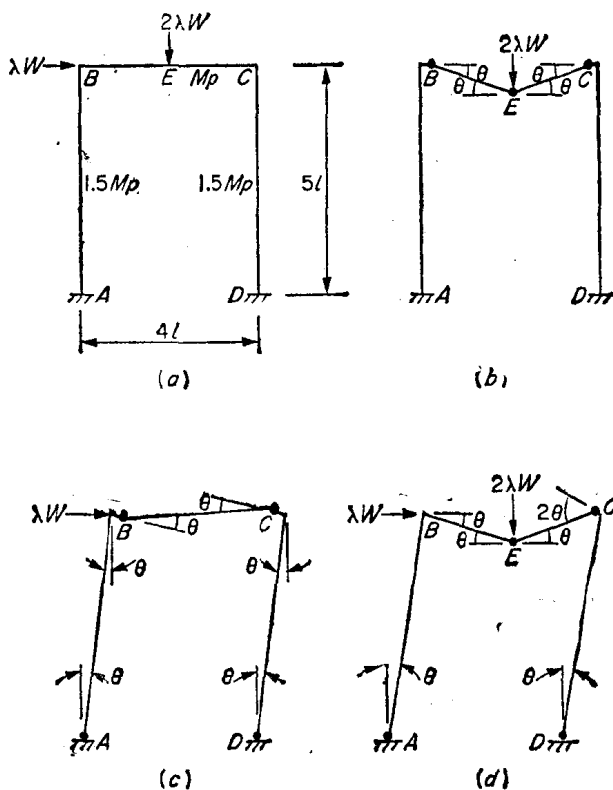


图 1.1 门式刚架的各种机构

(a) 框架和荷载；(b) 梁机构；(c) 侧移机构；(d) 组合机构

$$M_p\theta + M_p\theta + 2M_p\theta = 4\lambda Wl\theta$$

因此

$$M_p = \lambda Wl \quad (1.4)$$

另外，在此框架中由 A、D、B、C 的四个铰形成一侧移机构如图 1.1c。这种破坏机构的虚功方程同样可导出为

$$3M_p\theta + 2M_p\theta = 5\lambda Wl\theta$$

得

$$M_p = \lambda Wl \quad (1.5)$$

最后,由 A 和 D 两个铰以及梁上的 E 和 C 两个铰可以形成一组合机构,如图1.1d所示,其虚功方程为

$$3M_p\theta + 4M_p\theta = 5\lambda Wl\theta + 4\lambda Wl\theta$$

得
$$M_p = \frac{9}{7}\lambda Wl\theta \quad (1.6)$$

比较方程(1.4)、(1.5)和(1.6)可见组合机构的方程(1.6)需要最大的 M_p 。为了防止破坏,选择梁截面必须使其塑性铰弯矩至少有方程(1.6)所要求的那样大。相应地,柱的塑性铰弯矩也应该大1.5倍。

塑性理论的缺点在于:在大多数框架中,杆件的轴向力大,由于失稳影响,框架在形成机构前即已破坏。因此,在破坏时结构还是超静定的。另一个缺点是假设结构在破坏前不产生变位,由于这个假设,在推导平衡方程时没有考虑结构的变位形状。此外,塑性理论对于容许变位不加任何限制,因此在设计准则中没有包括对变位的要求。

1.3 弹-塑性设计

按照弹-塑性理论,结构中的铰不会同时形成。由于这个原因,为防止结构破坏,在采用荷载系数时,每一个铰形成时的荷载系数都不一样。对于杆件轴向力和(或)节点变位很大的结构,便需要弹-塑性方法,不仅是为了预计破坏荷载系数 λ_F ,还为了研究在加荷过程中塑性铰确切地在何处形成。

象任何其他理论一样,弹-塑性理论也有自己的设计准则和设计步骤。如果在比例荷载下,弹-塑性分析表明没有违反下列设计准则,则弹-塑性理论认为这样的框架是满足要求的:

(1) 在恒载、活荷载和任何一边风荷载的组合作用下,框架不应在低于容许荷载系数 λ_1 的情况下破坏。 λ_1 通常取1.4。

(2) 在恒载及垂直活荷载作用下,框架不应在低于容许荷载系数 λ_2 的情况下破坏。 λ_2 通常取1.75。