

核电子学

E. 科瓦斯基



原子能出版社

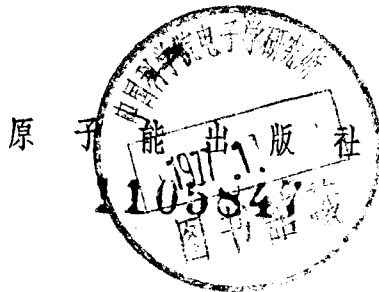
53.4

294

核 电 子 学

E. 科瓦斯基 著

何 殿 祖 译



内 容 简 介

本书综合介绍了近代核电子学的常用技术。内容从核辐射探测器、输入电路、模拟电路、模拟-数字变换器、数字电路直到数据的获取与处理等,是一本系统性较强的专论,书末并介绍了大量的参考文献。可供从事核电子学及核物理实验工作的技术人员及大专院校有关专业师生参考。

Nuclear Electronics

E. Kowalski

Springer-Verlag 1970

核 电 子 学

E. 科瓦爾斯基 著

何 殿 祖 译

原子能出版社出版

北京印刷三厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ · 印张 $13 \frac{1}{2}$ · 字数 365 千字
1975 年 4 月北京第一版·1975 年 4 月北京第一次印刷

印数 001—5900 · 定价: 1.40 元

统一书号: 15175·035

前 言

电子学仪器是核辐射计量学中最重要工具。如果没有电子学仪器，则关于基础核研究或应用核研究、核辐射防护及放射性同位素在工业生产控制中的应用等方面的许多测量问题就不能得到解决。

反之，除通讯方面外，辐射计量学也是最早成功地应用电子学器件的领域之一。核辐射的量子性质决定了需要用脉冲讯号工作，因而对电子学模拟和数字脉冲技术的建立起了重要的作用。迟至1949年，埃尔莫尔(W. C. Elmore)和桑兹(M. Sands)还把最早的关于核电子学方面的专论相当简单地称之为“电子学”，这是不恰当的。

尽管电子学与核物理中辐射测量的关系十分密切，但是实际上还没有一本专门论述用于核辐射测量的电子学线路和仪器的新著。埃尔莫尔和桑兹的著作早已过时；有些论述核电子学中某些专门问题的书[如格列士皮(A. B. Gillespie)的《原子核计数器放大器中的讯号、噪声与分辨率》，1953年版；刘易斯(I. A. D. Lewis)和韦尔斯(F. H. Wells)的《毫微秒脉冲技术》，1959年版；蔡斯(R. L. Chase)的《原子核脉冲谱仪》，1961年版]，现在也已落后于核电子学技术的新发展¹⁾。出现这种情况的原因完全是由于核电子学的飞速发展(每年发表的文章约有三百篇)，以致任何概述性著作不出一年就过时了。但也出版了一些涉及有关领域(尤其是涉及数字技术方面)的各种著作。

1964年，我在迈耶(K. P. Meyer)教授的热情鼓励下，开始讲授核电子学这门课程，当时深感没有系统的资料可供参考，鉴于此，我才动笔编写了我的讲义初稿。但是不久，我发现可以用文献

1) 然而，1968年出版了一本颇有价值的书，即由塞缪尔利(J. J. Samueli)等三人所写的《核物理电子学仪器》，它至少填补了关于探测器讯号的时间和能量信息的评价方面的空白。

评论来充实初稿的内容。本书是在研究了一千篇左右原始文献的基础上产生出来的,它可以被认为是一本具有教科书性质的专论。所参考的文献包括近到1968年底的。同时我尽量使内容结构系统化,以保证本书在今后若干年内不失为一本有价值的参考书。

本书的原定对象是实验物理学家,当他们设计实验时,必须对如何有效使用仪器的各种可能性作出评价,以便据此来适当地指导技师(电子工程师)。此外,本书也能帮助培训电子学技术人员,并且对那些几乎每个物理、化学、生物和医学等研究单位都需要的技术人员(他们从事制造和维修核电子仪器方面的工作,但往往没有受过专门的训练)来说,也是一本有益的参考书。

我认为上述两类读者当然懂得电子学的一般概念,也具有一定的基础知识,为使本书简明扼要,就不再介绍这些内容。因为本专业的技术人员都已掌握这些知识,而物理学家更不必靠这些知识来了解电路的工作原理。全书在内容上是根据核电子学测量装置的结构次序来叙述的:首先是探测器及其输入电路,其次是模拟部分,接着是模拟-数字和时间-数字变换器以及数字分析器,最后则讨论核物理实验中常用的比较复杂的一些整机系统。

著者 1969年11月于瑞士

目 录

1. 绪 论	1
2. 辐射探测器和有关电路	4
2.1. 电离室	4
2.1.1. 产生一对电荷载流子所需的能量	5
2.1.2. 电荷载流子的迁移率	6
2.1.3. 脉冲形状	6
2.1.4. 前置放大器电路	11
2.2. 正比计数器	14
2.2.1. 正比计数器的探测机理与脉冲形状	14
2.2.2. 倍增过程的统计学	16
2.2.3. 前置放大器电路	18
2.3. 盖革-弥勒(GM)计数器	20
2.3.1. GM计数器的探测机理与脉冲形状	20
2.3.2. 猝灭电路	25
2.4. 半导体探测器	28
2.4.1. 半导体探测器的特性	28
2.4.2. 形成一对空穴-电子所需的能量	31
2.4.3. 在P-N和P-I-N探测器中的脉冲形状	34
2.4.4. 前置放大器和有关电路	38
2.5. 闪烁计数器和契伦科夫计数器	48
2.5.1. 闪烁计数器的原理	48
2.5.2. 脉冲形状	50
2.5.3. 光电倍增管统计学和脉冲幅度	55
2.5.4. 热噪声	56
2.5.5. 用于闪烁计数器的讯号电路	60
2.5.6. 辅助电路	66
2.5.7. 闪烁计数器的稳定器电路	70

2.5.8. 契伦科夫计数器	74
3. 模拟电路	76
3.1. 线性脉冲放大器	76
3.1.1. 一般考虑, 线性	77
3.1.2. 放大器的瞬变响应	85
3.1.3. 脉冲成形	91
3.1.4. 总和效应	108
3.1.5. 过载恢复	113
3.1.6. 实际设计准则	116
3.1.7. 可变增益放大器	117
3.2. 模拟讯号的算术运算	119
3.2.1. 运算放大器	120
3.2.2. 脉冲幅度的算术运算	122
3.2.3. 实用电路	124
3.3. 窗放大器	130
3.4. 线性门	133
3.5. 脉冲展宽电路	140
3.6. 快脉冲放大器	144
4. 模拟-数字变换器	153
4.1. 脉冲幅度甄别器	154
4.1.1. 多谐振荡器的原理	154
4.1.2. 积分甄别器	160
4.1.3. 微分甄别器	171
4.1.4. 微分甄别器的多重阵列	178
4.1.5. 在甄别器内保留时间信息的方法	180
4.1.6. 快速隧道二极管甄别器	184
4.2. 脉冲幅度的数字编码	192
4.2.1. 威尔金逊型变换器	193
4.2.2. 其他变换器系统	203
4.3. 脉冲形状甄别器	207

5. 时间信息的估算	215
5.1. 一般考虑, 分辨率.....	215
5.2. 用于符合电路和时间-数字变换器的脉冲成形器.....	219
5.3. 符合电路.....	230
5.3.1. 理想的符合电路.....	230
5.3.2. 实用电路.....	234
5.3.3. 延时符合原理.....	244
5.4. 时间间隔的数字编码.....	247
5.4.1. 直接数字编码.....	248
5.4.2. 时间-幅度变换器的原理.....	250
5.4.3. 起始-停止变换器.....	254
5.4.4. 重叠变换器.....	261
5.4.5. 游标尺原理.....	265
5.5. 辅助电路.....	268
6. 数字电路	272
6.1. 基本数字电路.....	273
6.1.1. 布尔代数基础, 门.....	273
6.1.2. 各种形式的逻辑电路.....	282
6.1.3. 触发器.....	291
6.1.4. 实用的触发器电路.....	294
6.1.5. 隧道二极管电路.....	297
6.2. 定标器和寄存器.....	301
6.2.1. 移位寄存器.....	301
6.2.2. 脉冲定标器.....	304
6.3. 逻辑数字电路和算术数字电路.....	314
6.4. 存贮器.....	322
6.5. 数据输出设备.....	327
6.6. 计数率表.....	330
7. 数据处理	334
7.1. 简单的计数系统.....	334

7.2. 多路定标系统	336
7.3. 多道分析器	340
7.4. 多参数分析器	343
7.5. 在线计算机	350
8. 附 录	355
8.1. 拉普拉斯变换法	355
8.1.1. 网络	355
8.1.2. 自然运算法	358
8.1.3. 拉普拉斯变换	363
8.1.3.1. 拉普拉斯变换规则	364
8.1.3.2. 拉普拉斯变换在网络分析中的应用	366
8.1.3.3. 有理函数 $F(p)$ 的反变换	368
8.1.3.4. 稳定性考虑	370
8.1.3.5. 近似法	371
8.2. 噪声	373
8.2.1. 一般考虑, 等效噪声电荷概念	373
8.2.2. 噪声源	374
8.2.3. 具有传输函数 $G(p)$ 的放大器的噪声	376
8.2.4. 电荷灵敏放大器中的噪声	378
8.2.5. 具有真空管、双极晶体管和场效应晶体管 FET 的输入级的特性	379
8.2.6. 噪声和分辨率	383
参考文献	385

1. 绪 论

电子学能为人们做很多事情^[1-001]。从最普遍的意义上讲,“电子学”是通过处理某些表示所研究的参量的电讯号而解决各种问题(通常是非电问题)的一种方法。

因此,电子仪器基本上是由图 1.01 所示的三个主要部分组成:输入传感器、讯号处理部分和输出设备。不同的问题要求用不同的输入传感器:声学问题用微音器;热学问题用热电元件;机械问题用位置开关;而核应用问题则用辐射探测器。输出器件可以用光学或声学方式指出讯号处理的结果,如果必要的话,也能够用它来驱动控制机构(伺服机构)。

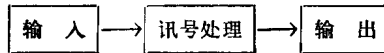


图 1.01 一般电子学系统的原理图

因为只有可测量参量才能被处理,所以代表这些参量的电讯号的处理完全是由算术运算或逻辑运算所组成。因此,同样是一般的“处理”,但是用不同的输入传感器能够解决不同的问题,至少在理论上是如此。虽然实际的设备(例如在通讯、工业和核应用中的设备)各不相同,但是在所有情况中都可以发现类似的电路和设计准则。本书把重点放在具有核物理特征的那部分讯号处理上,而不是介绍在大量好的教科书中已有详细描述的现代电子学的基本原理。为明了起见,也简要地叙述在其他电子学技术中通用的一些重要电路。至于某些电子学的基础知识,我们认为读者早已具备,不必另占篇幅了。

从事核反应工作的物理学家从核反应所发射的辐射、它的能量与动量、发射的时间和方向等等来获得唯一有用的信息。从这一点上讲,核计量学和辐射计量学是同一回事情。应用电子学方

法测量辐射的原理是基于大部分核辐射的电离性质，这些应用已为人们熟知多年了(最早是带有静电计的电离室)。然而，只有脉冲技术才能适当地处理核辐射过程的量子特性。

在辐射探测器中产生的电流或电压脉冲，或者是由于计数器的工作介质被电离而直接产生(例如正比计数器或半导体探测器)，或者经过复杂的中间过程而产生(如闪烁计数器)。在上述两种情况中探测器的脉冲包含着多种信息。首先，脉冲与核辐射过程发生的时刻有关；脉冲表明在探测器对源所张立体角内辐射的发生；脉冲幅度常常用来量度入射辐射在探测器中的能量损失；而脉冲形状随辐射种类或在探测器中碰撞位置和角度的不同而变化。

脉冲以连续方式运载着它的大部分信息：它的幅度原则上可以具有任何值，而且可以在任何时间出现。用连续可变参量的数据表示法叫做模拟表示法。模拟讯号的处理是非常困难的，因为非常小的扰乱(如电压刻度的扰乱)也会对表达值有不利影响。幸而，最普遍的问题是记录其参量处在给定范围内的那些事件而不管它们的真实值如何。在这种情况下，对每个脉冲必须作出“是”或“否”的判断，因此只需要处理基本的“有”或“无”的二元信息。这种数据表示法也称为数字表示法。

决定一个事件是否落在预选的范围内的这种电路或装置称为模拟-数字变换器。将多于一个的选择范围逐一标明就能够保存更多的信息而不仅仅是基本的“是”或“否”信息。这时，数字表示法用编码方法，它对每个参量值编排一个给定的基本讯号的结构(关于这个课题的详细情况见第六章)。

可以看出，二元数字讯号的处理是非常简单的——要把“是”讯号转变为“否”讯号必须有很大的扰动，反之亦然。因此在电子学仪器的设计中，一般考虑的是迅速地抛弃不可靠的模拟表示法，把讯号转换为数字形式(当然，要尽可能多地保存初始信息)，最后处理数字化的数据。用于核研究的一般电子学仪器是由探测器、模拟部分、模拟-数字变换器(ADC)和讯号处理的数字部分所组

成(图 1.02)。

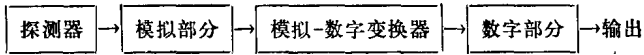


图 1.02 核物理测量用的一般电子学系统

本书在叙述次序上也就根据这几部分来进行。第二章介绍各种辐射探测器、前置放大器和辅助电路。第三章讨论探测器讯号的模拟运算，特别是复杂的脉冲成形与放大问题。第四章和第五章专门叙述用于转换脉冲幅度、脉冲形状和两个脉冲之间的时间间隔的各类模拟数字变换器。探测器和讯号处理的模拟部分一直到模拟数字变换是核电子学的特征。第六章的基本内容是数字电路，它在数据处理设备与计算机中、在工业生产过程的测量与控制中以及在核测量设备中都会遇到。最后，第七章评述了用于核研究的一些由简单到复杂的定标装置及分析器的内部结构。

由于意识到脉冲技术的重要，本书所介绍的电路只是用于脉冲讯号的。这样，关于用于积分电流电离室的静电计放大器的讨论就可省略。另外，对反应堆控制仪表所特有的电路不作评论，因为要评论这些电路就得详细地描述反应堆的控制系统，这就完全超出本书的范围了。

2. 辐射探测器和有关电路

通过射线与物质的相互作用，原子或分子被电离了，或者至少被激发了。几乎所有的辐射探测器的工作原理都是基于探测自由电子和离子(如电离室, 正比计数器和 GM 计数器, 火花室, 半导体探测器), 或探测受激原子和分子所发射出来的光子(如闪烁计数器)。只有契伦科夫计数器是一个重要的例外。它是探测在一个折射系数 $n > 1$ 的辐射体中比光子还要快的粒子所发射的契伦科夫辐射。

2.1. 电离室

电离室的原理如图 2.01 所示。一个带电粒子通过电离室两片电极之间的气体时，它的能量损失掉一部分(ΔE)，产生了 N 对电荷载流子(电子 + 正离子)，它们的总电量为 $Q = \pm N \cdot e$ 。由于电极之间静电场的作用，使得电荷载流子运动，在电离室电路(用 RC 组合来表示)中引起了电流 $I_{\text{电离室}}$ 。对电离室电场强度(正比于电压 V_s)的唯一要求是：它必须足够高，以避免电荷载流子因复

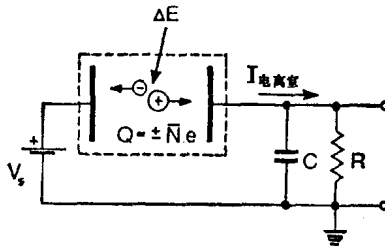


图 2.01 电离室原理图

合而损失掉；又必须足够低，以抑制电荷倍增效应，如电场发射或碰撞电离等。关于电离室物理性能的详细讨论可参看文献 [2.001]。

2.1.1. 产生一对电荷载流子所需的能量

把能量传递给原子的轨道电子，是靠大量不均匀过程来完成的。尽管电离过程很复杂，而产生一对电荷载流子所需的平均能量 W 是一定的，并且与电离粒子的类型及能量无关，即与探测器的工作条件无关^[2.002]，因此，

$$\bar{N} = \frac{\Delta E}{W}$$

并且

$$\bar{Q}_{\pm} = \pm \frac{\Delta E}{W} \cdot e. \quad (2.1)$$

在空气中， W 值约为 35 电子伏。其对于不同气体的更精确的数值见文献[2.001]或[2.003]。

在讨论电荷载流子数目 N 与(2.1)式所给平均数 \bar{N} 之间的统计偏差时，必须区分两种不同的情况：

a) 假如 ΔE 只是粒子总能量的一部分，就是说电离室的所谓有效体积的线度小于入射粒子的射程， N 的统计性就服从朗道理论^[2.004, 2.005]。由于能量损失 ΔE 本身有附加的偏差， N 的分布大体上比相应的泊松分布要宽一些。其分布是不对称的，在 N 的高值方向多一些，使得电荷载流子的最可几数目低于平均数目 \bar{N} 。这类统计方面的实验工作请看文献[2.001]。

在探测器入射窗或吸收片中，能量损失的朗道偏差也会影响探测器的脉冲幅度分布^[2.006]。

b) 假如全部粒子能量都移交给电离室气体，统计偏差仍然偏离泊松分布，虽然在这种情况下均方根偏差 σ_N 是比较小的。这个问题法诺^[2.007]已经处理过，我们从他的著作里得到

$$\sigma_N = \sqrt{f \cdot \bar{N}}, \quad (2.2)$$

其中法诺因子 $f \leq 1$ 。通常 f 约为十分之几。如果只用于粗略的计算，可以假定为未受扰动的泊松分布，也即 $f \approx 1$ 。

当然,这些统计效应决不仅是电离室特有的。电荷载流子产生或激发的统计偏差,遵守同样的理论。也就是说,在正比计数器、半导体探测器或闪烁计数器中,统计偏差也遵守与电离室中一样的理论。

2.1.2. 电荷载流子的迁移率

除去混乱的热运动外,在电场强度方向电荷载流子还有一个附加的运动,其速度

$$w_{\text{离子}} = \mu_{\text{离子}} \frac{F}{p}$$

和

$$w_{\text{电子}} = -\mu_{\text{电子}} \frac{F}{p} \quad (2.3)$$

正比于电场强度 F , 反比于气压 p 。常数 $\mu_{\text{离子}}$ 和 $\mu_{\text{电子}}$ 称为迁移率, 它们本身又可以是 $\frac{F}{p}$ 的函数。

离子迁移率 $\mu_{\text{离子}}$ 略微依赖于实际所用的电离室气体、温度和离子质量。假如产生的是负离子, 其迁移率与同等质量的正离子是一样的。在粗略计算时, 可取 $\mu_{\text{离子}} \approx 1 \times 10^{-3}$ [厘米⁻³·毫米汞柱/伏·微秒]。文献[2.008]中给出了许多气体的较为精确的 μ 值。

电子迁移率 $\mu_{\text{电子}}$ 约为 $\mu_{\text{离子}}$ 的 10^3 倍。然而由于以下原因而使情况变得复杂了: $w_{\text{电子}}$ 常常处于热运动速度范围内, 这就使电子的动能增加, 影响 $\mu_{\text{电子}}$ 的大小。文献[2.001]讨论了 $\mu_{\text{电子}}$ 的理论关系式和已知的实验数据。

2.1.3. 脉冲形状

为简单起见, 我们假定, 总电荷为 $\pm Q = \pm N \cdot e$ 的 N 个正离子和 N 个电子形成的点状云开始发生于电离室的 x_0 点处。对于三种几何形状的电离室, x 的标度方法见图 2.02。电离室电流 $I_{\text{电离室}}$ 由离子成分和电子成分所组成, 所以

$$I_{\text{电离室}} = I_{\text{离子}} + I_{\text{电子}} \quad (2.4)$$

由文献[2.001]得知, 这两种成分为

$$I_{\text{离子}} = Q \frac{F(x)}{V_s} w_{\text{离子}}(x)$$

和

$$I_{\text{电子}} = -Q \frac{F(x)}{V_s} w_{\text{电子}}(x). \quad (2.5)$$

将(2.3)式代入(2.5)式, 我们得到:

$$I_{\text{离子}} = Q \frac{\mu_{\text{离子}} F^2(x)}{p \cdot V_s}$$

和

$$I_{\text{电子}} = Q \frac{\mu_{\text{电子}} F^2(x)}{p \cdot V_s}, \quad (2.6)$$

其中 V_s 是电离室所加电压。因为电荷载流子通过电场强度 $F(x)$ 不同的区域运动, 故通常电离室电流是时间 t 的函数。图 2.02 上列出了对于平行板电离室、圆柱形电离室和球状电离室所计算得出的脉冲形状。

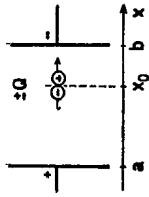
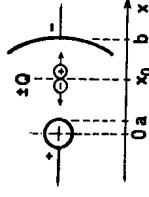
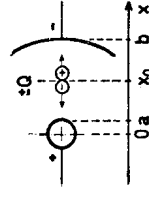
计算过程简单表示如下: 以速度 $w(x)$ 运动的载流子到达 x 点的时刻 t 为

$$t(x) = \int_{x_0}^x \frac{dx}{w(x)}. \quad (2.7)$$

将图 2.02 中的 $F(x)$ 代入(2.3)式, 再将 $w(x)$ 代入(2.7)式, 就可以决定离子和电子分别到达正电极(a)和负电极(b)的收集时间 $T_{\text{离子}}$ 和 $T_{\text{电子}}$ 。(2.7)式的反算可获得 $x = x(t)$, 将它代入(2.6)式就直接给出电流形状。

由于电子的迁移率比离子的高得多: $\mu_{\text{电子}} \approx 10^3 \cdot \mu_{\text{离子}}$, 电子收集时间 $T_{\text{电子}}$ 约为 $T_{\text{离子}}$ 的千分之一。 $T_{\text{电子}}$ 的常规值为 1 微秒。

电离室电流 $I_{\text{电离室}}$ 被 RC 网络所积分, 在 $RC \rightarrow \infty$ 的极端情况下(即 $RC \gg T_{\text{离子}}$), 产生的电压脉冲形状如图 2.02 所示。不管电离室几何形状如何, 由于快电子的运动, 在 $0 < t < T_{\text{电子}}$ 时刻内, 脉冲总是迅速上升, 只有在很长的时间间隔 $t = T_{\text{离子}}$ 以后, 脉冲才到达最后高度 $V_{\text{最大}} = \frac{Q}{C}$ 。在实际电路中, 积分时间常数是根据 $T_{\text{电子}} \ll RC \ll T_{\text{离子}}$ 来选择的, 因此只有 $I_{\text{电子}}$ 被积分, 产生一个幅度为 $V_{\text{电子}}(T_{\text{电子}})$ 的快脉冲。假如这个脉冲幅度被用来量度 ΔE , 还必须考虑到 $V_{\text{电子}}$ 和 Q (正比于 ΔE) 之间的关系依赖于初级电离的原始

电室几何形状	平行板电离子室	圆柱形电离子室	球状电离子室
			
电场强度 $F(x)$	$F(x) = \frac{V_s}{b-a}$	$F(x) = \frac{V_s}{\log(b/a)} \frac{1}{x}$	$F(x) = V_s \frac{ab}{b-a} \frac{1}{x^2}$
离子收集时间 $T_{离子}$	$T_{离子} = \frac{\mu(b-a)}{V_s \mu_{离子}} (b-x_0)$	$T_{离子} = \frac{\rho \log(b/a)}{2 \cdot V_s \mu_{离子}} (b^2 - x_0^2)$	$T_{离子} = \frac{\rho(b-a)}{3ab \cdot V_s \mu_{离子}} (b^3 - x_0^3)$
电子收集时间 $T_{电子}$	$T_{电子} = \frac{\rho(b-a)}{V_s \mu_{电子}} (x_0 - a)$	$T_{电子} = \frac{\rho \log(b/a)}{2 \cdot V_s \mu_{电子}} (x_0^2 - a^2)$	$T_{电子} = \frac{\rho(b-a)}{3ab \cdot V_s \mu_{电子}} (x_0^3 - a^3)$
离子电流 $I_{离子}(t)$ $0 < t < T_{离子}$	$I_{离子}(t) = \frac{Q \cdot V_s \mu_{离子}}{\rho(b-a)^2} (x_0 - a)^2$	$I_{离子}(t) = \frac{Q V_s \mu_{离子}}{\rho [\log(b/a)]^2} \left[x_0^2 + (b^2 - x_0^2) \frac{t}{T_{离子}} \right]^{-1}$	$I_{离子}(t) = \frac{Q V_s \mu_{离子} a^2 b^2}{\rho(b-a)^2} \left[x_0^3 + (b^3 - x_0^3) \frac{t}{T_{离子}} \right]^{-2}$
电子电流 $I_{电子}(t)$ $0 < t < T_{电子}$	$I_{电子}(t) = \frac{Q \cdot V_s \mu_{电子}}{\rho(b-a)^2}$	$I_{电子}(t) = \frac{Q V_s \mu_{电子}}{\rho [\log(b/a)]^2} \left[x_0^2 - (x_0^2 - a^2) \frac{t}{T_{电子}} \right]^{-1}$	$I_{电子}(t) = \frac{Q V_s \mu_{电子} b^2}{\rho(b-a)^2} \left[x_0^3 - (x_0^3 - a^3) \frac{t}{T_{电子}} \right]^{-2}$
积分电压 $V_{离子}(t)$ $0 < t < T_{离子}$	$V_{离子}(t) = \frac{Q(b-x_0)}{C} \frac{t}{b-a} \frac{1}{T_{离子}}$	$V_{离子}(t) = \frac{Q}{C} \frac{1}{2 \log(b/a)} \left[\log \left\{ x_0^2 + (b^2 - x_0^2) \frac{t}{T_{离子}} \right\} - \log x_0^2 \right]$	$V_{离子}(t) = \frac{Q}{C} \frac{ab}{b-a} \left[\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0^2 + (b^3 - x_0^3) \frac{t}{T_{离子}}} \right]$
积分电压 $V_{电子}(t)$ $0 < t < T_{电子}$	$V_{电子}(t) = \frac{Q(x_0 - a)}{C} \frac{b}{b-a} \frac{1}{T_{电子}}$	$V_{电子}(t) = \frac{Q}{C} \frac{1}{2 \log(b/a)} \left[\log x_0^2 - \log \left\{ x_0^2 - (x_0^2 - a^2) \frac{t}{T_{电子}} \right\} \right]$	$V_{电子}(t) = \frac{Q}{C} \frac{ab}{b-a} \left[\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0^3 - (x_0^3 - a^3) \frac{t}{T_{电子}}} \right]$
最后电压 $V_{离子}(T_{离子})$	$\frac{Q(b-x_0)}{C} \frac{1}{b-a}$	$\frac{Q \log(b/x_0)}{C \log(b/a)}$	$\frac{Q a(b-x_0)}{C x_0(b-a)}$