

控制系统的最优 滤波和辨识方法

〔苏〕H. T. 库索夫可夫 等著

章燕申 译

国防工业出版社

51.931

控制系统的最优滤波和 辨 识 方 法

〔苏〕H. T. 库索夫可夫 等著
章燕申 译

國防工業出版社

内 容 简 介

这是一本介绍计算机闭环控制系统工程设计方法的专著,这里计算机作为一个环节起着最优滤波器(卡尔曼滤波器)和系统中参数辨识装置的作用。

全书分为三个部分。第一部分介绍连续与离散系统的基础理论,包括分析和综合的计算方法,数字仿真和谐分析方法等。

第二部分是最优滤波器的算法程序,重点介绍了防止滤波算法发散的各种工程方法,提出了自适应最优滤波的算法公式。

第三部分是控制系统中参数的辨识方法,提出了新的能观性判据,在不完全能观的系统中,可以辨识出能观的那一部分状态变量。

本书的特点是密切联系工程实际,以飞行器控制和惯性导航系统为例,设计卡尔曼滤波器和陀螺漂移速度的辨识装置,以提高精度。

本书可供工程技术人员和高等学校师生作为设计和研究最优滤波算法和辨识方法的参考书。

НЕПРЕРЫВНЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Н. Т. Кузовков С. В. Карабанов

О. С. Салычев

Москва Машиностроение 1978

*

控制系统的最优滤波和辨识方法

〔苏〕Н. Т. 库索夫可夫 等著

章燕申 译

责任编辑 陈子玉

*

国防工业出版社

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

房山南召印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张 9³/₈ 243千字

1984年12月第一版 1984年12月第一次印刷 印数: 0001—3450册

统一书号: 15034·2713 定价: 1.40元

译者序

控制系统设计的基本要求是提高控制精度，包括跟踪有用信号和抑制干扰两个方面。以惯性导航系统的设计为例，目前用于大地测量和重力测量的系统要求定位精度达几分米（相对误差小于 1×10^{-5} ），垂线偏差测量精度达几分之一角秒。单纯依靠控制元件的精度和古典控制系统的综合方法是无法达到这样高的控制精度的。

六十年代初卡尔曼等人提出了控制系统能观性和能控性的理论，对于控制系统内部的状态变量可以加以观测和估计，并且进而可以辨识它们的数学模型和参数。这样，提高控制系统的精度就有了新的技术途径。在精密的控制系统中，可以引入卡尔曼滤波器和辨识装置，通过实时的估计和辨识，对系统中存在的干扰加以补偿，达到提高控制精度的目的。

实现以上要求，在精密的控制系统中必须采用数字计算机，因而使得连续的系统变为与离散系统（即数字计算机）相混合的系统。这样就需要建立离散控制系统的分析和综合方法，以及数字仿真的方法。

译者推荐的这本专著是针对上述任务编写的。译者认为，这本书对我国从事惯性导航和飞行器控制的工程技术人员很有帮助，可以开阔思路，从系统的角度，利用这些控制系统中原有的计算机，设计出高精度的系统。同时，对于其它用途的控制系统，例如精密仪器中的伺服系统等，也可以采用书中介绍的工程设计方法。

应当指出，这本书和一般现代控制理论方面的著作不同，它的特点是工程上的实用性。因此，对于克服卡尔曼滤波器的发散和自适应滤波方法，作者提出了新的见解和工程设计方法。对于

不完全能观的控制系统，作者提出了能观性程度的概念，推荐了新的能观性判据。这些都是应用现代控制理论时的关键问题，有助于在工程上实现具体的卡尔曼滤波器和辨识装置。

这本书反映了苏联在这一领域中的一些新的成果。作者库索夫可夫在五十年代写过控制系统中的频率方法等专著，在控制系统的设计方面具有丰富的经验。可以期望，这本专著中译本的出版将有助于我国控制技术的发展。

为了帮助初学者掌握最优滤波算法的原理和计算步骤，译者选择了几个卡尔曼滤波器计算的实例，作为附录加在本书的后面。这些实例及其算法公式选自英国 S. M. 博齐克 (Bozic) 1979 年出版的著作：“数字滤波和卡尔曼滤波” (Digital and Kalman Filtering)。

译 者

前 言

现代控制理论的迫切任务如下：在闭环回路中，采用数字计算机对控制系统进行数字仿真研究，建立最优离散滤波算法以及进行系统的辨识。只有在采用数字计算机的情况下，这些任务才能得到解决。本书将讨论解决上述任务的某些方法，除了众所周知的方法之外，还将包括这些方法进一步发展的最新成果。

在闭环回路中采用数字计算机将提高线性控制理论的作用和意义。这些理论对于连续系统和离散系统是同样适用的。本书的前三章讨论了混合式（离散-连续）系统的纯粹离散数学模型，重点在研究这些问题的方法（稳定性的代数判据、根轨迹法等）。

目前很重视定参数和变参数连续系统的数字仿真方法。这里，主要是要求利用离散序列的包络线去实现对原有连续信号的最优复现。但是古典的离散化方法不能满足这一要求。在第四章中，将着重讨论近似的（算子）离散化方法。在计算工作量较小的情况下，这些方法可以保证很高的精度，因而适用于运载体上的计算机。第五章将讨论研究过渡过程的另一种方法，即把过渡过程表现为一种快速收敛函数的级数。在保持高精度的情况下，这种方法可以显著地减少计算工作量。

在综合控制系统和最优滤波的算法时，能控性和能观性问题非常重要。但现有的能控性和能观性判据具有严重的缺点。在第六章中将提出系统完全能观的新判据。它和现有判据的区别如下：在系统不完全能观时，可分出能观的状态变量，同时还可判断个别变量的能观程度。在国内^①的文献中，最优滤波方程的严格证明，卡尔曼滤波器发散原因的分析以及防止发散的方法等问题都

① 指苏联。——译者注

介绍得较少。这一空白在第七、八章中得到了某种程度的填补。在这两章中将提出防止发散的一种新方法。这种方法和现有的方法相比，其优点是具有适应性，同时这种最优滤波的算法不仅可以消除量测的噪声（和卡尔曼滤波器的情况相同），而且能够消除作用于观测对象上的有害干扰噪声。

目前已有很多系统的辨识方法，但最常用的仍是最小二乘法。其优点如下：不仅对量测噪声，而且对具有任意分布规律的干扰噪声都具有不变性。在现有的文献中，实现这一方法的辨识公式是采用对向量的标量乘积加以微分的法则来推导的。在第九章中，对这些公式采用了一种新的简单方法加以推导，它可以表明这一方法的实质，并便于在实际中广泛加以应用。第十、十一章将讨论惯性导航系统的误差，用来说明上述方法的意义以及采用这些方法提高精度的可能性。

本书可供设计自动控制系统、研究最优滤波和辨识问题的工程技术人员阅读，也可供相应专业的大学生阅读。第一、二、五、六、九~十一章和第4.5、7.5~7.7各节是H. T. 库索夫可夫所写（第五章与Г. Б. 阿勃拉门科合写，第十章与O. C. 萨利切夫合写），第七、八章是O. C. 萨利切夫所写，第三、四章是C. B. 卡拉邦诺夫所写。

作者对审阅人B. И. 卢克雅辛柯教授提出的宝贵意见表示感谢，这些意见对于改进书中材料的阐述是有益的。

目 录

第一章 混合式控制系统	1
1.1 混合式系统的结构图	2
1.2 计算机方程式	5
1.3 线性差分方程式	7
1.4 连续系统和纯粹离散系统在时域中的结构图	8
1.5 线性差分方程的解	11
1.6 Z-变换	14
1.7 Z-变换的性质	17
1.8 离散传递函数	19
第二章 离散数学模型及混合式系统的稳定性	21
2.1 线性连续环节的离散传递函数	21
2.2 包含反量化器回路的离散传递函数	26
2.3 串联环节的离散传递函数	29
2.4 确定离散传递函数的近似方法	32
2.5 离散闭环系统稳定性的研究	35
2.6 离散系统的根轨迹	38
第三章 离散系统中的过渡过程	45
3.1 Z-反变换	46
3.2 离散闭环系统希望的根分布	48
3.3 离散闭环系统校正环节的综合	52
3.4 实际数字计算机的离散传递函数	56
第四章 连续系统数字仿真的算子方法	59
4.1 离散的积分算子	59
4.2 离散积分算子的频率特性	67
4.3 定常线性系统数字仿真的算子方法	70
4.4 时变线性系统数字仿真的算子方法	76
4.5 离散形式的状态方程和基本解阵	78

第五章 研究时变系统的谱方法	82
5.1 二阶方程的积分	82
5.2 边界条件	87
5.3 任意阶方程的积分	90
5.4 应用谱方法的实例	101
第六章 能观性和能控性	106
6.1 系统的对角线化	106
6.2 规范型系统的能控性判据	111
6.3 普遍情况下的能控性判据	113
6.4 完全能控性的新判据	117
6.5 系统的完全能观性	121
第七章 最优滤波方程	127
7.1 线性有模空间中的正交原理	127
7.2 量测值线性组合形式的状态向量最优估计值	132
7.3 利用正交投影确定最优估计值	135
7.4 当有各种输入作用时最优滤波的算法	143
7.5 由离散最优滤波器得到连续的最优滤波器	145
7.6 隆白格滤波器和卡尔曼滤波器	151
7.7 综合最优滤波器的实例	155
7.8 采用更新序列进行均方滤波	159
第八章 验前数据不定情况下的卡尔曼滤波器	166
8.1 防止最优滤波器发散的方法	166
8.2 实际不发散滤波器的新算法	173
8.3 动态偏差的补偿	178
8.4 状态向量和偏差的估计	187
8.5 确定性运动向量的最优估计	198
第九章 线性系统的辨识	203
9.1 采用最小二乘法对线性系统的辨识	203
9.2 线性静态系统参数的辨识	208
9.3 采用最小二乘法辨识线性动态系统的参数	213
第十章 惯性导航系统	215
10.1 坐标系	215

10.2	加速度计的输出值	218
10.3	平衡工作状态下的自主式惯性系统原理图	222
10.4	惯性系统通用的误差方程	226
10.5	自由方位平台惯性系统的误差方程	233
10.6	惯性系统误差的结构图	235
10.7	量测元件误差的数学模型	237
10.8	具有卡尔曼滤波器的惯性系统原理图	240
第十一章 惯性系统误差的能观性		243
11.1	具有理想量测元件惯性系统的一个通道	243
11.2	具有不理想量测元件惯性系统的一个通道	246
11.3	具有不理想陀螺仪的惯性系统	248
附录 I 标量信号的最优估计		251
I. 1	最优非递推估计器 (标量的维纳滤波器)	251
I. 2	最优递推估计器 (标量的卡尔曼滤波器)	254
I. 3	最优递推预测器 (标量的卡尔曼预测器)	260
附录 II 向量信号的最优估计		263
II. 1	信号和量测数据的向量	263
II. 2	向量的计算公式	265
II. 3	向量的卡尔曼滤波器	267
II. 4	向量的卡尔曼预测器	271
附录 III 卡尔曼滤波器的实例		273
III. 1	标量的卡尔曼滤波器	273
III. 2	向量的卡尔曼滤波器	274
III. 3	量测自由落体运动的卡尔曼滤波器	277
III. 4	用于跟踪雷达的卡尔曼滤波公式	283
参考文献		287

第一章 混合式控制系统

混合式系统是指除了连续信号之外还有离散信号的系统。信号的形式是脉冲序列，或以二进制表示的数字量的序列。由于各种不同的原因，这类系统得到了应用^[2,9]。

一种原因是，希望采用同一个放大回路来为几个同时工作的同样系统服务（即具有时间划分放大回路的系统）。这类系统的实例如图 1.1 所示。输入信号通过换向器送入放大器。换向器是

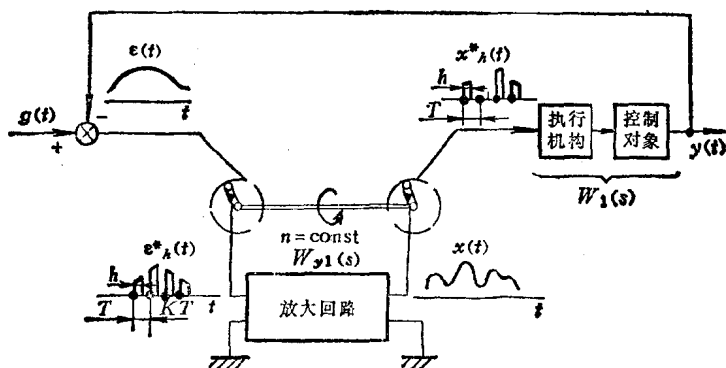


图 1.1

几个薄片，这些薄片依次和以等速（ n 转/分钟）旋转的滑块相接触（在图 1.1 上为三个换向片）。滑块和每一薄片相接触起始时刻之间的时间区间为 $T = \pi n / 30$ 秒。这一时间区间称为量化周期，或离散周期。由薄片传送的脉冲电压 e_h^* 的宽度 h 取决于薄片的弧长。

由于放大器具有惯性，放大器的输出信号 $x(t)$ 是连续的。依靠和输入装置相同，并与输入换向器同步旋转的输出换向器，

电压 $x(t)$ 将被变换为脉冲序列 $x_h^*(t)$ 。 $x_h^*(t)$ 送入控制系统的连续部分, 即执行机构和控制对象。连续的输入信号 $g(t)$ 和输出信号 $y(t)$ 在比较装置中求差。误差信号 $e(t)$ 则由输入换向器加以量化。

本章将介绍研究混合式系统的数学方法。

1.1 混合式系统的结构图

为了简化混合式系统的理论, 通常把真实的离散脉冲序列变换为理想化的序列。这种变换的依据是系统的线性性质和脉冲的动态等效值法则。

实践表明 (即动态等效值法则), 当脉冲的宽度足够小时, 线性系统对脉冲的响应与脉冲的形状无关, 而只取决于这一脉冲的面积。如果脉冲的面积保持不变 (例如等于单位面积), 这时减小脉冲的宽度 h , 在极限情况下, 即当 $h = 0$ 时, 脉冲将变为单位脉冲函数 $\delta(t - kT)$ 。与此同时, 系统的响应 $k(t)$ 并没有明显的变化 (图 1.2)。 $k(t)$ 称为脉冲过渡函数。

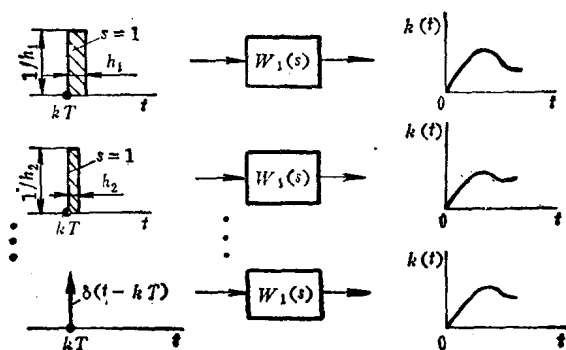


图 1.2

众所周知, 单位脉冲函数 (亦称 δ -函数或狄拉克函数) 具有下列特性

$$\delta(t - kT) = \infty \quad \text{当 } t - kT = 0 \quad (1.1a)$$

$$\delta(t - kT) = 0 \quad \text{当 } t - kT \neq 0 \quad (1.16)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) dt = 1 \quad (1.1b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - kT) dt = f(kT) \quad (1.1r)$$

除了零值以外, 自变量 $t - kT$ 取任意值时, 函数 $\delta(t - kT)$ 均等于零, 而当自变量为零时, 即当 $t = kT$ 时, 函数值趋于无穷大 (1.1a、6)。脉冲函数的值取决于该函数曲线下的面积。如果此面积等于 1, 则称为单位脉冲函数, 并用 δ 来表示 (见 1.1b 式)。某一函数 $f(t)$ 与单位脉冲函数 $\delta(t - kT)$ 乘积的积分值等于当 δ -函数自变量为零时该函数的值 $f(kT)$ (见 1.1r 式)。

由于系统 $W_1(s)$ 具有线性的性质, 可以把传递函数 $W_1(s)$ 乘以 h , 而把强度 (面积) 为 $S = \varepsilon(kT)h$ 的输入脉冲置换为同样宽度, 但强度为 $S = \varepsilon(kT)$ 的脉冲 (在图 1.3 上相当于把图 1.3a 置换为图 1.3b)。然后, 把有限宽度的脉冲置换为强度为 $\varepsilon(kT)$ 的脉冲函数, 即函数 $\varepsilon(kT)\delta(t - kT)$ (见图 1.3b)。

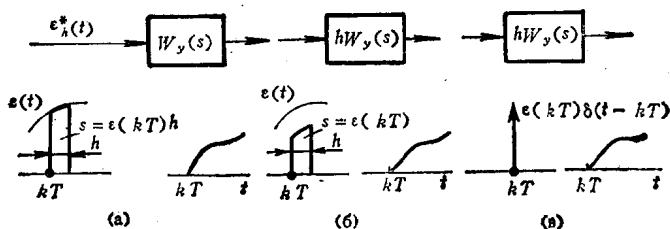


图 1.3

对离散序列 $\varepsilon_k^*(t)$ 的每一个脉冲进行上述置换, 得到理想的离散序列 $\varepsilon^*(t)$, 其组成脉冲函数的强度等于原来连续信号在量化时刻 kT 的取值 $\varepsilon(kT)$, 其中 $k = 0, 1, \dots, \infty$ 。

在混合式系统的结构图中, 实现把连续信号 $\varepsilon(t)$ 置换为离散信号 $\varepsilon^*(t)$ 的元件可画为开关。每隔 T 秒种开关瞬时地

闭合一次 (图 1.4)。下面将把这类开关叫做量化器。

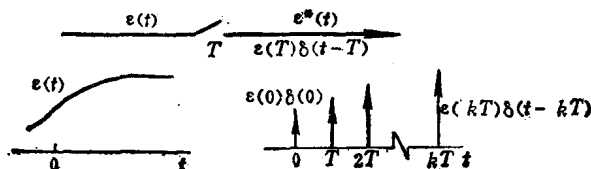


图 1.4

图 1.5 所示为具有时间划分放大回路混合式系统的结构图。这里两只开关同步工作。在下文中，将只讨论所有开关同步工作的系统。

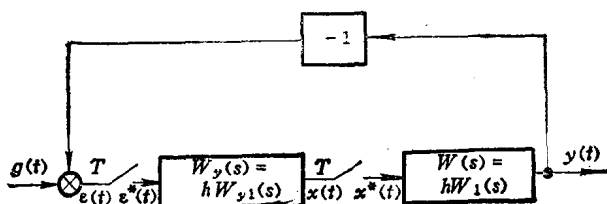


图 1.5

除了上述规定之外，在混合式系统的结构图中，还假定，不管是由于什么原因，凡是出现离散信号的节点都用开关来表示。例如，如果在混合式系统中有一个环节是数字计算机，那么由于其输入和输出信号均为离散的数字序列，因此在结构图中，在计算机前面和后面的环节都应是开关 (图 1.6)。

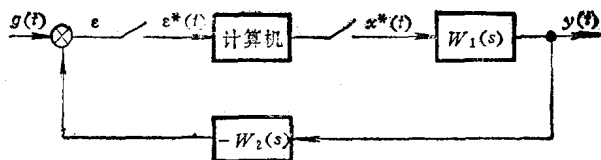


图 1.6

1.2 计算机方程式

产生混合式系统的另一个原因是在闭环回路中采用了计算机。和模拟式环节相比、计算机有下列优点：首先是不用放大器可以实现任何调节规律；其次是可靠性好；控制器的重量轻和体积小。

在调节回路中，计算机的工作如下。在输入端送入二进制的数字序列 $x(0)$ 、 $x(T)$ 、 $x(2T)$ 、 $\dots$ 、 $x(kT)$ ，其离散周期为 T ，在输出端则给出同样周期 T 的序列 $y(0)$ 、 $y(T)$ 、 $y(2T)$ 、 $\dots$ 、 $y(kT)$ 。暂时认为这些离散过程相互之间在时间上没有延迟，即相当于计算机瞬时完成了所有的计算程序。换言之，假定计算机输出 $y(kT)$ 值的时刻 kT 恰好是 $x(kT)$ 值输入计算机的时刻。

为了计算 $y(kT)$ 值，计算机应具有：

- 1) 所有以前算过的 $y(rT)$ 值，其中 $r = k-1, k-2, \dots, 1, 0$ ；
- 2) 当时的和以前的输入信号 $x(rT)$ 值，其中 $r = k, k-1, \dots, 1, 0$ 。

但通常在计算中，计算机只计算输入信号最后的 $m+1$ 个值，即 $x(kT-iT)$ 值，其中

$i = 0, 1, 2, \dots, m$ ，

还有输出信号最后的 n 个

值，即 $y(kT-jT)$ 值，

其中 $j = 1, 2, \dots, n$

(图 1.7)。这时，如果程

序是线性的，用已知量表

达的 $y(kT)$ 普遍公式为

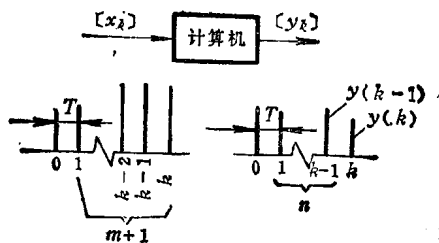


图 1.7

$$y(kT) = \sum_{i=0}^m b_{m-i} x(kT-iT) - \sum_{j=1}^n a_{n-j} y(kT-jT) \quad (1.2)$$

(1.2) 式称为计算机方程式, 它表示计算机输出信号的瞬时值是输入信号瞬时值, 这一信号过去 m 个数值和输出信号过去 n 个数值的线性组合 (所有这些数值都保存在计算机的存储器中)。

下面讨论离散信号的表示和描述方法。尽管产生离散序列的来源不同, 这些序列的表示和数学描述方法是相同的。(在图 1.1 上由换向片产生有限宽度的脉冲序列, 在图 1.5 上由“模-数”转换器产生二进制的数字序列。)

图 1.1 和图 1.5 上采用的一种表示方法为 $e^*(t)$ 、 $x^*(t)$ 等。例如, 可认为 $x^*(t)$ 为 δ -函数的序列, 其强度为 $x(0)$ 、 $x(T)$ 、 $x(2T)$ 、 $\dots$ 、 $x(kT)$, 也可认为是有限数值的普通离散序列 $x(0)$ 、 $x(T)$ 、 $\dots$ 、 $x(kT)$ (如图 1.7 所示)。在后一种情况中, 这一序列可写为 $[x_k]$ 。

为了书写简单, 通常在自变量中略去离散周期 T , 这时序列 $[x_k]$ 的展开形式为

$$x(0), x(1), x(2), \dots, x(k), \dots \quad (1.3)$$

或
$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_k, \dots \quad (1.4)$$

连续信号 $x(t)$ 理解为在区间 $0 \leq t \leq \infty$ 中 x 的所有数值。与此同时, 离散信号 $x^*(t)$ 应理解为在同样区间中, 按周期 T 划分所选择的 x 数值。数学上, 这种选择可写为连续函数 $x(t)$ 乘上列算子

$$\delta_T = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT)$$

这是一个单位脉冲函数 δ 按区间 T 划分成的无穷序列。由此

$$x^*(t) = \delta_T x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(t) \delta(t - kT) \quad (1.5)$$

或
$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \delta(t - kT) \quad (1.6)$$

1.3 线性差分方程式

采用 (1.3) 式的表示方法, 计算机方程式 (1.2) 的展开形式为

$$\begin{aligned} & y(k) + a_{n-1}y(k-1) + a_{n-2}y(k-2) + \cdots \\ & + a_1y(k-n+1) + a_0y(k-n) = b_mx(k) \\ & + b_{m-1}x(k-1) + \cdots + b_0x(k-m) \end{aligned} \quad (1.7)$$

这是 n 阶线性差分方程式。线性是指左端各项均为输出序列 $[y_k]$ 某些幅值的线性函数。“差分”这一名词是指这一函数的增量取决于离散幅值之差。

假定要求计算机按下列微分方程式近似地给出 $x(t)$ 和 $y(t)$ 之间的关系

$$y^{(n)} + c_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + c_0y = d_mx^{(m)} + \cdots + d_0x \quad (1.8)$$

初始条件为

$$t = 0, y(0), y'(0), \cdots, y^{(n-1)}(0) \quad (1.9)$$

由于计算机运算的是按区间 T 划分的变量离散值, 当解微分方程时, 必须把变量的微分作某种近似。例如, 对离散周期 T 而言, 应取相邻的离散值之差。

这种近似意味着, 在很小的时间区间 T 中, 变量 $y(t)$ 及其导数 $\dot{y}(t)$ 、 $\ddot{y}(t)$ 、 $\cdots$ 均可看作是 t 的线性函数。

这时

$$\begin{aligned} y(t) &= y(k) \\ \frac{d}{dt} y(t) &= \frac{y(k) - y(k-1)}{T} \\ \frac{d^2}{dt^2} y(t) &= \frac{\frac{y(k) - y(k-1)}{T} - \frac{y(k-1) - y(k-2)}{T}}{T} \\ &= \frac{y(k) - 2y(k-1) + y(k-2)}{T^2} \end{aligned} \quad (1.10)$$

⋮