

高等学校文科教材

经济数学方法与模型

陈锡康 李秉全 阎树海 薛新伟 著

中国财政经济出版社



2 017 0821 4

高等学校文科教材

经济数学方法与模型

陈锡康 李秉全 著
阎树海 薛新伟



中国财政经济出版社

高等学校文科教材
经济数学方法与模型

陈锡康 李秉全 著
阎树海 薛新伟

★

中国财政经济出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
铁道印刷厂印刷

★

850×1168毫米 32开本 15.5印张 400,000字
1982年2月第1版 1982年2月北京第1次印刷
印数: 1—15,000

统一书号: 4166·249 定价: 2.00元

序 言

数学是以真实的外界现象和过程，以抽象的数量关系形式反映客观规律的。马克思认为：一种科学只有当它成功地利用了数学的时候，才能达到完善的地步。近代科学的发展愈来愈证明了马克思的预见，现在，许多重大科学技术问题不利用数学方法便不能解决。在经济研究中，数量关系起着相当重要的作用，不能不是利用数学的重要领域。

随着社会主义现代化建设的进展，我国经济学界和经济管理部门越来越意识到利用数学方法解决经济中问题的重要性。不少单位成立了研究机构，举办训练班；不少经济院校开设了应用数学方法和电子计算机的专业。目前的问题是普遍感到教材缺乏。为了适应新的形势，中国科学院系统科学研究所经济数学方法组（原数学研究所运筹室经济数学方法组）的同志，在国家统计局领导同志的关怀下，编写了本书。

经济数学方法是在经济研究和计划工作中应用数学方法和电子计算机的简称。它的内容非常丰富，应用极为广泛。本书不是介绍经济数学方法的全貌，只是着重介绍了四个方面的内容：

（1）投入产出综合平衡模型；（2）最优计划模型；（3）统筹方法；（4）经济预测模型。这四个方面目前研究比较深入，对经济计划工作较为适用，应用效果也比较明显。

本书可作为大、专院校财经专业的教材，也可以供有志于研究和应用经济数学方法的读者参考。在讲授和阅读本书前要求首先掌握线性代数和数学分析的一般知识。为此，我们编写了两个数学附录。对于没有学过高等数学的读者，可先阅读数学附录

1, 再阅读正文。

本书由陈锡康主编, 陈锡康、李秉全、阎树海、薛新伟分头执笔, 联合写成。具体分工如下: 陈锡康: 第一章第一、三、四、七节, 第二章各节, 第四章第三节; 李秉全: 第一章第二、五、六节; 阎树海: 第三章各节; 薛新伟: 第四章第一、二节。数学附录1由薛新伟、阎树海编写。数学附录2由李秉全编写。

在编写过程中得到国家统计局、国家计委计算中心的关怀和帮助。书稿经天津财经学院张耀梓同志审阅, 提出了不少宝贵意见, 特此致谢。本书的主要内容, 曾由作者在中国人民大学工业经济系、清华大学经济管理工程系进行过试讲, 得到了这两个系的老师和同学很多帮助, 在此一并致谢。

经济数学方法与模型是一门新的学科, 有些方面还不够成熟; 同时由于时间短促, 水平有限, 谬误之处, 恳切希望批评指正。

GDD 566
31-28

目 录

第一章	投入产出综合平衡模型	(1)
第一节	历史及动态简述	(1)
第二节	全国性投入产出综合平衡模型	(10)
第三节	实物型投入产出综合平衡模型	(45)
第四节	地区模型及地区间模型	(69)
第五节	企业投入产出综合平衡矩阵模型	(93)
第六节	价格形成问题的经济数学模型	(122)
第七节	投入产出综合平衡模型与环境保护	(139)
第二章	最优计划模型	(150)
第一节	运输问题	(150)
第二节	生产任务分配问题和资源最优利用问题	(177)
第三节	存储问题与生产力配置问题	(199)
第四节	国民经济综合平衡规划模型	(230)
第五节	单纯形方法	(249)
第六节	对偶问题及其经济意义	(298)
第七节	动态规划的基本思想及其在经济计划工作中的若干 应用	(319)
第三章	统筹方法与经济管理	(335)
第一节	工序流程图及其结构	(336)
第二节	工序流程图的画法	(340)
第三节	工序流程图的参数计算与关键线路的确定	(348)
第四节	计划安排与管理	(355)
第五节	考虑随机因素	(364)

第六节 甲醇生产加热炉大修理计划.....	(371)
第四章 经济预测	(376)
第一节 一元回归.....	(376)
第二节 多元线性回归.....	(397)
第三节 经济预测.....	(424)
数学附录 I	(440)
相关系数检验表.....	(476)
T分布表	(477)
F分布表	(478)
数学附录 II	(481)

第一章 投入产出综合平衡模型

第一节 历史及动态简述

一、投入产出综合平衡模型的产生及其推广

投入产出综合平衡模型，是利用数学方法和电子计算机综合地分析和考察国民经济各个部门（各种产品）在产品的生产和消耗之间的数量依存关系的一种经济数学模型。

经济数学模型种类很多，投入产出综合平衡模型是其中比较成熟的、应用得比较广泛的一种。这个模型于三十年代产生于美国。美国经济学家列昂节夫在1936年发表了《美国经济系统中的投入和产出的数量关系》一文，接着，在1941年出版了《美国经济结构1919—1929》一书，1953年又出版了《美国经济结构研究》一书。在这些著作中列昂节夫提出了投入产出模型，奠定了投入产出模型的方法基础，并实际编制了美国经济1919年，1929年和1939年的投入产出表。

编制国民经济平衡表的问题最早由苏联提出，并于二十年代进行了编制。十月革命胜利后，在生产资料公有制的基础上，苏联国家要求用计划指导国民经济，使得国民经济各个部门能够相互协调地高速度发展。1924年，苏联中央统计局开始编制1923/1924年的国民经济平衡表，并于1926年公布了部分结果，如各种生产资料和消费品的实物平衡表、社会产品生产和分配平衡表、生产性消费棋盘式平衡表，这是世界上第一批用来计划和分析经济发展的国民经济平衡表。当时平衡表的一个编制者已经发现并指出在国民经济各个部门之间存在着链锁联系。但是在这些平衡表

的编制过程中，没有把各个部门、各种产品的投入和产出联系起来加以考察，没有利用数学方法进行数量分析，也没有计算直接消耗系数和完全消耗系数。在以后的三十多年中，苏联虽然编了更多的平衡表，但同样没有做到这一点。

列昂节夫对苏联二十年代编制平衡表的工作有一定了解，经过长期研究，提出了投入产出方法。他把各部门的投入和产出在一个表格中联系起来加以考察，设计了投入产出模型，并且利用一些数学工具，如线性代数和矩阵等，进行了计算。这种计算是在直接消耗系数和完全消耗系数的基础上进行的。应该指出，各种产品之间的直接消耗系数及它具有相对稳定性的问题，法国经济学家，洛桑学派的奠基人瓦拉西在一般均衡理论模型中早已采用了。另外，关于完全消耗系数及其计算公式，俄国经济学家德米特里也夫在他的著作《经济概论》（1904年）中也已经提出来了。德米特里也夫所提出的单位产品对劳动的完全消耗量的计算公式与列昂节夫在投入产出模型中的计算公式是相符的。列昂节夫的投入产出模型是在前人工作的基础上进行的，是有其历史根源的。

这个方法产生以后，最初并未引起美国政府和各国经济学界的重视。第二次世界大战期间，由于战争的需要，各国政府加强了对经济的控制和干预，需要有一个比较科学、比较精确的经济计算工具，这个方法才逐渐引起注意。当时美国总统罗斯福下令美国要生产5万架飞机。要完成这项任务，必须生产更多的铝。但是，当时没有考虑到完全消耗问题。铝是用电解法生产的。为了生产铝，需要消耗大量电力。而为了传输和使用这些电力，就需要大量的铜。这就造成铜的严重紧张状况。于是不得不向国库借用存银来代替铜，为冶铝设备输电。因此，在第二次世界大战期间，美国政府深切感到需要有更完备的方法来研究经济。1944年，列昂节夫完成了美国经济1939年投入产出表（96个部门）。美国劳动部劳动统计局立刻利用它来预测美国1945年12月的就业情况。当时已经假设第二次世界大战会在1945年6月30日结束，

战后的经济状况是引起人们深切关心的一个问题。由于这个方法比传统的方法更为科学，于是在1949年，美国劳动部和美国空军协作，编制了美国经济1947年的投入产出表。这是第一个由美国官方主持编制的投入产出表，由美国劳动部劳动统计局组织了一个有50—75人参加的小组，从1949年开始，工作了三年左右，花费150万美元，到1952年秋才基本编成。它包含500个部门，是美国的第一个大表。

五十年代，在资本主义国家曾出现一个编制投入产出表的热潮。苏联和东欧国家也在五十年代末期开始重视这个方法，并先后开始编制投入产生表^①。发展中国家也纷纷编制投入产出表。据不完全统计，编制投入产出表的国家，在1950年前只有九个，即美国、英国、丹麦、挪威、荷兰、加拿大、澳大利亚、波多黎各和阿根廷，到1955年就有25个，1960年前有57个国家，1970年时已有86个国家。目前据不完全统计，共有90多个国家编制了投入产出表（英国勃来特福特大学收集了87个国家的400个全国性投入产出表）。只有30多个、主要是一些经济上不发达的小国，尚未编制投入产出表。联合国统计局在1968年正式规定投入产出为国民经济核算的一个重要组成部分，并制订了编制投入产出表的标准部门分类目录、指标解释和计算方法。

随着投入产出技术在上世界上迅速推广，为了交流经验和共同讨论理论方面和应用过程中出现的一些问题，先后举行了七次国际投入产出技术会议。第七次会议于1979年4月在奥地利的英斯布鲁克举行。参加会议的有44个国家的390代表。会议主题是“世界经济结构的变化”，也就是讨论投入产出世界模型，利用它来研究世界经济问题。

我国六十年代初，在科学院数学研究所运筹室和经济研究所成立了专门的小组研究投入产出方法；并开始进行这方面的宣传

① 在苏联称为部门联系平衡表或部门间产品生产与分配平衡表。

介绍和理论探讨工作。部分高等院校也开始从事这方面的研究。在此期间，经济研究所曾赴山西省调查编制地区投入产出表的条件和可能性的问题；数学所运筹室则在鞍山钢铁公司和一部分化工厂利用投入产出方法研究厂内平衡问题，引起了工厂同志的兴趣和重视。但在1973年以前我国一直没有编制过全国性的投入产出表。

1974年8月，在国家计委、国家统计局领导的支持下，国家计委计算中心、系统科学所运筹管理室（原数学所运筹室经济组）、北京经济学院和中国人民大学等单位的一些同志，着手编制我国1973年61类主要产品投入产出表。经过两年多的努力，这个表编制成功，并在电子计算机上计算了各类产品的直接消耗系数和完全消耗系数。随后又用这个投入产出表的资料进行年度计划中主要产品平衡状况的试验分析工作。1980年6月，系统科学所6位科学工作者向国务院提出了编制新的投入产出表的建议，得到了国务院领导同志的支持^①。总的说，我国无论在理论研究和实际应用上与国际先进水平都有很大差距，需要很快赶上。

二、投入产出技术在各国经济工作中的应用状况

投入产出技术在经济工作中的作用大致如下^②：

（一）在苏联和东欧一些国家中主要是利用这个模型来为编制计划，特别是编制中期和长期计划服务。

根据目前已公布的材料和报导，苏联共编了四个年份的，即1959年、1966年、1972年、1977年全国性的分别按货币度量和实物度量的投入产出表。例如，1959年以货币度量的投入产出表分83个部门，实物度量的投入产出表按157种有重要国民经济意义的主要产品编制。除了全国性投入产出表以外，还编制了许多地

① 参阅《人民日报》1980年7月29日。

② 参阅陈锡康：《投入产出技术在经济工作中的应用情况及发展方向》，《中国经济问题》，1979年第4期。

区报告平衡表，如各加盟共和国、各大经济区的平衡表。匈牙利从1957年开始编表，1961年以后每年都编，是应用投入产出表较好的一个国家。投入产出表在计划工作中的作用大致有两方面：

第一，使国民经济计划在部门比例上保持一定平衡。首先，编制过去年份的投入产出表，计算出一套各个部门、各种产品的直接消耗系数和完全消耗系数，然后通过有系统地运用这些经过修改的消耗系数，使得各部门的生产计划相互衔接，保持一定的平衡。

利用这个方法也可以检查按现行的计划方法编制的国民经济计划在部门比例上是否合适，以保证计划的平衡性，预防出现严重的比例失调现象。

第二，编制最优的国民经济计划。把投入产出模型和数学规划方法结合起来就可以编制一个既使国民经济各部门相互平衡、保持一定比例，又使得某一个目标达到最大的计划，例如国民收入发展速度最快，长时期内生产的消费品数量最多的计划等。

在第七次国际投入产出技术会议上，苏联国家计委的代表说：“苏联国家计委已经有了在国民经济发展长期计划和短期计划中应用投入产出方法的良好经验”，“投入产出模型已经在很大规模上成为实际计划计算的工具”^①。在苏联经国家批准的1969年和1974年的“关于编制国民经济发展的国家计划的方法指示”中，都在专门部分规定了制订和应用投入产出模型的方法。

在编制1971—1975，1976—1980两个五年计划中都应用了投入产出模型。目前制订的1981—1985年计划，以及到1990年的长期发展计划中，苏联都广泛采用了投入产出模型。这些模型，在长期计划的预备阶段（确定主要指标的最初设想），制订控制指标阶段，以及最后编制详细的计划草案阶段，都起着重要作用。

^① 见V.Kossov, Ya.Urison: Input-output models applied in calculations of draft plans of the USSR economic and social development（在第七届国际投入产出技术会议上的报告）。

编制年度计划主要是根据五年计划规定的指标，利用实物价值型投入产出模型进行的。

一些东欧国家的情况和苏联大致相同。

南斯拉夫还利用这个方法进行外汇分配。按照新的计划体制，各部门所赚得的外汇中很大部分由各部门自行支配。问题在于所赚得的外汇不仅应属于最终的出口者，而且应属于所有对这些出口产品有贡献的单位，例如为这些产品提供原材料、辅助材料、动力的部门。但这些部门又需要其他部门提供产品，这种关系是极为错综复杂的。如考虑不周，计算不正确，就会影响其他部门发挥生产积极性。如何在各部门之间分配这些外汇呢？他们是利用投入产出方法计算各部门的出口附加价值量来解决的。

（二）利用投入产出技术进行经济预测。

目前投入产出技术应用得最广泛的是进行经济预测。例如通过编制联合国世界模型，预测世界经济到2000年的发展情况，包括全世界和各地区国民生产总值的增长情况、进出口数量、对外贸易、就业情况等。

通过编制各国投入产出模型，在一定假设下，可以预测各国今后的经济发展情况。例如英国编制了剑桥多部门动态模型，预测到1990年英国经济发展将很缓慢。按国内生产总值计算，1985年比1978年增长12%，1990年比1978年增长24%，年平均增长率仅为1.8%。1985年前对外贸易每年都略有盈余，1985年有盈余200余万英镑。1987—1990年将出现逆差，预计在1990年逆差为410万英镑。同1980年相比，1990年的粗钢、生铁、电机、发动机的生产量都将下降，而化工产品、农产品产量将大大上升。

西班牙通过编制多部门动态模型，得到了1976—1985年国民生产总值、投资总额、就业人数等六个方案，以及13个部门的预计发展情况。

这些预测数据不仅是各国政府确定经济政策、制订经济方案的重要依据，对一些大企业决定经营方针、投资方向及规模也有

很大用处。例如美国的兰德公司就通过编制投入产出表作经济预测来为大资本家服务。每年有30—40个企业来要求它预报美国经济的发展状况。该公司作出按现行价格计算的一年以后的美国215—230个部门的产量增长情况以及按不变价格计算的各部门五年和十年后的情况。美国的马利兰大学利用INFORUM模型^①预测美国185个部门今后发展状况及赢利情况。这项工作得到美国15家私人公司、美国政府的几个部门和若干外国团体的支持。

一般的经济计量学模型往往只能对国民经济中的部分综合性经济指标进行预测，预测期一般不超过二年。而投入产出技术可以不仅对综合性经济指标，而且对各部门的很多指标进行中期甚至长期的预测。

(三) 利用投入产出技术研究采取一项重要的经济政策对经济的影响。

例如美国曾利用投入产出表来研究工资提高10%以后，各部门商品价格因而上升的百分比。商品价格的上升，一方面是由于本部门工资增长而引起的，另一方面是由于其他部门工资增长、价格上升而造成的间接影响。研究结果表明，美国的建筑业产品价格上升最快，约为7%；而农产品受影响最小，约上升1.3%。工资提高10%以后，生活费用将上升3.8%，职工的实际得益仅为6.2%。

又如美国曾利用投入产出技术研究能源政策和美国经济增长的关系。自1973年开始，世界石油价格迅速上升。美国过去对原油价格采取控制的办法，所以国内价格一直低于世界市场价格，其后果是国内原油消费量增长很快，原油的进口量也大幅度上升。为了改变这种状况，联邦能源委员会制订了四种能源政策，利用投入产出技术分别研究采取这四种能源政策对经济的影响。

^① INFORUM 是 Interindustry Forecasting at the University of Maryland 的缩写。可译为马利兰大学部门间预测模型。

结果表明，原油价格上升到国际市场价格后，原油的消费量和进口量的增长速度将大幅度下降，但各部门生产的发展速度也大为下降：1985年美国的国民生产总值将因而减少0.60—2.73%，1990年的国民生产总值将减少1.18—5.27%，2000年的国民生产总值将减少1.54—11.93%。利用投入产出技术，还分别计算了各部门生产受影响的数字。

又如意大利的经济学家计算了财政资源再分配（如国家对各部门的投资额和补助金数量）对这个国家部门结构和就业的影响。

（四）利用投入产出技术研究一些专门的社会问题，如污染问题、收入分配问题、人口问题、就业问题等。

利用投入产出技术研究污染问题是七十年代开始的新课题。为此设计了专门的模型，收集了大量数据，进行了分析计算。根据目前的计算结果，从整个社会看，消除污染的费用并非社会所无法负担的。以荷兰为例，由于消除污染，将使全国最终产品的价格提高1.74%。因此只要全社会努力，污染问题是可以解决的。此外可以计算，当消除污染的费用有一定限制的条件下，各种污染应清除多少数量才最合适。

三、投入产出综合平衡模型的分类及其发展方向

投入产出综合平衡模型按照分析时期的不同，可分为静态模型和动态模型两类。静态模型分析与研究某一个时期的再生产过程，它的历史最长，目前已比较定型。动态模型则分析与研究若干时期的再生产过程，并研究各个时期再生产过程的相互联系。静态模型中基建投资是模型外确定的。动态模型中某一个时期的基建投资额是本期及以后若干时期的产量的函数，所以各个时期的基建投资额并不是事先确定的，而要通过模型的求解来确定。目前，动态模型在理论上和实际应用上都还不成熟。所以本书不作详细介绍。比较著名的动态投入产出模型有列昂节夫动态投入

产出模型①、快车道动态投入产出模型 (TURNPIKE) 和半动态投入产出模型等②。

投入产出综合平衡模型按照模型编制的范围, 可以分为世界模型、多国模型、全国模型、地区模型、地区间模型、部门模型及企业模型等, 其中全国模型、地区间模型和企业模型是最基本的。

投入产出表按照编制时期的不同, 可分为投入产出报告平衡表与投入产出计划平衡表。前者是根据统计资料对过去的某一年编制的, 后者是为了进行计划计算和预测, 对今后某一时期编制的。

按照计量单位的不同, 投入产出表可以分为价值型投入产出表与实物型投入产出表两种。价值型投入产出表以货币单位作为计量单位, 目前世界上所编制的, 大部分都属于这种类型。实物型投入产出表中大部分部门是以实物度量单位为基础编制的。由于各种主要产品的实物量指标在国民经济计划中有很重要的地位, 编制实物型投入产出表也非常重要。

从方法论的角度看, 目前投入产出技术的发展趋势有二: 第一, 是把投入产出模型和运筹学方法如线性规划、非线性规划、动态规划等结合, 编制最优化模型。在第七届国际投入产出技术会议中, 40% 以上的论文都是同最优化有关的, 即以投入产出模型作为一组基本约束条件, 再加上一些其他约束条件, 来求得某项经济指标达到最大的模型。例如匈牙利的长期计划模型、苏联的动态投入产出模型、世界银行的投入产出世界模型、西班牙的动态多部门模型等等。第二, 是进一步与经济计量学的方法和技

① 见Leontief, Wassily W. and others (1953), *Studies in the Structure of the American Economy*, Oxford University Press, New York, 1953.

② 见Я.М.Уринсон, Межотраслевые модели в сводных экономических расчетах, 载于Экономика и математические методы 1975, Том.Х, Вып.5.

术结合。例如利用回归分析方法确定各种经济指标的数量联系等。投入产出模型目前有与经济计量学模型溶合在一起的趋势。

从编表技术看,目前投入产出表已开始向利用计算机进行自动编表的方向发展。西德的法兰克福大学正进行这方面的工作。他们利用计算机编制地区间投入产出表。在计算机中事先存有一套有关编表的程序,编表前把表格类型、部门分类目录和定义、原始资料处理方法等告诉计算机,接着就输入各地区原始数据,计算机就自动地对这些数据进行计算,并把结果利用一些数学方法进行调整,最后打印出所要求的地区间投入产出表。这方面的工作还处在萌芽状态中。

第二节 全国性投入产出综合平衡模型

一、建立投入产出综合平衡模型的 客观基础和理论依据

(一) 国民经济部门间联系的普遍性——直接消耗和间接消耗概念的引入

国民经济是由许多物质生产部门和非物质生产部门组成的一个有机总体,各经济部门在产品的生产和分配上存在着极其复杂的经济联系和生产技术性联系。在社会再生产过程中,各物质生产部门之间的联系,主要取决于生产技术条件,而物质生产部门与非物质生产部门之间的联系,则主要表现为经济联系。随着生产的发展和技术的进步,部门间的联系日趋复杂,在客观上要求保持一定的数量对比关系,即比例关系。任何一个部门的发展计划,都同其他部门的发展计划联系在一起,它们之间存在着一定的数量依存关系。例如,在我们作汽车工业的发展计划时,除了要考虑本部门的种种条件而外,还必须考虑到与汽车工业相联系的钢材、机器设备、木材、橡胶、皮革等部门的生产发展计划。因为在汽车生产中,要消耗这些部门的产品。