

高等学校教学用书

材料力学

上册

朱城编著

高等教育出版社

高等学校教学用书



材 料 力 学

上 册

朱 城 編 著

高等教~~育~~出版社

本書基本上是根据我国高等工業学校材料力学教学大綱编写而成的，并經教育部同意作为高等工業学校教学参考書。

本書特別适合作为机械系、电机系各專業的教学参考書，也可供高等工業学校其他各系及工程技術人員参考之用。

本書的特点是：內容丰富，敘述詳尽，自成体系，与一般材料力学教本有所不同。

本書分上下册出版。上册共九章，闡述材料力学的基本概念、直杆的拉伸及压縮、剪切、应力状态理論、强度理論、扭轉、直杆的弯曲等等，并附有例題。

2PS2/1402

材 料 力 学

上 册

朱 城 編 著

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7号
(北京市書刊出版業營業許可証出字第054号)

京华印書局印刷 新华書店發行

統一書号15010·691 開本787×1092 1/16 印張21 2/8 字數661,000 印數0001—5,000
1958年8月第1版 1958年8月北京第1次印刷 定價(10) 2.60

序

編写本書的原定目标是作为高等工業学校材料力学課程的教学用書。

在編写本書时,編著者参照了苏联的教学大綱和我国前高等教育部頒發的教学大綱,并参考了苏联的各种主要教材和各种教学資料(習題集、指导書等)。編著者也参考了其他許多有关的著作和資料。

除去作为材料力学課程的教学用書外,本書也能供一般参考之用。

在初讀时如略去書中用小号字排印的部分,將不影响前后文的衔接和对于后面部分的了解。書中一些較繁复的例題用星号(*)标明。另外有些补充材料被写成为例題的形式,这种例題也冠以星号。

在本書的編写过程中,曾得到許多师友的鼓励和帮助。此外,各高等学校的許多教师和交通大学的許多同学曾对本書的部分初稿提出了宝贵的批評和意見。編著者謹在此向他們表示謝意。

編著者

上册目录

序iv

第一章 緒論·基本概念 1

- § 1. 緒論 1
- § 2. 关于变形体、載荷、变形和应力的概念 3
- § 3. 材料力学所研究的物体·材料力学的方法 12
- § 4. 材料力学發展概述 17

第二章 直杆的拉伸及压缩 20

- § 1. 等截面直杆受軸向拉伸和压缩时的应力和变形·虎克定律 20
- § 2. 受拉伸或压缩的杆件的計算·例题 29

第三章 拉伸和压缩时的强度 39

- § 1. 拉伸和压缩时材料机械性質的實驗研究 39
- § 2. 許用应力和安全系数的概念·在拉伸或压缩下杆件的强度計算——以許用应力为根据的强度計算·刚度計算 50
- § 3. 在重复应力下材料强度和構件强度的基本概念 57
- § 4. 高温对于金属性質的影响·蠕滑和松弛的概念 60

第四章 拉伸和压缩的靜不定問題 64

- § 1. 拉伸和压缩的靜不定系統 64
- § 2. 装配应力和变溫应力 70

第五章 剪切 76

- § 1. 切应力·剪变形·剪切虎克定律 76
- § 2. 純剪切·純剪切状态的研究 79
- § 3. 剪切的实用計算 83

第六章 应力状态理論 91

- § 1. 一点上的应力状态——概論 91
- § 2. 一点上应力状态的分析——二向应力状态的分析·三向应力状态概論·最大切应力 98
- § 3. 三向和二向应力状态下的相对变形及广义虎克定律·体积变形·彈性比能 108
- § 4. 应力的实验測定 114

第七章 强度理論 125

- § 1. 关于强度理論的一般討論 125
- § 2. 几种主要的强度理論 128
- § 3. 各种强度理論的批判·达維端可夫-弗里特曼联合强度理論的概述 139
- § 4. 强度理論的应用——在一般应力状态下構件的强度計算 144

第八章 扭轉 148

- § 1. 等圓截面直杆的扭轉 148
- § 2. 圓杆的扭轉試驗 155
- § 3. 受扭轉的圓軸的計算·圓軸的扭轉强度計算和刚度計算 156

- § 4. 非圓截面杆扭轉理論的主要結果·类似方法的概念 163
- § 5. 密圈螺旋彈簧的計算 168

第九章 平面圖形的几何性質 174

- § 1. 基本定义和一般討論 174
- § 2. 軸慣性矩·慣性积的計算·平行軸公式 178
- § 3. 坐标軸轉动时平面圖形慣性矩和慣性积的变动——轉軸公式·主慣性軸和主慣性矩 185
- § 4. 确定具有不規則形狀平面圖形之几何性質的近似法 191

第十章 直杆的弯曲 194

- § 1. 直杆弯曲的一般討論 194

一、梁橫截面上內力因素的确定——切力和弯矩 199

- § 2. 切力和弯矩·切力圖和弯矩圖 199
- § 3. 弯矩圖和切力圖的圖解作法 210

二、簡單平面弯曲时梁內的应力 213

- § 4. 梁內由于弯矩所引起的正应力和梁軸的弯曲变形——簡單弯曲理論 213
- § 5. 梁內由于切力所引起的切应力 224
- § 6. 弯曲时梁內的应力状态·梁的变形能 231

三、梁的靜力强度計算——以許用应力为根据的强度計算 236

- § 7. 梁的靜力强度計算——以許用应力为根据的强度計算 236
- § 8. 变截面梁、等强度梁、組合梁和异料組合梁的計算 244

四、梁的变形計算和刚度計算 252

- § 9. 平面弯曲时变形的計算——挠度和彈性曲綫的确定 252
- § 10. 彈性曲綫微分方程式的积分——确定弯曲变形的分析法 255
- § 11. 圖解分析法·圖解法 271
- § 12. 梁的刚度計算 279

五、靜不定梁 281

- § 13. 簡單的靜不定梁及其解法 281
- § 14. 連續梁——三弯矩方程式及其应用 288

六、直梁弯曲的一般情况——斜弯曲·弯曲中心 298

- § 15. 斜弯曲 298
- § 16. 不对称截面梁的弯曲——弯曲中心 305

七、在連續彈性基础上的梁的概述 314

- § 17. 在連續彈性基础上的梁 314
- § 18. 克雷洛夫法(初参数法) 326

附录 I. 普通輓鋼規格 332

498704

第一章 緒論·基本概念

§1. 緒論

材料力學是研究結構零件(即構件)承擔載荷之能力的科學。它的基本任務是要使技術人員能在材料力學所提供的理論知識和計算方法的基礎上,為工程結構和機械的各種簡單構件選擇適當的材料和截面尺寸,以獲得既安全又經濟的設計。

最大的安全性和最大的經濟性是任何工程設計所必須滿足的兩個最基本的要求。這兩個要求通常是彼此矛盾的。要增加完全性,就需要使用優良的材料和較大的截面尺寸,這導致成本和材料消耗的增加。反之,最大經濟性則恰恰與之相反,它要求盡量減低成本和節約材料。為了更能合理地解決這一矛盾,首先必須知道各種材料和構件在不同工作情況下的承擔能力。因此材料力學一方面提供了初步解決這一矛盾的理論基礎,而另一方面,這一矛盾也就成為促使材料力學發展的一個重要的推動力。

當機械和結構在工作或運用時,它的每個構件都將受到從相鄰構件或其他物體傳遞來的外力的作用。作用在構件上的這些外力,通常叫做載荷。在外力或載荷的作用下,構件將要發生一定程度的形狀和大小的變化,亦即產生變形;同時在構件內部產生出反抗外來載荷的內力。實驗證明,變形和內力隨着載荷的增加而增大,而如果載荷不斷增加而到達某一數值時,則構件就會以不同的形式發生損壞。為了確保機械或結構的安全運用,各個構件必須具有足夠的承受載荷的能力,也就是說,構件必須能在一定的工作條件下,能安全地承受其所應該負擔的載荷,而不發生斷裂,不允許的變形,或者其他任何足以破壞機械或結構之正常運用的情況,而且也必須能保證所要求的使用期限。不僅如此,為了獲得最經濟的設計,我們還需要更進一步地要求構件不僅僅是具有足夠的承擔能力,並且是具有恰好所需的承擔能力,這樣方能滿足既安全又經濟這兩個基本條件。

在一定的工作條件和已知類型載荷的作用下,構件的承擔能力主要的是由製造構件所用材料的機械性質和構件之幾何形狀和尺寸決定的。

在材料力學中,我們將研究下列的基本問題:

1) 通過理論分析來研究各種構件在受到不同類型的載荷作用時所產生的內力和變形;這一部分通常稱為材料力學的理論部分。它的主要內容是建立起計算構件在載荷作用下所產生的變形、內力和內力分布情況的各種理論計算方法和公式。這些計算公式提供了設計所需的關於載荷、構件的幾何尺寸和所產生的內力、變形之間的關係。

2) 以實驗方法研究材料的機械性質,以及構件在各種載荷作用下發生損壞的現象。對於材料機械性質的研究是將該材料製成一定形狀大小的試件而後進行試驗。材料最主要的機械性質之一就是材料的強度,即材料抵抗外力作用而不受損壞的能力。

3) 根据具体的工作条件和要求,应用上面兩部分所提供的計算方法和数据来决定所需構件的安全和經濟的截面尺寸;或者对于已經設計好的材料已定尺寸已知道的構件,校核其是否适用是否具有足够的承載能力,或决定其可以安全承担的最大載荷。

在材料力学中理論、实验和工程实践三者之間是極端紧密地連系着的;事实上这門科学是直接建立在实验和工程实践的基础之上的。不但关于材料的机械性質、構件的破坏現象等等的數據,必須在實驗室中取得,而即使是在材料力学的理論部分中,所有的分析和計算方法也都建立在以实验为依据的一系列的假設上的。材料力学中的計算,一般都帶有近似的意义,并且有一定的应用範圍,但材料力学計算的准确性和可靠性,都是由实验和过去的实践予以証实的。这里應該指出,材料力学中任何新的理論分析和計算方法,都必須經实验和实践的証实以后,方始可以認為确实可信。

在进行構件的設計計算时,除了上述的安全和經濟这二种基本要求外,在各别的場合下每每还需要滿足各种特殊的要求,例如在設計飞机和航空引擎的構件时重量必須最輕等。有时候这一类的特殊要求,可能是在選擇構件的材料、形狀和尺寸时,應該首先考虑的最主要的因素。工程技术和工業生产的發展,常常給材料力学提出了以前不曾遇見过的新的命題和新的要求,或者显示了旧有理論和計算方法的不足,这种情况正是促使材料力学不断进展的因素。例如近年来机械制造工業在減輕重量,提高速度,提高溫度,以及增加动力容量等等方面的趨勢,就是这种情况。

根据以上的說明,机械制造工業和一般工程的进展与材料力学的發展之間的关系是很显然的。我們知道,生产技术的發展直接决定了技术科学的發展,而反过来,技术科学的發展又推动了生产技术的进一步的發展。机械制造業和一般工程的發展与材料力学之間的关系,基本上也大致如此,即机械制造業的不断的进展促成了材料力学这一科学的建立以及它的不断的进步,而材料力学的發展也在一定的程度上对于机械制造業和一般工程的發展起了一定的推动作用。

我們可以相信,人类在劳动中一开始制造工具的时候,同时也就开始了关于材料力学方面的感性知識的累积。但是其有系統發展的开端,根据記載,則可以推至十七世紀的前半期,即为意大利科学家伽利略开始对于梁及其他杆件的承載能力作初步研究的时候。这时正当商業資本和国际航运以及采矿冶金工業开始扩展,在生产技术方面出現的許多急待解决的新問題,就是促成此項研究的动力。其后,材料力学便随着建筑工業和机械制造工業的發展以及生产技术的进步而逐漸發展起来。三百多年来通过許多科学家、学者和工程师的辛勤劳动,材料力学才發展成为一門具有重要实用意义的广博的技术科学。

在材料力学的發展过程中,俄国和苏联学者曾作了重要的貢獻。在十八世紀,彼得堡科学院院士 Л. 欧拉提出的关于压杆穩定的理論是材料力学的重要基石之一。在十九世紀和本世紀中,許多俄国和苏联学者和工程师在材料力学及有关的問題方面进行了重要的工作并得到了輝煌的成就。尤其在偉大的十月革命以后,苏联进行了空前未有的工業建設工作,这就使材料力学和与之有关的科学部門(如彈性理論,塑性理論,結構力学等)得到了突飞猛进的發展。苏联学者在这方面的杰出成就已經使苏联在这一科学領域中居于世界的領導地位。特別值得提出的是关于

薄壁杆件和薄壳的研究, 关于結構稳定性, 塑性理論, 材料的疲乏强度和接触强度等等方面的成就。这些成就, 不仅表明了苏联科学水平和技术水平的不断提高, 同时也显示了材料力学的研究工作对于社会主义建設事業所作的具体貢獻。

目前, 我們祖国方在进行大規模的工業建設, 苏联学者在材料力学方面所作的辛勤劳动及其巨大成就, 正是我們學習的榜样和目标。

材料力学是以一般基础課程, 特别是屬於理論学科的理论力学和高等数学作为基础的, 因为在材料力学中我們要用理論力学的定律、原理和方法以及相当成熟的数学工具来进行分析和計算。材料力学同时又是許多后学的基础技术課程和專業課程, 特别是机械零件和各种專業設計課程的基础, 以及导引到这些課程的重要桥梁; 因为材料力学不但提供了各种設計課程所必需的关于構件計算和材料性質的基础知識和計算方法, 并且材料力学更以許多比較簡單的具体实例, 初步說明了怎样根据实验数据和实际經驗, 应用科学的研究方法来分析和解决实际工程問題的步驟和方法。在这里所学到的研究方法和解决实际問題的能力, 对于以后專業課的學習甚至对于將来的工作都將具有重要的意义。

§ 2. 关于变形体、载荷、变形和应力的概念

1. 外力对于变形体的作用 根据观察和实验的結果, 我們知道任何固体在外力的作用之下, 均將产生一定程度的形状和尺寸的变化, 即产生变形, 并使物体內部發生抵抗外力作用的內力, 同时当外力足够巨大时, 物体一般將会發生破坏。研究物体因外力作用而引起的变形和內力及其破坏現象, 乃是材料力学的主要內容之一。材料力学所处理的固体, 因此都是能够發生变形的变形体。这一点显然与理論力学稍有不同, 因为在理論力学尤其在靜力学中, 通常都假設物体是不能变形的絕對剛体。

因外力作用而引起的物体的变形, 如果在外力移去后就能完全消失, 而使物体恢复原有的形状和尺寸, 則这种变形叫做彈性变形。这种在外力移去后能完全恢复原有形状尺寸的性質叫做彈性; 具有这种性質的物体叫做彈性体。在外力移去后不能消失的变形部分, 称做殘余变形或永久变形, 也叫做塑性变形。

材料在外力作用下能够發生較大的永久变形或塑性变形而不致断裂的这种性質, 通常叫做材料的塑性。在工程上, 材料的塑性一般是以試件在逐漸增加的靜載荷下临断裂时或断裂之前所产生的最大塑性变形来量度的。塑性优良的物体材料常称之为塑性体或塑性材料。按照材料在断裂前能否产生較大殘余变形这一現象, 習慣上我們常將工業上的主要建筑材料区分为塑性材料和脆性材料兩类, 前者包括各种鋼和鋼材, 重要的有色金屬及其合金等, 后者則包括普通鑄鉄、水泥等。这种分类法严格地說起来是稍嫌籠統的, 但应用得却很广泛。关于这一点, 我們留到第三章中再来討論。

在自然界中並沒有完全的彈性体。但是实验証明, 許多重要的工程材料像鋼、各种合金、木材等材料, 在作用外力不超过某些范围时, 其性質很近于完全彈性体。因此在一定的、由实验定出的載荷范围, 即所謂彈性范围之內, 这些材料可以当作彈性体处理。对于塑性材料, 当載荷

超过弹性范围以后，便进入塑性范围。这时候，在载荷作用下所出现的变形，是由弹性变形和塑性变形两个部分合成的。材料的弹性和塑性是机械制造和建筑工业中所用材料的极重要的性质。

我们把物体在外力作用下所发生的变形，分成为小变形和大变形两种情况。在变形体或构件因外力作用而发生变形后，如果其形状尺寸与原来的形状尺寸比起来基本上并無任何显著改变，这样的变形情况就称为小变形。反之，则称为大变形。材料力学处理的仅以小变形情况为限。因为实际承载构件在工作载荷的作用下所产生的变形情况，一般均在弹性范围内，其变形是很微小的；在某种情况下，构件局部进入塑性范围虽然是许可的，但其变形一般也是不大的。只有少数特殊材料如橡胶等才可能发生大变形，此外在各种工艺性的金属塑性变形过程中，如金属的锻造，轧制等，可以出现很大的变形，但这问题的研究，通常不属于材料力学的范围。

前面已经一再提及在变形体内由于外力作用伴随着变形而发生的内力。在材料力学中所研究的这种在材料内部各部分之间互相作用的内力，系指因外力的作用，或者与外力作用相似的影响（如由于温度变化）所引起的那一部分附加内力。我们知道在固体的原子之间，原本就有巨大的原子内力相互作用着。但在材料力学中一般不讨论这种原子内力，而只研究附加内力。在外力作用下发生的附加内力，是为了抗拒外力的变形作用和保持变形体的完整不使其在达到破坏阶段之前被外力破坏而产生的。附加内力也就是在外力移去后使材料的弹性变形部分能够自动消失的原因；因此与弹性变形部分相当的附加内力，有时也叫弹性内力或弹性力。如果将受到外力作用而处于平衡状态下的变形体，用通过一个截面的方法切割下一部分来，则留下部分对于割下部分作用在截面上的附加内力，将恰好使被割下的部分保持平衡。

2. 关于变形体的基本假设 材料力学的主要任务之一是要建立起对于性质不同的大多数重要工程材料都能适用的，关于计算构件受力状态的理论和办法。为了使我們可能采用理论办法来进行分析和研究，并得到一般性的结论，则根据材料的实际性质、经过了适当的理想化和抽象化，而后提出一系列的关于变形体共同性质的假设，以作为进行理论分析的基础，这是完全必要的。下面是通常在材料力学中采用的关于变形体的基本假设：

1) 假设变形体即材料是均匀连续（密实）的，亦即假设材料具有均匀性和连续性。

2) 假设材料是各向同性的，即假设材料在各方向都具有相同的机械性质（特别指其弹性）；凡不是各向同性的材料，叫做各向异性的材料，这种材料在不同方向具有不同的性质；材料力学一般不处理这样的问题。

3) 假设材料的变形都是小变形，即变形时材料各部分之形状尺寸与原有形状尺寸相比较时并無显著可见的改变。

4) 关于在材料内的附加内力与变形之间关系的假设：在材料力学中，一般都假设材料是遵守虎克定律的弹性体，所谓虎克定律就是表明材料内部单位面积上的附加内力（即应力）与变形成正比关系的定律；在处理某些特殊的问题，例如当塑性材料的受力状态已经越出弹性范围而进入塑性范围时，以及研究材料在高温下的性能等问题中，当虎克定律不再适用时，则就另外根据实验数据和实际情况，引用其他适当的假设。

上面所述关于材料的均匀性和連續性、各向同性、小变形以及虎克定律这四点材料力学中对于材料性質所作的四个最基本的假設。它們是根据各种常用材料在一般情况下的实际性質加以抽象化以后得出的概念。严格的說，这些假設不一定能够与其在适用范围内的所有各种实际情况都相符合。但是它們的适用性与准确性，却是由据此而得出的理論結果在工程实践中的适用性和准确性来証实的。現在將这些假設略加說明如次。

首先来談談关于均匀性与連續性的假設。严格的說起来，無論是屬於結晶体或非晶体性質的真正物体都既非完全均匀、也不是真正連續無隙的。近代关于物質構造的理論告訴我們，如果考虑到組成物質的原子或分子之間的距离时，則材料是不連續的。可是就均匀性而言，对于金屬材料，从实用的观点来看其性質事实上都可認為是均匀的（鑄鐵稍差）；对于木材、磚石等建筑材料，其均匀性稍差，这一假設仅能作为初步的近似。就連續性而言，对于金屬材料及其他堅实的材料，由于材料力学所研究的，是發生在大的物体內的現象，即物体的大小与原子或分子的大小比起来几乎是很大的，这时把它們当作連續介質看待是完全可以容許的。

其次是关于各向同性的假設。我們知道結晶体的性質是明显地具有方向性的，因此如果金屬是單晶体的，它的性質將具有显著的方向性。但是常用的金屬材料一般都是顆粒微小的多晶体物体，而材料力学所处理的物体却远大于晶粒，所以各向同性的假設基本上合乎实用。軋制的金屬材料如鋼材等其机械性質是具有方向性的，但是在研究这些材料的变形和內力时，通常却完全可以当作是各向同性体来处理的。均匀的非晶体一般是各向同性的。有些材料只在其纖維的一定方向上才有相同的机械性質，这称为單向同性体。各种軋制的金屬材料如鋼材、鋼絲等以及木紋齐整的木材、竹材都屬於这一类材料。材料力学的結果通常也可以近似地用来計算其他的單向同性材料，如木材、竹材等。

关于小变形問題已經在上文（§ 2-1）中說明了。在这里我們要指出这一基本假設的重要意义。根据这一假設，我們可以不必計及变形对于力之作用的影响，即在計算中，可不計因变形而产生的力的作用点的移动。这不仅大大地簡化了材料力学的計算，同时也为在材料力学的許多問題中施用疊加原理（即力的独立作用原理）提供了一个初步的基础。

表示材料內部單位面积上的附加內力（即应力）与变形之間綫性关系的虎克定律是一个得自实验的定律。实验証明許多常用材料（如鋼）在一定的范围即彈性范围之內，都很好地遵守虎克定律；还有些材料（如鑄鐵）則可以近似地采用虎克定律。在特殊情况下当虎克定律不适用时（如研究塑性变形时）所采用的关于应力和变形的关系，也总是以实验为基础的。虎克定律在这一学科中是相当重要的，我們在以后还要一再加以詳細討論。

除了上述各項关于材料性質方面的基本假設以外，材料力学在研究構件的各种受力状态时，通常还采用一些关于变形的几何形态的簡化假設，作为解題的基础和出發点。就是由于这种关于構件变形的全以实验观察为依据的假設，才使我們可能在材料力学中应用比較簡化的步驟而得出形式簡單但切合实用的結果。这种假設同时也表現为材料力学解題方法之不同于彈性理論方法的特点，因为彈性理論是不以这种关于变形的假設作为解題的基础，而系应用較普遍、較精确的方法，来求解彈性体因外力作用所發生的变形和应力这种問題。这一类的假設也要留在以

后討論。

有了上述的基本假設后我們就可以对于材料力学中的两个最基本的概念，即关于变形和关于应力的概念作进一步的討論。

3. 位移和变形的概念 在討論变形之前，我們先簡略地說明一下位移的概念。位移和变形都是几何性的概念，位移和变形的研究因此也是几何性的研究。

当原来处于平衡状态的物体在外力作用下因变形而改換到某一新的平衡位置时，物体各部分就發生不同的位移，即位置的改变。这里所用的位移的概念与理論力学中所述的完全相同。但是材料力学中我們通常假設物体都受到足够的支持或拘束，因此物体只有在产生变形时才能發生位移，而不能像刚体一样地改变其位置。物体的位置改变可以用綫位移和角位移来表明：綫位移表示一个点的位置改变，等于从点的原位置到新位置所作的連綫；角位移則表示一个綫段或平面在位置改变时所轉过的角度。注意綫位移是对于一点而言的；而角位移則是对于一个綫段或平面而言的。例如在圖 1-1 中，当一端固定的杆由于作用在杆端 A 点处的外力而在画面平面內

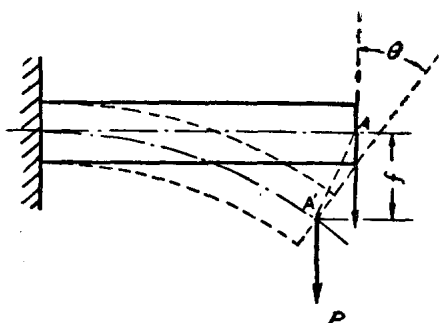


圖 1-1. 位移的概念：A 点的綫位移 AA' 和頂端截面的角位移 θ 。

發生如圖所示的变形时，杆端的 A 点的位移为 AA' ，而杆端平面的角位移則为 θ （在圖 1-1 中，为了清晰起見，变形已被大大地跨張了）。綫位移是一个向量，它在任一已知方向上的投影就叫做該点在該已知方向上的位移，例如在圖 1-1 中，A 点在鉛直方向亦即 P 力方向上的位移等于 f （具有一定数值的角位移，从理論力学中我們知道，不是一个向量）。綫位移具有長度的單位，在材料力学中通常以公分或公厘表示。角位移則以弧度表示，亦可化成普通度数。

接下来，我們来研究物体在外力作用下所發生的变形。变形的普通意义系指整个物体及其各部分在外力下所引起的几何形状和尺寸的变化。为了要能够准确地以确实的数值来量度不同形状的物体在不同內力作用下，其內部各处所發生的变形的情况和大小，我們必須研究物体內部各点上的变形，这就相当于把物体分成無數的微小的單元体（例如正六面体），而后来研究它們的变形。基本假設中关于連續性均匀性和小变形的假設，是这里所用的研究变形方法的依据。

一点上的变形只有两种基本形式，即綫变形和角变形。

在物体內的 A 点沿某一定向，如沿 x 軸的方向，取一短綫段 $\overline{AB}$ ，令其未变形前的長度为 Δx 。如果在变形以后，綫段長度發生了数值等于 Δu 的改变——伸長或縮短（見圖 1-2）——則 Δu 就是綫段 $\overline{AB}$ 的綫变形，通常称为絕對伸長（如 Δu 为正）或絕對縮短（如 Δu 为負）。如果在 AB 段上各点的变形是均等的，則比值

$$s = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-1)$$

代表 AB 段上每單位長度內的伸長或縮短，称为相對伸長或相對縮短。如果物体內各点上的变形是逐点改变的，則在 A 点上沿 x 方向的相对变形就是当 Δx 趋近于零时比值 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 的極限值，即

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}, \quad (1-2)$$

这就是 A 点上沿 x 方向的相对綫变形。注意 ε 必須相对于某一定向而言。在一般情况下, 对于不同的方向, 相对綫变形的大小也是不同的。

試在 A 点任意取一对在未变形时互相垂直的極短綫段 dx 和 dy (見圖 1-3 甲)。如果物体的变形使这一对綫段之間的角度改变了一个小角 γ (由于綫段極短, 变形后仍旧可以認為是直綫), 則 γ 就是 A 点相对于 $x-y$ 方向的角变形, 或剪变形。角变形 γ 也可表示成为两个長度之比的形式。取微小的矩形 $abcd$ 如圖 1-3(乙)所示, 当矩形因变形而成为平行四边形 $a'b'c'd'$ 后, 若不計綫变形 (綫变形和角变形可分別計算), 并使 $a'd'$ 边和 ad 边重合如圖中所示 (由于我們所要研究的只是自 $abcd$ 改变为 $a'b'c'd'$ 时所發生的变形, 这样做是允許的), 則在小变形的条件下, 角变形为

$$\gamma = \frac{ds}{dx}, \quad (1-3)$$

ds 和 dx 的意义見圖 1-3 乙。注意 γ 必須相对于某一对垂直方向而言。

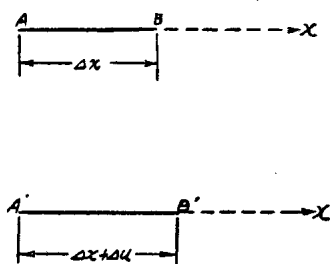


圖 1-2. 綫段的綫变形——絕對伸長或縮短。

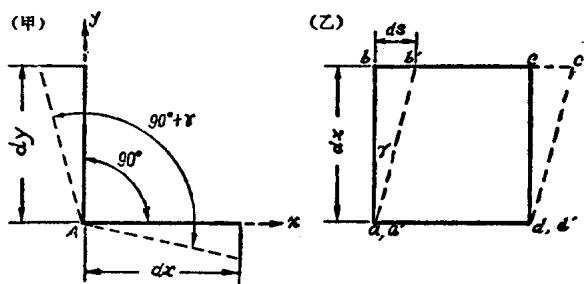


圖 1-3. 角变形或剪变形。

物体的变形就是以其各点上沿不同方向的相对綫变形 ε 和角变形 γ 来确定的。一点上的变形是一个复杂的現象, 因此表示一点上变形的物理量也是复杂的量。通常要完全确定各向同性体内一点上的变形, 則必須知道通过这一点的三个相互垂直之方向上的相对綫变形, 和这些方向之間的角变形。不过在材料力学中, 所要研究的通常仅以某一指定方向的变形为主。

在变形时, 物体的体积也改变了。一点上的体积改变是用該点处的單位体积改变, 或体积变形表示的。于該点处取体积为 dV 的單元体, 假設其改变为 dv , 則比值 $\frac{dv}{dV}$ 就是單位体积变形。單位体积变形是一个純数, 它可以相对綫变形定出。

相对綫变形 ε 和角变形 γ 均是無因次的純数, γ 用弧度表示。式(1-2)和(1-3)都只能在小变形的条件下适用。我們假設 ε 和 γ 之值都远小于 1, 因此 ε 和 γ 与 1 相較时可以略去不計。在事实上, 实际構件在彈性範圍内工作时, ε 和 γ 的最大值通常很少超过甚至很少到达千分之几的。

綫变形 ε 和角变形 γ 虽然随方向而变, 但却絕不是向量, 因此不能当作綫位移向量那样来处理。

4. 截面法。应力的概念 要研究变形体内部的附加內力, 我們采用截面法。

在材料力学中,通常假定物体在变形之前及变形之后,都处于平衡状态之下。这一假定对于所研究问题的普遍性并无限制,因为按照理论力学中的达伦培尔原理,只要把各质点的惯性力同时计入,则任何在运动中的机械系统,都可以有条件地作为静力学中的平衡问题来处理。如果整个物体处在平衡状态下,则物体的任一部分亦必须处于静平衡状态下。这就是截面法的基础。

取一个在外力系作用下处于静平衡状态的物体(见图 1-4 甲)。假想地作截面把物体分开为

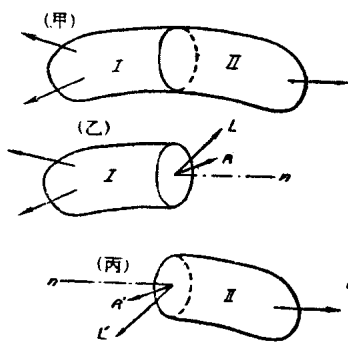


圖 1-4. 截面法——确定变形体内任一截面上附加内力的方法。

I 及 II 两部分,部分 I 和 II 本身现在也处于静平衡状态。现在单独来考虑部分 I。为了使部分 I 在切开后仍旧保持平衡,则在其截面上必须作用着恰好能与作用在部分 I 上诸外力相平衡的力系,这当然也就是在切开时用部分 II 对部分 I 通过截面所作用的为抵抗外力而产生的力,因此就是所谓的附加内力。显然,部分 I 通过截面作用在部分 II 上的附加内力,必须就等于部分 II 通过截面作用在部分 I 上的附加内力(作用与反作用定律)。

附加内力是以一定的规律分布在整個截面上的。当作用于部分 I (或部分 II) 上的外力已知时,那末只要应用力系的平衡条件,就可以求得作用在截面上的分布内力之和。但内力的分布情况,却不能仅用平衡条件求得。截面上的内力之和,一般可以向截面上的一点,例如重心 C 点,简化成一个力和一个力矩,这就是分布内力系向该点简化所得的主向量和主力矩;它们通常可能具有不同的任意方向。根据平衡条件,代表内力和的这一个力和力矩将和作用在被截面切下的那一部分物体上的外力系向同一点简化所得的主向量和主力矩相等,但方向则恰恰相反。因此,在决定截面上的内力和时,只须将位于截面一边的所有的外力,向截面的重心简化,然后把所得的主向量和主力矩(或其分量)倒转方向,就能得到正确的结果。

在这里我们要指出,虽然在确定截面上的内力(和以后确定支座的支反力)时,可根据静平衡条件和硬化原理^①,我们总是可以将变形体当作刚体一样进行静力学计算,但是除此以外,却绝不许将静力学中适用于绝对刚体的力之可传性原理以及以任意相当力系代替原有力系的方法,在材料力学中任意滥用。因为如果把作用在一个工程结构或一个构件上的诸外力,任意应用力的可传性原理改变其作用点,或者任意代之以另一静力相当力系,则显而易见,结构或构件在这些情况下所产生的变形和内力,与原有情况亦即实际情况将有可能完全不同。

取截面而后应用平衡条件确定截面上内力(即内力和)的方法,就叫截面法。这是材料力学中应用得很广泛和很基本的方法。

要确定截面上内力分布的情况,首先要有能够定量地表示内力分布的方法,这便需要引用一点上的应力这一重要观念。

通过受外力作用的变形体之某一点 A 作截面,把物体分为两部分,然后移去其一(见图 1-5

① 参阅伏龙科夫著理论力学教程上册(中译本已由高等教育出版社出版)第一章 §3 静力学基本定义及公理。

甲)。由于材料是均匀連續的,內力在截面上也一定是連續地分布着的,但不一定均匀分布,即截面上各点处的內力,可能是逐点变化的。在 A 点附近的截面取以 A 点为中心的小面积 ΔF 。当所取的面积足够小时,分布在 ΔF 內各点上的內力之方向和大小將大致近乎是相同和相等的,因此如果用一个力 ΔP 代 ΔF 上內力的合力,則 ΔP 將作用在 A 点上或在其附近处,而其方向基本上可以代表 ΔF 上分布內力的方向。 ΔP 力是一个向量,假設其与 ΔF 的法綫 n 成 α 角。于是表示在 ΔF 上每單位面积內之內力平均值的比值

$$p_{\text{均}} = \frac{\Delta P}{\Delta F} \quad (1-4)$$

就叫做 ΔF 上的平均应力。 ΔF 上的平均应力 $p_{\text{均}}$ 是有方向的,其方向与 ΔP 相同。把 ΔP 分成沿法綫 n 和沿截面 ΔF 的两个分量,即法向分量 ΔN 和切向分量 ΔT , 那末比值

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{均}} &= \frac{\Delta N}{\Delta F} = p_{\text{均}} \cos \alpha, \\ \tau_{\text{均}} &= \frac{\Delta T}{\Delta F} = p_{\text{均}} \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

表示平均应力 $p_{\text{均}}$ 的法向分量和切向分量; $\sigma_{\text{均}}$ 叫做 ΔF 上的平均正应力(或平均法向应力), $\tau_{\text{均}}$ 叫做 ΔF 上的平均切应力(或平均切向应力)。自上式,可見

$$p_{\text{均}}^2 = \sigma_{\text{均}}^2 + \tau_{\text{均}}^2.$$

为了确定在已知截面上 A 点上附加內力的分布情况可使包含 A 点在内的小面积 ΔF 趋近于零,于是 $\frac{\Delta P}{\Delta F}$ 的極限值

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}, \quad (1-6)$$

就表示在这一截面的 A 点处附加內力的集度。 p 叫做在已知截面上 A 点处的全应力。 p 是有方向的,其方向就是当 $\Delta F \rightarrow 0$ 时,內力素 ΔP 的向量之極限方向(見圖 1-5 乙)。比值 $\frac{\Delta N}{\Delta F}$ 和 $\frac{\Delta T}{\Delta F}$ 的極限值

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{dN}{dF}, \\ \tau &= \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{dT}{dF}. \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

依次地叫做在已知截面上 A 点处的正应力(或法向应力)和切应力(或切向应力,有时也称为剪应力)。正应力 σ 和切应力 τ 依次地表示在已知截面上 A 点处垂直于截面和平行于截面的附加內力的集度。 σ 和 τ 亦就是全应力 p 在沿法綫方向和沿截面方向的分量,即按圖 1-5 乙可得

$$\sigma = p \cos \beta, \quad \tau = p \sin \beta, \quad (1-8)$$

而 p, σ, τ 之間具有下列关系

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2. \quad (1-9)$$

通常我們把作用在某一已知截面上一点处的应力用矢来代表,如圖 1-5 乙中所示,在这一已知截

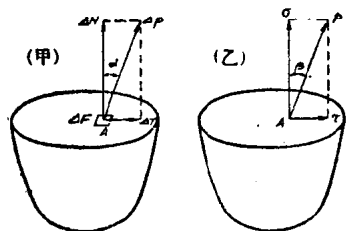


圖 1-5. 截面一点上的应力——全应力 p , 正应力 σ , 切应力 τ 。

面上，可以按照向量的規律把應力加以分解或合成。正應力即法向應力按其指离或指向截面而称为拉應力或壓應力，前者的符号为正，后者为負。关于切應力的正負則在以后再予規定。

如要确定某一已知截面上所有各点处的附加內力及其分布情况，只須決定出截面上各点处的正應力 σ 和切應力 τ （包含大小和方向）就足够了。因此應力就是度量附加內力作用的尺度。

應力所表示的是每單位面积上的內力之值，其因次为[力]/[面积]；在材料力学所用單位为公斤/公分²，或公斤/公厘²；偶而也用吨/公尺²。

在說明某一点上的應力，即正應力和切應力时，同时必須要指明應力所在的截面方向（一般以法綫 n 表示截面的方向，称之为法綫为 n 的截面）。通过同一点可以作無數的不同截面，而同一点处这些不同截面上的應力 σ 和 τ 之值是各各不同的。一点处的應力（即一点上的應力状态），因此像一点处上的变形一样，是一个复杂的物理量。表明一点上之應力的这一物理量，不能当作是一个向量。要完全确定一点上的應力状态，一般必須知道通过这一点的三个互相垂直的截面上的應力数据。但是在材料力学所处理的許多簡單問題中，有时常常只需決定出某一截面上的應力就足够了。关于應力状态的理論，我們在以后还要專章来作較詳細的討論。

5. 外力(或載荷)及其分类 作用于物体或構件上的外力(或載荷)几乎可以說是材料力学中一切問題的起源^①。各种不同的机械和結構在不同的运用情况下，其構件所受到的实际載荷是形形色色、种类繁多的。因此在作理論研究时，有必要按照实际的情况將外力化成一些典型的类型，并加以适当的分类。

在这里，我們采用两种方法来把外力或載荷分类，第一是按照外力作用的形式分类，第二是按照載荷作用的性質分类。

按照作用的形式，外力可以分为体积力和表面力两种。物体自身的重量和因运动而获得的慣性力屬於体积力。体积力的因次是[力]/[体积]，單位可用公斤/公分³，或其他的相当單位表示。表面力是其他物体或介質作用于所研究物体表面的力。表面力又可分成为分布力和集中力两种。分布力或分布載荷一般是均匀或不均匀地連續作用在物体表面上的力，例如流体的压力等等，可用每單位面积上的力来量計，單位为公斤/公分²，或吨/公尺²。在材料力学中也常常会遇到沿構件的某段長度均匀或不均匀地連續分布的載荷，这种分布載荷用每單位長度的力量計，其單位为公斤/公分或吨/公尺。如果外力分布面积的尺寸与整个構件的尺寸比起来显然很小，那末这个外力就可以当作是集中在一点上的一个集中力。集中力的概念是为了簡化計算而提出的，这样的簡化一般不会引起显著誤差。集中力以公斤或吨作为單位。此外我們將常用到以力矩亦即力偶表示的外力，这可以認為是集中力的特例，其單位为公斤·公分或公斤·公尺。

按照載荷作用的性質，通常可將載荷分为靜載荷和动力載荷两大类。

加在構件上的載荷，如果在其作用期間不随時間变动，或者仅作很慢、不必計及动力作用并次数不多的变动，同时施加载荷时是逐漸自零增加到最大值，而移去載荷时也是逐漸自最大值减到零，則这种載荷叫做靜載荷。組成靜載荷的外力因此是常数，或者可以当作是常数。受到靜載

① 由于溫度变化而使構件發生的变形和應力是例外。

荷作用的構件,可認為始終处于靜平衡狀態之下,其各点的加速度为零或小到可略去不計。靜載荷所引起的应力叫做靜应力。

靜載荷又可按照其作用点是否可移动而分为不动靜載荷和可動靜載荷两种。一列以低速度通过桥梁的列車,就是可動靜載荷的例子。

凡是能引起显著动力作用,即能使構件各部分产生显著加速度的載荷,或者因动力作用所产生的載荷如慣性力,都称为动力載荷。动力載荷主要的又可以分为兩类,其一为重复載荷,另一为冲击載荷和突加载荷。

重复載荷是周期性地重复很多次数(次数达到数十万次以上)的載荷。在这种載荷下,構件的应力也將周期地作同样多次数的循环变化,这种应力叫做重复应力。受到循环变化外力作用的構件,如蒸汽机或內燃机的連杆,以及因周期性外力而引起穩态强制振动的構件,均將發生重复应力。对于机械制造业重复載荷所引起的重复应力具有特殊的重要性。

用一个物体以一定的速度向構件所作的冲击,例如錘子的錘打,就是冲击載荷的典型例子。在冲击載荷下,構件各部分的速度將發生一个突变,即在很短的时间間隔內發生定值的速度改变。受到冲击載荷后,構件一般將發生瞬态振动。冲击載荷与靜載荷是完全不同的;靜載荷是作用在構件上的一个定值的力或力系,而冲击載荷則系傳遞給構件的一定数值的能量。突然施加而不是逐漸施加到構件上的載荷,叫做突加载荷。突加载荷通常可以当作是冲击載荷的一个特例。

作穩态运动的構件上所受到的慣性力,例如等速轉动圓盤上的慣性力載荷,也屬於动力載荷之列。但这种載荷的性質基本上与靜載荷都完全相同。

有时我們采用常載荷和变載荷的名称,前者指不随時間变化的載荷(如靜載荷),后者則指随時間而变化的載荷(通常特別指重复載荷)。此外,也还有將載荷用其他方法分类的,例如分为永久載荷(永久存在的載荷,如結構的重量)和暫時載荷(暫時施加的載荷)。

載荷的性質对于材料的强度以及構件的承載能力具有直接的影响。在不同性質載荷的作用下,确定構件內之应力和变形的的方法也是很不相同的。因此在研究材料的性質和構件的承載能力时,應該按不同性質的載荷分別进行。構件在工作情況下实际受到的載荷,有时是由各种不同性質的載荷組成的。

上面曾指出对于机械制造业,重复載荷的作用非常重要,事实上冲击和突加载荷也有一定的重要性。但是在这一課程中以及本書中,我們將先化一大半的時間和篇幅来討論关于靜載荷的計算問題。这是有充分理由的。因为关于靜載荷的理論和計算方法,不但其本身是很重要的,而且这些理論和方法也就是材料力学的基本的理論和方法。同时,关于动力載荷的計算,是以这些理論和結果作为基础的。通常,在討論中如不指明外力或載荷的性質,則所指的就是靜載荷。

最后,还有一点也應該在这里加以指出,在計算中,我們通常把作用在構件上的全部外力分开为兩種,即所謂的載荷和支反力,其分別是这样的,支反力是構件的支持处为了使構件在載荷作用下保持平衡而产生的作用在構件上的力;对于構件而言,載荷是因外来的因素产生的,常常

是已知的,而支反力則是由載荷所引起的,应根据載荷来决定。支反力的决定,一般就是計算的第一个步驟。

§ 3. 材料力学所研究的物体·材料力学的方法

1. 材料力学所研究的物体 要决定任何形状的物体在外力作用下所發生的变形和应力狀況,是一个極端困难的問題。这不屬於材料力学的范围。目前材料力学所研究的將仅仅是一些形状簡單的物体或構件,主要的就是杆以及板和壳。杆、板和壳都是我們日常生活中習見的东西(參閱圖 1-6)。

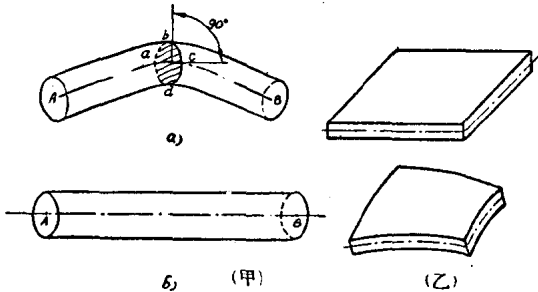


圖 1-6. 材料力学所研究的物体——杆件,板和壳。

在材料力学中,所謂的杆主要是泛指各种具有細長形状的物体。杆的特征是它有一条通过各种截面之重心的軸綫;軸綫可以是直綫(直杆),也可以是曲綫(曲杆);橫截面垂直于軸綫(如軸綫为曲綫,即軸綫在截面重心处的切綫 C 垂直于截面如圖 1-6 甲, a 所示);各橫截面可以是相等的(等截面杆),也可以是沿長度变化的(变截面杆),但

截面的尺寸通常远小于長度。等截面直杆是杆的最簡單形式。按照其变形情况和用途,直杆又有許多不同的名称,如軸,梁,支柱等。

板和壳都是指其厚度远比其長度和寬度小得多的薄壁構件,因此一般常常称为薄板和薄壳。板和壳都有一个中層面,通常板的中層面是平面,壳的中層面則是曲面(見圖 1-6 乙)。各式各样的压力容器和普通容器就是薄壳的实例。

杆是材料力学所研究的主要对象。事实上,材料力学中一些最基本的計算公式,都是在等截面直杆的基础上求得的。在本書中,在構件的計算方面我們主要地就是討論了关于杆(及簡單杆系)的計算;对于薄壳,和薄板的計算則只(不完全地)作了一个簡單扼要的概述。除此而外,另外討論了厚壁圓筒和旋轉圓盤的計算問題。

許多实际構件可以直接作为杆来处理;有些則可以当作杆进行近似性的計算;但也有些具有不規則形状的構件是不能用材料力学的方法来計算的。作近似性計算时,必須要注意到所得結果的近似性亦即准确性的程度。对于不能以材料力学方法計算的構件,有时也許可以采用彈性理論和塑性理論中較复杂的計算处理,有时却仅能用各种实验方法来进行研究。

2. 杆件变形的的基本形式。杆之橫截面上的內力 杆件变形的的基本形式。杆件可能受到各式各样的載荷或外力的作用,因而發生种种不同的变形狀況。但是無論怎样复杂的各种載荷对于杆件的作用,以及杆件的变形狀況都可以分別成为下列四种簡單情形,即

- 1) 杆的拉伸或压缩;
- 2) 剪切;
- 3) 杆的扭轉;
- 4) 杆的弯曲。