博士丛书

模糊随机规划理论

乔忠　王光远　著

科学出版社

博 士 丛 书

模糊随机规划理论

乔 忠 王光远 著

科 学 出 版 社

1 9 9 6

内 容 简 介

本书系统地介绍了作者近年来在不确定性数学规划——模糊随机规划理论方面的研究成果.书中前两章分别介绍了不确定性数学规划产生的工程背景、研究现状以及建立模糊随机规划理论所需要的有关模糊数、模糊随机变量方面的基本知识.第三章论述了模糊随机线性规划的基本理论与方法.为了建立模糊随机非线性规划理论的需要,在第四章引入了模糊随机变量值基本初等函数和初等函数,并研究了其基本性质.第五章论述了模糊随机非线性规划的基本理论与方法.第六章介绍了多目标模糊随机规划的有关结果.

本书可供从事数学、力学、运筹学与控制决策、工程技术等方面的科技人员以及高等院校有关专业的大学生、研究生、教师阅读和参考.

博 士 丛 书

模糊随机规划理论

乔 忠 . 王光远 著

责任编辑 林 鹏

科学出版社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

北京科地亚印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1996年10月第 一 版 开本:850×1168 1/32

1996年10月第一次印刷 印张:7

印数:1—1700 字数:172 000

定价:14.00元

国家自然科学基金委员会资助

中国博士后科学基金会资助

序

环顾当今世界，国家的发达，民族的振兴，无一例外地离不开科学技术的推动作用。年轻博士们历来是科技队伍中最活跃、最富创造性的生力军。他们的科研成果是学科发展强有力的推动力量，是体现一个国家高层次教育水平和科研水平的窗口。为了系统地反映年轻博士们的科研成果，促使他们的快速成长，加强国际国内的学术交流，在老一辈科学家的热心支持下，科学出版社决定出版一套《博士丛书》。

我们指导思想是突出本丛书的学术性、创造性、新颖性、先进性和代表性，使之成为所有青年博士平等竞争的学术舞台和优秀科研成果的缩影。

这套丛书以专著为主，并适时组织编写介绍学科最新进展的综述性著作。它将覆盖自然科学各个领域，是一套充分体现我国青年学者科研成果和特色的丛书。

丛书编委会将在由著名科学家组成的专家委员会指导下开展编辑工作。本丛书得到了国家自然科学基金委员会和全国博士后管理协调委员会的特别资助。在此我们深表谢意。

《博士丛书》编委会
一九九三年十月

《博士丛书》专家委员会

前　　言

工程系统中的许多因素和信息都具有不确定性，如随机性、模糊性、模糊随机性等，如何合理地处理这些不确定性因素、建立相应的不确定性数学规划理论，并将其应用于工程决策领域是数学界和工程界所面临的重大课题．目前国内外学术界在不确定性数学规划方面基本上还处于分别研究随机规划（用于处理随机性决策问题）和模糊规划（用于处理模糊性决策问题）的状态，这两种不确定性规划难以处理包含随机性与模糊性互相融合的不确定性信息的模糊随机系统的决策问题．

十多年来，我们一直在研究如何合理地处理工程系统中的各种不确定性因素和信息．1982 年我们提出了地震烈度的模糊综合评定方法，接着于 1984 年至 1989 年间，在分析了目标函数、约束函数的模糊性和随机性的基础上，先后提出了基于满足度、满意度的模糊规划模型和含有随机参数的模糊随机规划模型，并给出了其求解方法，为工程不确定性优化打下了基础．

近六年来的研究发现，大到一个工程决策系统，小到一个具体结构，它们往往都是模糊随机系统，其中不仅随机因素和模糊因素并存，而在更多的情况下这两种不确定性因素是相互融合的，很难将它们区分开．因此，无论从数学研究本身，还是从提高工程设计水平的角度，都迫切需要建立一种普遍适用的模糊随机规划理论与方法，以便为工程优化，或更普遍地为模糊随机系统的决策提供一种有效的工具．为此，我们在这个领域内展开了一系列的理论研究，初步建立起了基于模糊随机变量的模糊随机规划的理论框架，本书系统地介绍了我们在这方面的研究成果．

本书第一章介绍了不确定性数学规划产生的工程背景和研究现状．第二章研究了模糊数、模糊随机变量的代数、拓扑与序结构，

为建立模糊随机规划理论作准备. 第三章论述了基于模糊随机变量的模糊随机线性规划理论与方法. 第四章利用扩张原理引入了模糊随机变量值基本初等函数和初等函数,以作为建立模糊随机非线性规划理论的基础. 第五章论述了基于模糊随机变量的模糊随机非线性规划的理论与方法. 第六章研究了多目标模糊随机规划问题.

本书研究的模糊随机规划是一种具有普遍意义的数学规划,普通数学规划、随机规划和具有模糊参数的数学规划都是它的特例. 我们已将其应用于工程系统的决策,收到了很好的效果,限于本书的篇幅,应用部分我们将另行介绍.

作者非常感谢哈尔滨工业大学黄文虎院士、吴从炘教授、北京师范大学罗承忠教授、国家地震局工程力学研究所王前信研究员、廖振鹏研究员等国内 21 位数学界、工程界的专家对本书内容的评阅. 同时我们也感谢国家自然科学基金和中国博士后科学基金对本书研究工作的资助.

应该指出,建立模糊随机规划理论是一个难度很大、涉及面很广的课题,本书只能说是在这个领域内的初步探索,还有待于广大科技工作者的共同参与和研究,使其得到进一步的补充、完善和提高,限于作者水平,不妥之处在所难免,我们以感激的心情望广大读者不吝赐教.

作者

1996 年 6 月于哈尔滨

目　　录

第一章 绪　　论

§1.1 不确定性数学规划产生的工程背景

经典数学规划理论与方法[1-7]（包括线性规划、非线性规划、多目标规划）从其产生到成熟大约经历了三十多年的时间，它在土木工程、军事、生产、管理、经济等方面得到了广泛的应用．例如，进入20世纪60年代，工程技术人员将数学规划理论与方法引入到了结构优化设计领域，把设计方案用设计变量构成的设计向量来表示，以作为数学规划的决策向量；将设计方案必须满足的一系列条件（如静力分析中的性态方程、应力约束、位移约束、几何约束等）进行数学处理，用于构成数学规划的约束条件；将比较设计方案优劣的标准作为目标函数，建立起数学规划模型，通过求解这个规划模型而得到最优的设计方案[8-14]．数学规划理论与方法的引入，使得结构优化设计领域发生了巨大变革，为结构的确定性优化奠定了坚实的理论基础．应该指出，以往人们在进行工程设计时，将一切信息均看作确定性的来处理，认为任何一个结构的设计方案总可以用若干个实数来代表，这恰与以确定性数量为基础建立起来的经典数学规划理论相吻合．如果在进行结构优化设计时，除了考虑那些确定性的信息外，还要考虑和处理那些大量存在的不确定性信息，即要进行结构的不确定性优化设计，那么经典数学规划理论与方法将不再适用，人们必须重新建立相应的不确定性数学规划理论以满足工程决策的需要．

工程系统中的许多因素和信息都具有不确定性，它们大体上可分为四类[15]：一是未来事物的随机性，这种不确定性是由于难以严格控制未来事件发生的条件，从而无法预知其结果而产生的．二是客观认识的模糊性，这种不确定性是由于不可能给某事物以

明确的定义和评定标准而产生的，这时排中律不再成立. 三是随机性与模糊性共存或相互融合所产生的模糊随机性，这种不确定性无论从表现形式，还是其自身特性都更加复杂. 四是主观认识的未确知性，这种不确定性是决策者完全由于主观的原因对某种事物认识不清而产生的. 例如在土木工程中，地震烈度基本上是以人的感觉、人工构筑物的破坏程度和地表的物理变化来定义的，这些因素大多数都是模糊的，因而地震烈度具有强烈的模糊性[15-16]. 在抗震结构设计中，人们必须预测所设计的结构在未来服役期间可能遇到的最大地震烈度，这种未来的地震烈度不仅具有模糊性，而且还具有随机性[15-20]. 进一步，在役结构所受到的各种灾害性荷载，如地震作用、风荷载等都具有模糊随机特性，由此而引起的结构反应也具有模糊随机性，它们是典型的模糊随机过程[17-20]. 我国的建筑抗震设计规范(GBJ11－89)[21]把建筑场地分为四类：Ⅰ类为坚硬场地，Ⅱ类为中硬场地，Ⅲ类为中软场地，Ⅳ类为软弱场地，这些定性描述是很模糊的，因而场地的等级划分也具有模糊性[15]. 以上这些因素实际上是土建工程中的一些决定性因素，在结构设计、建造和维修中，必须合理处理这些不确定性因素.

伴随着对各种决策系统中不确定性因素和信息特性的深入了解，人们越来越认识到，要想在决策过程中合理有效地处理各种不确定性信息，以使作出的决策更加符合实际，研究和建立各种相应的不确定性数学规划理论与方法已是数学界和工程界所面临的重大课题. 当新的数学规划理论被建立之后，便会将工程优化设计水平，或更广泛地将系统决策水平大大提高一步. 因而，工程设计(或更广泛地、系统决策)与数学规划已成为相互依赖、相互促进、难以分割的学科.

§1.2 不确定性数学规划的研究现状

所谓不确定性数学规划是指能够处理不确定性信息的数学规

划. 20 世纪 50 年代,人们开始研究用于处理随机信息的随机规划理论与方法[22-25],这是人们较早建立的一种不确定性数学规划. 进入 20 世纪 70 年代,人们又展开了用于处理模糊信息的模糊规划理论与方法的研究[15,26-99],这是人们建立的另一种不确定性数学规划. 本节将简要地介绍随机规划与模糊规划的研究现状. 至于更广泛、更复杂的模糊随机规划理论与方法[19,100-108]将在本书后面几章里加以介绍。

1.2.1 随机规划的研究现状

随机规划理论是数学规划的一个重要分支,主要研究含有随机因素的数学规划. 例如,就线性规划而言,如果其中的系数为某给定的概率空间上的随机变量,就成为随机线性规划. 随机规划是伴随着数学规划的其它分支应用的日益广泛、理论的不断发展而产生的. 人们在用数学规划解决实际问题时发现,实际中许多量往往并不是确定不变的,例如产品的价格往往随着需求量的大小、国民经济状况的变化而波动;产品的成本往往受到原材料价格、劳动生产率等各种因素的影响而经常变化,这些量实际上是随机变量,用这些量构造出的数学规划具有随机性,这时确定性规划模型及其方法不再适合于实际问题. 1955 年,G. B. Dantzig,G Tintner 等人就开始研究具有不确定性的线性规划、随机线性规划及其在农业经济中的应用等问题. A. Prékopa (1966),B. Bereanu (1963,1967,1971),G. Tintner(1955,1960,1972)等人提出并讨论了随机线性规划的分布问题. G. B. Dantzig(1961),J. Wessels(1967),D. W. Walkup 和 R. J. B. Wets(1967),A. Madansky(1960)等人研究了关于随机规划的二阶段问题. B. Naslund(1967),F. S. Hillier (1967),J. K. Sengupta (1969,1970),A. Prekopa(1973)等人讨论了具有机会约束的规划问题. O. L. Mangasarian(1964)对随机非线性规划作了研究. 据文献〔24〕统计,从 1955 年到 1975 年的 21 年间,全世界共发表随机规划方面的学术论文大约 800 余篇,其内

容涉及公式与模型的表达、随机规划的应用、决策模型的理论与解法等领域，出版随机规划方面的专著6本，文献[22,23,25]是这方面比较有代表性的著作.目前，这个领域的研究仍在继续，并在管理科学、运筹学、经济学、最优控制等学科中，随机规划越来越多地显示出它的威力.但是，应该看到，由于随机变量的引进，使数学规划的理论和计算方法变得更为复杂，因此有关随机规划的理论在许多方面还不够完善，特别是计算方法很不成熟.

设$R(\Omega)$为概率测度空间$(\Omega,\mathscr{A},P)$上全体随机变量所成的集合.一般地，随机线性规划可以被陈述为(RLP1)：

求 $\boldsymbol{X}\in R(\Omega)^n$，$\min \boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}$， (1.2.1)

使得满足：$\boldsymbol{AX}\leqslant\boldsymbol{B}$， (1.2.2)

$\boldsymbol{X}\geqslant 0$， (1.2.3)

式中

$$\boldsymbol{A}=(a_{ij}(w))_{m\times n},\ \boldsymbol{B}=(b_1(w),\cdots,b_m(w))^T,$$
$$\boldsymbol{C}=(c_1(w),\cdots,c_n(w))^T,\boldsymbol{X}=(x_1(w),\cdots,x_n(w))^T,$$

其中$a_{ij}(w),b_i(w),c_j(w),x_j(w)\in R(\Omega)$为$(\Omega,\mathscr{A},P)$上的随机变量，$w\in\Omega,i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,n$.

类似地，可以给出随机非线性规划的模型.

设$f:R(\Omega)^n\rightarrow R(\Omega)$，且当$X\in R(\Omega)^n$，记$\boldsymbol{X}$在映射$f$下的象为$f(\boldsymbol{X})$，我们称$f(\boldsymbol{X})$为定义在$R(\Omega)^n$上取值为随机变量的函数.

随机非线性规划可表达为(RNP1)：

求 $X\in R(\Omega)^n$，$\min f(\boldsymbol{X})$， (1.2.4)

使得满足：$g_i(\boldsymbol{X})\leqslant 0$，$i=1,2,\cdots,m$， (1.2.5)

式中$f(\boldsymbol{X}),g_i(\boldsymbol{X})(i=1,2,\cdots,m)$为定义在$R(\Omega)^n$上取值为随机变量的函数.

随机规划问题大致可分为两种类型：一种是被动型，另一种是主动型.被动型模型又称为“等待且看到(wait-and-see)”模型，它是基于这样一种假设，即决策者可以等待其中随机变量的实现，然

后根据实现的全部信息作出决策. 分布问题即属于此种类型. 主动型模型又称为"这里且现在(here-and-now)"模型,这种模型要求决策者必须在没有随机变量的实现之信息的情况下就作出决策. 二阶段问题和机会约束规划均属于此种类型. 下面仅就随机线性规划的情况给出一些讨论.

(1) 分布问题

为了陈述方便,将(RLP1)改写为下面形式的(RLP2):

求 $\boldsymbol{X}\in R(\Omega)^n$, $\min \boldsymbol{C}^T\boldsymbol{X}$, (1.2.6)

使得满足: $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$, (1.2.7)

$\boldsymbol{X}\geqslant 0$, (1.2.8)

记: $G=\{\boldsymbol{X}\mid \boldsymbol{X}\in R(\Omega)^n, \boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}, \boldsymbol{X}\geqslant 0\}$, (1.2.9)

对于每一个样本点 $w\in\Omega$, (RLP2)的最优值记为 $W(w)$, 最优解记为 $\boldsymbol{X}^*(w)$. 并假设对于每一个 $w\in\Omega$, $|W(w)|<\infty$, 或至少满足条件 $P\{w\mid w\in\Omega, |W(w)|=\infty\}=0$.

P. Kall[22]给出了如下结论:

定理 1.2.1 $W(w)(\forall\, w\in\Omega)$是概率空间$(\Omega,\mathscr{A},P)$上的一个随机变量,即 $W(w)\in R(\Omega)$; 经过适当选择后可以找到(RLP2)的最优解 $\boldsymbol{X}^*(w)$为随机向量.

所谓分布问题就是对每一个样本点 $w\in\Omega$, 求解(RLP2), 并求 $W(w)$的分布函数及其它概率特征. 当然, 分布问题只有在(RLP2)的系数随机向量$(\boldsymbol{A}(w),\boldsymbol{B}(w),\boldsymbol{C}(w))$的联合概率分布为已知的条件下才可以施行.

有关详细结果可参看文献[22—25], 后面章节中将对书中提到的结果作相应的介绍.

(2) 二阶段问题

我们仍然考虑随机线性规划(RLP2), 设由随机矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的元素构成的向量为$(\boldsymbol{A}(w),\boldsymbol{B}(w),\boldsymbol{C}(w))$. 如果需要在观察到$(\boldsymbol{A}(w),\boldsymbol{B}(w),\boldsymbol{C}(w))$的任何实现之前就作出决策 $\boldsymbol{X}$, 就会产生一种所谓的二阶段随机规划问题.

令

$$DY=B-AX, \tag{1.2.10}$$

式中 D 称为补偿矩阵.式(1.2.10)的意义是,对于一个已经确定的 X,可能对某些 $w\in\Omega$,使原约束(1.2.7)产生偏离 $B-AX$,而这个偏离可以用矩阵 D 与向量 Y 来刻画.由于约束偏离的出现,决策者会因此而受到一定的惩罚,设其为 H^TY.对于决策者来说,自然希望受到的惩罚越小越好,于是产生了如下的决策问题(RLP3):

求 Y, $\min H^TY$, (1.2.11)

使得满足:$AX+DY=B$, (1.2.12)

$Y\geqslant 0$. (1.2.13)

将确定 X 的问题称为第一阶段问题,则(RLP3)就称为第二阶段问题.上面的两个决策步骤可以用下面的模型(RLP4)来表示:

求 $X\in R(\Omega)^n$,使得满足

$$\min\ (C^TX+\min\ \{H^TY \mid AX+DY=B, Y\geqslant 0\}), \tag{1.2.14}$$

或者

$$\min\ E(C^TX+\min\ \{H^TY \mid AX+DY=B, Y\geqslant 0\}), \tag{1.2.15}$$

式中 $E(\cdot)$表示随机变量的数学期望.

模型(RLP4)称为二阶段随机规划问题.关于这种随机规划的进一步结果可参看文献〔22,23,25〕.

(3) 机会约束问题

在随机规划(RLP1)或(RNP1)中将约束条件改为概率约束,便产生了另一类决策问题一机会约束随机规划问题.机会约束随机规划主要有两种类型.类型 A 为(RNP2):

求 $X\in R(\Omega)^n$, $\min f(X)$, (1.2.16)

使得满足:$P\{g_i(X)\leqslant 0\}\geqslant\alpha_i$, $i=1,2,\cdots,m$, (1.2.17)

式中 $\alpha_i\in(0,1]$,$i=1,2,\cdots m$;$f(X)$, $g_i(X)$($i=1,2,\cdots,m$)为定义在 $R(\Omega)^n$ 上取值为随机变量的函数.