[美] T. W. HUNGERFORD

代数学

冯克勤译　聂灵沼校

湖南教育出版社

DAISHUXUE

【美】T. W. HUNGERFORD 著

代 数 学

冯克勤 译 聂灵沼 校

湖 南 教 育 出 版 社

ALGEBRA

代 数 学

〔美〕THOMAS W. HUNGERFORD 著

冯克勤 译　　聂灵沼 校

责任编辑：孟实华

*

湖南教育出版社出版（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1985年3月第1版　1985年8月第1次印刷

字数：50,000　印张：24　印数：1——12,000

统一书号：7284·476　　定价：4.45元

译 者 序

Thomas W. Hungerford教授现为美国Cleveland州立大学数学系系主任.他所写的Algebra一书于1974年出版,1980年由Springer出版社作为研究生数学丛书 (Graduate Texts in Mathematics) 中的一本而再版. 在美国和许多其他地方, 此书均作为研究生学习代数学的主要参考书. 译者于1981——1982年在中国科学技术大学为大学生和研究生讲授代数课程时也曾使用过此书的部分章节. 关于编写此书的意图和此书的特点, 作者在前言中已作了详细的阐述. 这里着重谈谈译者翻译此书的用意和使用此书的一些体会.

近年来, 国内外出版了许多关于近世代数学方面的著作. 但是在历史上影响最大的, 无疑应推 B. L. Waerden的Algebra一书. 这本书概括了1920—1940年左右代数学的主要成就, 也包括了1940年以后代数学的某些成果. 自从曹锡华、曾肯成和郝炳新等国内代数界前辈将此书译成中文以来, 使我国从事代数学研究和教学的人们 (包括译者本人) 受益非浅, 对我国代数学的普及和发展均起了推动作用. 这本书至今也仍旧是十分有价值的代数学名著. 但是近年来, 代数学研究本身得到迅猛的发展, 在数学的许多其他分支中, 代数学也逐渐成为不可缺少的基本工具. 更为重要的是, 由于计算机技术的发展和普及, 以及由此而

3235629

引起的离散数学的新兴，使得代数学在通讯、系统工程和计算机科学等许多领域中得到了非常广泛的应用，代数学已成为一些先进国家在这些领域中从事开发事业的研究人员的基本工具。我国代数学的研究、教学和普及工作也需要适应这种发展形势的要求。在我国高等学校中代数课教学课时与分析学相比，只占微小的比例，而且教学内容也需要补充和更新。译者将Hungerford的Algebra一书译成中文，就是希望对于当前我国的代数学教学、普及和研究工作能起到积极的作用。

本书全面地进述了代数学的基础知识，即群论、环论、模论和域论的最基本内容都叙述得很详尽。对于讲授和学习方法也作了精心的安排和多种建议。在书的引论中，完整地介绍了学习代数学所需要的集合论方面的预备知识；在群论（第I，II章）中讲述了有限群的Sylow理论、自由群、幂零群和可解群的基本知识；在环论（第III章）中除了标准内容之外，还讲述了分式环和环的局部化；在第VIII章讲述了交换代数的基本内容；在第IX中讲述了环和代数的结构理论；在域论（第V，VI章）中，讲述了伽罗华理论和域的超越扩张理论。本书的第IV章介绍模论，然后（第VII章）从模论的角度讲述了线性代数。在当前代数学的研究中，模占有愈来愈重要的地位，而这恰好是目前国内教学所欠缺的。近世代数学从它产生的年代起就明显地有别于古典代数学，那就是：近世代数的最基本研究对象不是代数结构中的元素特性，而是代数结构本身和不同代数结构之间的联系(即同态)。本书几乎从一开始就引进范畴理论的最基本术语，最后一章再专门介绍范畴理论更进一步的内容，就是为了体现近世代数的这种特点。综合上述，无论在内容取材还是在讲述方式上，本书均不失为代数教学和研究工作中一本较好的教科书和自学参考书。大致说来，

前四章（或许再加上第V章）可作为大学课程，后六章可作为代数等专业研究生的基础课程。

本书的翻译工作一直得到丁石孙教授的关心，国防科技大学的汪浩教授对译稿也提出了许多中肯的建议。译者在这里一并表示感谢。

译者在翻译过程中发现了原书的某些错误（主要是印刷方面的），这些错误均经原作者的认可。此外，作者还寄来他本人和其他人所发现的一些错误，所有这些错误在中译本中均作了改正，不一一列出。另一方面，由于本书篇幅较大而译者学识浅陋，在译稿中也会出现一些错误和疏忽的地方，欢迎大家指正。

冯克勤

1984年 4月于合肥

斯普林格版本的前言

对于《代数学》第一版的反映表明，这本书满足了事先确定的要求，即：它提供了一卷内容自包含的研究生水平的代数教科书，使中等水平的研究生即可阅读，并且安排的相当灵活，以适应各种教学方案和课程内容。鉴于对它的反映尚好，目前不需作过多的修改，因此在这次重版时，课文没有作本质上的变动，只是改正了所发现的一些印刷错误和差错，同时改写了某些证明。

我感谢Paul Halmos, F. W. Gehring和斯普林格出版社编辑部为出版本书的新版本所给予的鼓励和帮助。这本《代数学》将继续在数学界被采用，这是一件值得高兴的事情。在许多其他出版商为了赚钱意图作不太高雅的投机买卖的时候，斯普林格出版社则被誉为它决心继续出版高质量的数学书籍。

Thomas W. Hungerford

西雅图，华盛顿州

1980年6月

前　言

这本书试图用来作为低年级研究生代数课程的基本教材。几年以前，当我找不到一本教科书以适应这样课程的时候，便开始着手写此书。我对于所谓“适应”的判别准则为以下几点，这几点也是我希望在本书中能够实现的。

(i) 经过有意识的努力写出一本教科书，使中等水平的（但是有适当准备的）研究生都能自学而没有太大的困难。要着重于叙述的清晰而不是简略。

(ii) 为了读者的方便，这本书基本上是自包含的。所以它也包含了许多大学生水平的材料.对于数学修养较好的研究生来说，这些材料可以略去不读。

(iii) 鉴于对研究生第一年代数课程的内容没有普遍一致的意见，我们选取了比一年所能教的内容要多的材料。在所涉及到的主要领域里，材料都比研究生一年级的水平要广而且深。不幸的是，由于篇幅和经济所限，不得不略去象赋值论这样一些课题。这些略去的课题，在一年的课程中似乎多半是不会讲到的。

(iv) 在选择材料的内容、次序和深度方面，课文的安排为教员提供了最大的灵活性，同时又不削弱学生的可读程度。

(v) 要有超乎寻常的大量习题。

在理论上，除了关于集合、函数、整数和实数等某些初等事

实和一定程度的“数学修养”之外，本书不假定任何预备知识。但是在具体实践当中，对于多数研究生来说，大学生的线性代数课程可能还是需要的。事实上，本书正是在这种设想之下而写的。因此有一些研究生相当熟悉的概念(例如矩阵)，在本书课文正式讲解之前，就出现在一些例子或者习题中，甚至于偶尔出现在某些证明当中。

贯穿本书的指导原则是：提供的材料既要达到可使用的最大程度的一般化，又要与良好的讲授性能相协调。这个原则在用于各种技术性问题时是比较容易的，但是在处理组织概念等一些更一般性的问题时则颇感困难。比如，一方面，学生必须随时注意关于代数本性的比较近代的观点：即事情的核心是对于态射[morphism〕(即映射〔map〕) 的研究，许多深刻而重要的概念最好看成是某种泛映射性质。但是在另一方面，只有对促使抽象化的那些具体背景有坚实基础的人，才会对高度的抽象性和一般性有更好的领会和透彻的理解。因此，某个概念如果存在一个为学生更熟悉或者更容易领会的定义的时候，即使它可以用一个泛映射性质来刻划，我们也不用这个性质来定义它，而是在尔后用定理的形式给出它的泛映射性质。

范畴概念引进得较早，并且此后则常常使用范畴理论中的一些术语。然而，较早地使用范畴语言只是为了方便，不熟悉范畴的读者在阅读本书大部分内容时都不会遇到多大困难，甚至可以随时互为参照。但是，对于一个雄心勃勃的教员，他可以在早期阶段讲述第十章(范畴)，从而可以毫无困难地将整个课程添加上实在的范畴风味。第十章与本书其余部分基本上是独立的，因此可以在任何时候阅读它。

在数学讲述方面，本书还有以下一些特点：

安排和使用了无限集合、无限势以及超限归纳法等内容．在引论中给出全部必要的集合论预备知识，包括关于势的计算法则的完备证明。

Sylow定理的证明是由R. J. Nunke所建议的，这似乎会使不少学生迷惑不解的这一课题变得清晰一些。

我们处理伽罗华理论的方法是基于Irving Kaplansky的，他成功地推广了Emil Artin的某些思想．我们在完全一般的一对域上定义了伽罗华群以及子群和子域之间的基本联系．这可以使我们把许多其他结果很容易地推广到无限维的情形上去．我们在引进分裂域、正规性和可分性等概念之前就证明了基本定理．从而减小了甚至可能是避免了许多讲述方法使学生产生的见树不见林的很现实的危险。

在讲述域的可分扩张的时候，我们将代数扩张和超越扩张区分开来．从教学观点看来，这似乎比两种情况放在一起叙述的Bourbaki方法要好得多。

如果我们假定所有的环都具有幺元素，所有的同态都是保持幺元素的，并且所有的模都是幺作用（Unitary）模，我们可以很快地讲完半单环和半单模．遗憾的是，对于要读许多非交换环文献的学生来说，这种方法是不适宜的．所以，我们用更为一般的方法讲述了环（特别是半单左 Artin 环）的结构理论．这种处理方式包括了上面提到的情形，同时也完全地处理了不具有幺元素的环、Jacobson根和其他有关的课题．此外，我们还讨论了素根和关于半素环的Goldie定理。

书中提供了范围广阔、深浅不一的大量习题．我自己试图将难题打上“星号”．但是经验使我完全相信下面的一句格言是真理：一个人的美味可能是另一个人的毒品．所以，所有的习题都没有

打上星号。习题是很重要的，因为一个学生如果不作一定数量的习题，他就不能对课文有透彻的理解和掌握。但是习题与正文并不是不可分割的，也就是说，我们并不把某些所需结果的不显然的证明完全留给学生作为习题。

如果给予适当的指导，大多数学生都有足够的能力证明一些不显然的命题。因此，对于课本中的某些定理，我们只给出“证明概要”而没有写出完全的证明，有时甚至只提示一下需要利用哪些定理。还有的时候，我们详细地写出证明中较困难部分和所需要的“计谋”，而略去其余部分。我们也往往只叙述证明的主要步骤，而把一些理由和按部就班的计算细节留给读者。对于后面这样一种“证明概要”，许多人都认为这已经是完整的证明了。但是对于这类情形我们仍用“概要”一词，是为了提醒读者，这里的证明在某种程度上比别处所给出的“完整”的证明要简略一些，并且可能不象那些“完整的”证明那样容易阅读。

Thomas W. Hungerford

西雅图，华盛顿州

1973年9月

符　号　表

符　号	意　义
Q ($\boldsymbol{Q}$)	有理数域
R ($\boldsymbol{R}$)	实数域
C ($\boldsymbol{C}$)	复数域
$\Longrightarrow$	蕴涵
$\Longleftrightarrow$	等价，当且仅当.
$\in$	元素属于某集合
$\notin$	元素不属于某集合
$\{x\mid P(x)\}$	满足$P(x)$的全体元素x所形成的类
$\subset$	含于
$\varnothing$	空集
$P(A)$ 或 2^A	A的幂集
$\bigcup_{i\in I} A_i$	集合A_i之并
$\bigcap_{i\in I} A_i$	集合A_i之交
$B-A$	A在B中的相对补集
A'	A的补集
$f: A\to B$	f是从A到B的函数
$a\to f(a)$	函数f将a映成$f(a)$
$f\mid S$	函数f在S上的限制
1_A	集合A上的恒等函数；环A的幺元素

$g\circ f$ 或 gf	$\begin{cases}f\text{与}g\text{的合成函数}\\ f\text{与}g\text{的合成态射}\end{cases}$
$\mathrm{Im}f$	函数f的象
$f^{-1}(T)$	集合T的原象
$A\times B$	$\begin{cases}\text{集合}A\text{和}B\text{的卡积}\\ \text{群}A\text{和}B\text{的直积}\end{cases}$
$\sim$	等价关系
$\bar{a}$	a的等价类
$\prod\limits_{i\in I} A_i$	$\begin{cases}\text{集合}A_i\text{的卡积}\\ \text{对象族}\{A_i \mid i\in I\}\text{的积}\\ \text{群〔环或模〕族}\{A_i \mid i\in I\}\text{的直积}\end{cases}$
Z ($\mathbb{Z}$)	整数集合
N ($\mathbb{N}$)	非负整数集合
N* ($\mathbb{N}^*$)	正整数集合
$a\mid b$	a整除b
$a\nmid b$	a不能整除b
$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$	$\begin{cases}a_1,\cdots,a_n\text{的最大公因数}\\ \text{由}a_1,\cdots,a_n\text{生成的理想}\end{cases}$
$a\equiv b\pmod{m}$	a与b模m同余
$\lvert A\rvert$	$\begin{cases}\text{集合}A\text{的势}\\ \text{群}A\text{的阶}\\ \text{方阵}A\text{的行列式}\end{cases}$
$\aleph_0$	阿列夫零
D_4^*	正方形对称群
S_n	n个字母的对称群
$G\oplus H$	加法群G和H的直和
Z_m	模m整数加法群
$Z(p^\infty)$	Q/Z的Sylow p子群
$\cong$ ($\leqq$)	同构

$\mathrm{Ker}f$	同态f的核
$H<G$	H为G的子群
$\langle X\rangle$	由集合x生成的子群
$\langle a\rangle$	由元素a生成的循环(子)群
$H\vee K$，$H+K$	子群H和K的并子群
Q_8	四元数群
$\lvert a\rvert$	元素a的阶
$a\equiv_r b(\mathrm{mod}H)$	$ab^{-1}\in H$
$a\equiv_l b(\mathrm{mod}H)$	$a^{-1}b\in H$
Ha，aH	a的右陪集和左陪集
$[G:H]$	子群H在群G中的指数
HK	$\{ab\mid a\in H,\ b\in K\}$
$N\lhd G$	N为G的正规子群
G/N	G对于N的商群
$\mathrm{sgn}\tau$	置换τ的符号
A_n	n个字母的交错群
D_n	正n边形群
$\dot{\bigcup\limits_{i\in I}} A_i$	集合A_i的非交并
$\prod\limits_{i\in I}{}^{w}G_i$	群G_i的弱直积
$\sum\limits_{i\in I}G_i$	群(或模)G_i的直和
$\prod\limits_{i\in I}{}^{*}G_i$	群G_i的自由积
$G[m]$	$\{u\in G\mid mu=0\}$
$G(p)$	$\{u\in G\mid u$的阶为p的方幂$\}$
G_t	G的扭子群(或扭子模)
G_x	x的固定子群

$C_H(x)$	x在H中的中心化子
$N_H(K)$	H在K中的正规化子
$C(G)$	G的中心
$C_n(G)$	升中心链的第n项
G'	G的换位子群
$G^{(n)}$	G的第n个导来子群
$\mathrm{End}A$	A的自同态环
$\binom{n}{k}$	二项式系数
$\mathrm{char}R$	环R的特征
R^{op}	R的反环
(X)	由集合X生成的理想
(a)	由元素a生成的主理想
$S^{-1}R$	R对于S的分式环
R_p	R在p处的局部化
$R[x]$	R上的多项式环
$R[x_1,\cdots,x_n]$	R上n个未定元的多项式环
$R[[x]]$	R上形式幂级数环
$\deg f$	多项式f的次数
$C(f)$	多项式f的content.
$\mathrm{Hom}_R(A,B)$	全体R-模同态$A\to B$组成的集合
$\dim_D V$	D-向量空间V的维数
${}_RA_S$	R-S双重模
${}_RA,[A_R]$	左R-模[右R-模]
A^*	A的对偶模
$\langle a,f\rangle$	$f(a)$
δ_{ij}	Kronecker符号
$\mathscr{M}(A,B)$	$A\times B$上准线性映射范畴
$A\otimes_R B$	模A和B的张量积

$f\otimes g$	在张量积上的诱导映射
$\mathcal{O}_a$	a的零化理想
$[F:K]$	域F作为K-向量空间的维数
$K[u_1,\cdots,u_n]$	由K和$u_1,\cdots,u_n$生成的子环
$K[X]$	由K和X生成的子环
$K(u_1,\cdots,u_n)$	由K和u_1，…，u_n生成的子域
$K(X)$	由K和X生成的子域
$K(x_1,\cdots,x_n)$	n个未定元的有理函数域
$\mathrm{Aut}_K F$	F在K上的伽罗华群
Δ	多项式的判别式
F^{p^n}	$\{u^{p^n} \mid u\in F\}$，$\mathrm{char}F=p$
$[F:K]_s$	F在K上的可分次数
$[F:K]_i$	F在K上的不可分次数
$N_K{}^F(u)$	u的范
$T_K{}^F(u)$	u的迹
$g_n(x)$	第n阶分圆多项式
$\mathrm{tr.d.}F/K$	F在K上的超越次数
K^{1/p^n}	$\{u\in C \mid u^{p^n}\in K\}$
K^{1/p^∞}	$\{u\in C \mid$对某个$n\geqslant 0$，$u^{p^n}\in K\}$
I_n	n阶单位方阵
$\mathrm{Mat}_n R$	R上n阶方阵环
A^t	矩阵A的转置
A^{-1}	可逆方阵A的逆
A^a	方阵A的伴随方阵
$q_\phi(x), q_A(x)$	ϕ和A的极小多项式
$\mathrm{Tr}A$	方阵A的迹
$\mathrm{Rad}I$	理想I的根
$V(S)$	由S决定的仿射簇

$\mathscr{A}(B)$	B的左零化子
$r\circ a$	$r+a+ra$
$J(R)$	R的Jacobson根
$P(R)$	R的素根
$\mathrm{hom}(A,B)$	范畴$\mathscr{C}$中态射$A\to B$
$\mathrm{hom}_{\mathscr{C}}(A,B)$	全体组成的集合
h_A	协变hom函子
h^B	反变hom函子
$\mathscr{C}_T$	由$\mathscr{C}$和T形成的范畴
$0_{C,D}$	从C到D的零态射