[美] R. C. 希伯勒著

工程力学

动力学

仇仲翼 黄维扬 吴 森 译 高永寿 校

人民教育出版社

工 程 力 学

动 力 学

[美] R.C.希伯勒 著
仇仲翼 黄维扬 吴 森 译
高永寿 校

人民教育出版社

内 容 简 介

R. C. 希伯勒著《工程力学》第二版(1978年)是美国工科大学近年来广泛采用的工程力学课程的教材。本书除包括传统的工程力学内容外,还增加了许多与近代科学技术有关的新内容。为了培养学生能够独立地处理工程技术中出现的力学问题,在解题步骤的阐述,收入例题和习题的丰富,以及国际单位制的应用等方面都是本书具有的特点。全书分为两册,一册为静力学,另一册为动力学。译本也按两册出版,本册为动力学。

本书为高等学校工科各专业的教学参考书,也可供工程技术人员参考。

翻译分工如下:第十二～十五章及第二十二章为黄维扬;第十六～十九章为吴森;第二十、二十一章为仇仲翼;全书由高永寿校。

工 程 力 学

动 力 学

〔美〕 R.C.希伯勒 著

仇仲翼 黄维扬 吴 森 译

高永寿 校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

沈阳新华印刷厂印装

*

开本787×1092 1/16 印张30.5 字数700,000

1980年11月第1版 1983年4月第1次印刷

印数00,001—13,000

书号 15012·0289 定价 3.25 元

前　言

本书的目的是明晰而全面地向学生介绍工程力学的理论和原理的应用。重点是培养学生分析问题的能力——工程技术人员最主要的技能。此外，在计算工作中，采用国际单位制(SI)，因为这种单位制总有一天要成为全世界度量衡的标准。

每章的内容分为若干节。这些节，包括本章内容的展开和阐述、例题和一套习题。这些习题是为检验学生应用理论的能力而拟定的。其中许多习题是从工程实际的真实情况中来的。这种真实性希望既能提高学生对工程力学的兴趣，又能为发展运用力学原理、把任何这类问题从物理描述转换为计算模型或符号表达式的能力提供一种方式。各章中的习题都是按由浅入深的顺序安排的。此外，每章的习题除了每第四题(都标有"*"号)外，都有答案列在书末。所有计算例题和习题都采用国际单位制；但是，为了某些教师的方便，每第五题列出了两种单位制，一种是国际单位制(SI)，另一种是英制(FPS)。

除了把英制改为国际单位制和增加了许多新的习题之外，本书与作者的第一版工程力学：动力学相比，在许多方面是不同的。书中的大部分材料是完全重写的，每节分成若干段，每段的标题用黑体字表示，其目的是为了提供一种有组织的方法以引出每一个新的定义或概念，同时为以后的参考或复习提供一个方便的手段。用来贯穿全书的另一个特点是"分析步骤"。这种解题的步骤在第一版工程力学：静力学的§9-3中作过初步介绍，实际上它是一种教学步骤，它给学生在应用理论时提供了一种要遵循的合理的和有规律的方法。象第一版一样，为了阐明这种步骤的应用，解例题时采用了这种概述的方法。

因为数学为应用力学原理提供了有系统的工具，所以要求学生具有代数、几何、三角和某些微积分的先修知识。有些很适合的地方采用了矢量分析，采用矢量分析，常为理论的简明推导提供了一种便利的方法，使许多复杂的三维问题得到简单而系统的解。偶然地，有些例题用几种不同的分析方法求解，这样可以提高学生运用数学工具的能力，借此，任何问题的解决可以用最直接而有效的方法来实现。

本书有十一章①，第十二章讨论质点运动学②，随后第十三章讨论质点动力学(运动方程)，第十四章(功和能)和第十五章(冲量和动量)。以同样的次序介绍刚体的平面运动：第十六章(平面运动学)，第十七章(运动方程)，第十八章(功和能)和第十九章(冲量和动量)。假若希望，可用下面的次序安排第十二章到第十九章，并不会丧失本书的连续性：第十二章和第十六章(运动学)，第十三章和第十七章(运动方程)，第十四章和第十八章(功和能)，第十五章和第十九章(冲量和动量)。

① 单位的讨论和矢量分析的复习分别在附录A和B中给出。

② 前十一章为"工程力学"：静力学的内容。

时间允许，包括空间刚体运动的某些内容也可包括在这个课程里。这一运动的运动学和动力学分别在第二十章和第二十一章讨论。假若学生具有必要的数学基础，也可以包括第二十二章(振动)。本书某些标有“*”号的节，考虑到是超出基本动力学课程的内容，可以略去不讲。可是要注意，这些更高深的材料可为讲授更高深课程的基本理论时提供合适的参考。

作者是努力去写好这本书的，以求本书能受到学生和教师的欢迎。这本书的编著过程中，得到了很多人的帮助。我要感谢北卡罗利纳州立大学的M. H. 克莱顿(Clayton)；纽布拉斯卡大学的D. I. 库克(Cook)；芝加哥塞克耳的伊利诺斯大学的D. 克拉叶西诺维克(Krajcinovic)；美国海军学院的W. 李(Lee)；杨兹敦州立大学的G. 马弗里勤(Mavrigian)；联邦学院的F. 潘利诺(Panlilio)；伦塞勒工艺学院的H. A. 斯卡顿(Scarton)；图纳大学的W. C. 范巴斯柯克(Van Buskirk)和伊利诺斯理工学院的P. K. 马利克(Mallick)等人所提出的宝贵建议和意见。也应该衷心感谢我的全体学生和给我提出过建议和意见的专业工作者们。由于篇幅有限，在此不一一列举，谨向其他给予帮助的人致以诚挚的谢意。最后，我要感谢我的夫人科妮莉(Cornelie)的大力帮助，她为帮我准备出版的底稿花了大量的时间和精力。

R. C. 希伯勒(Hibbeler)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第十二章　质点运动学

§12-1　绪言，质点运动学

工程力学的研究内容包括静力学和动力学两部分。*静力学*研究静止或等速运动物体的平衡，而*动力学*研究具有加速运动的物体。一般来说，动力学比静力学要更复杂一些，因为作用在物体上的力必定要关系到物体的加速度。动力学的主题通常分成两部分：(1) 与运动的几何形态有关的*运动学*，和(2) 与引起物体运动的力有关的*动力学*。为了简明地引入运动学和动力学的理论，首先讨论质点动力学，继之研究刚体动力学。

质点的运动　物质的很小一部分，以致它的大小和尺寸在分析实际问题时并不重要，则这很小的一部分物质称为*质点*。在遇到的大多数问题中，我们关心的是有一定大小的物体，例如火箭，炮弹或车辆。倘若物体的运动由它的质心的运动来描述而其任何转动可以忽略的话，则可以把这样的物体看作质点。

一般来说，质点运动学由质点的位移，速度和加速度来描述。本章从研究质点的*绝对运动*开始，此绝对运动是相对于一*固定坐标系*而言的。在这方面，在引入更一般的曲线运动以前，将先研究直线运动，以后利用变换坐标，研究两质点之间的*相对运动*。

§12-2　质点的直线速度和加速度

质点的最简单运动是沿着直线轨迹的运动，称为*直线运动*。

位置　考虑图 12-1 的质点 P。坐标 s 从固定的原点 O 度量，可用它定义任一瞬时质点的位置。若 s 为正，质点在原点右边；若 s 为负，质点在原点左边。通常度量位置的单位为米(m)。

位移　用*位置的改变量*定义质点的位移，它用符号 Δs 表示。当质点的最终位置 P' 在其初始位置 P 的右边时，如图 12-1 所示，Δs 为正；当位移在左边时，Δs 为负。

必须把质点的位移与质点移动的距离区别开，质点移动*轨迹的总长度*定义为移动的距离，它*总是正的*。

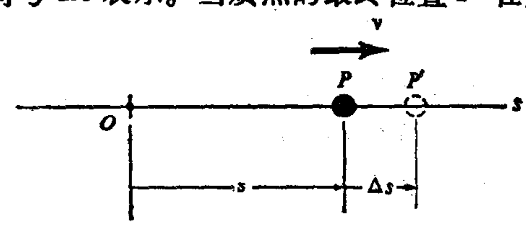


图　12-1

速度　现在考虑在时间间隔 Δt 之内，质点从 P 移到 P' 的一正位移 Δs，如图 12-1。在这一时间间隔 Δt 内，质点的*平均速度*定义为

$$v_{平均}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{12-1}$$

如果 Δt 取得愈来愈小，则 Δs 也愈来愈小，得到*瞬时速度*为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

或

$$v=\frac{ds}{dt} \tag{12-2}$$

平均速度和瞬时速度的正方向或负方向取决于位移是正的还是负的。例如，若质点移到右边，如图 12-1 所示，速度为正。速度的大小称为*速率*。若位移用米(m)表示，时间用秒(s)表示，则速度的单位为 m/s。

常常采用“平均速率”这个名称，*平均速率*定义为质点移动轨迹的总距离 s_T 除以经过的时间 Δt，即，

$$(v_{sp})_{平均}=\frac{s_T}{\Delta t} \tag{12-3}$$

加速度　倘若已知质点在 P 和 P' 两点的瞬时速度，则质点在时间间隔 Δt 内的*平均加速度*定义为

$$a_{平均}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{12-4}$$

其中 Δv 代表在时间间隔 Δt 内速度的差，如图 12-2 所示。

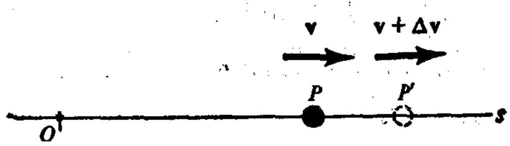


图　12-2

如果 Δt 取得愈来愈小，则 Δv 也愈来愈小，可以得到时间 t 的*瞬时加速度*为

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$$

或

$$a=\frac{dv}{dt} \tag{12-5}$$

方程 12-2 对时间再取一次导数，也可得

$$a=\frac{d^2s}{dt^2} \tag{12-6}$$

平均加速度和瞬时加速度可为正也可为负。特别是，当质点运动*减慢*时，速度的变化量为负，我们说质点是*减速的*。*当速度是常数时，加速度为零*。通常表达加速度大小的单位为 m/s²。

从方程 12-2 和方程 12-5 解出时间的微分 dt 并使它们相等，可以得到位移，速度，加速度的微分关系，即

$$dt=\frac{ds}{v}=\frac{dv}{a}$$

因此

$$a\,ds=v\,dv \tag{12-7}$$

等加速度　当加速度为常数，$a=a_c$，可以对三个运动方程 $a=\frac{dv}{dt}$, $v=\frac{ds}{dt}$ 和 $ads=vdv$ 进行积分，得到 a_c, v, s 和 t 的关系式。

积分 $a=\frac{dv}{dt}=a_c$，并假设 $t=0$ 时，初速度 $v=v_1$，可得到速度与时间的关系式。

$$\int_{v_1}^{v} dv=\int_0^t a_c dt$$

$$v-v_1=a_c(t-0)$$

$$v=v_1+a_c t \tag{12-8}$$

积分 $v=\frac{ds}{dt}=v_1+a_c t$，并假定 $t=0$ 时，初始位置 $s=s_1$，可得到位移与时间的关系式。

$$\int_{s_1}^{s} ds=\int_0^t (v_1+a_c t)dt$$

$$s-s_1=v_1(t-0)+a_c\left(\frac{1}{2}t^2-0\right)$$

$$s=s_1+v_1 t+\frac{1}{2}a_c t^2 \tag{12-9}$$

从方程 12-8 解出 t，代入方程 12-9，或者积分 $vdv=a_c ds$，并假定 $s=s_1$ 时，初速度 $v=v_1$，可得到速度与位移的关系式。

$$\int_{v_1}^{v} vdv=\int_{s_1}^{s} a_c ds$$

$$\frac{1}{2}v^2-\frac{1}{2}v_1^2=a_c(s-s_1)$$

$$v^2=v_1^2+2a_c(s-s_1) \tag{12-10}$$

这些方程中 s_1，v_1 和 a_c 的大小和符号可从所选取的原点位置和 s 轴的正方向决定。

应当记住上面的公式只有加速度为常数时才能用。物体向地面自由下落是等加速度运动的一个很普通的例子。若略去空气阻力同时下落的距离又很短的话，这样，物体向下的等加速度近似为 9.81m/s²①。

分析步骤

当知道了 a，v，s 和 t 之间任何二个量的函数关系后，可用适当的微分和积分②方程 $a=\frac{dv}{dt}$，$v=\frac{ds}{dt}$ 或 $ads=vdv$，得到其他运动量的函数关系。在解答问题中，应当理解每一个方程都有三个运动量联系着。因此，知道了一个量与另一个量的函数关系后，可选取与所有三个量有关系的运动方程得到第三个量。例如，假设知道了加速度与位移的关系 $a=f(s)$，由 $ads=vdv$，用 $f(s)$ 代替 a，因为 $f(s)ds=vdv$ 可以积分③，从而可决定速度。不可能利用 $a=\frac{dv}{dt}$ 得到速度，因为 a 不是时间的函数，即，不可能积分 $f(s)dt=dv$。在此基础上，经常遇到四种普通类型的问题，它们的求

① 证明见例题 13-3。

② 某些标准的微分和积分公式见附录 C。

③ 为了计算不定积分的积分常数或定积分的积分限，必须知道，在给定瞬间的位置 s_1 和速度 v_1。

解如下:

1. 给定加速度为时间的函数，$a=f(t)$。将 a 的函数关系代入 $a=\frac{dv}{dt}$，得 $dv=f(t)dt$，并积分可找到速度和时间的关系 $v=h(t)$。要得到位移和时间的关系，可将 v 的函数关系代入 $v=\frac{ds}{dt}$，得 $ds=h(t)dt$。最后积分得 $s=g(t)$。

2. 给定加速度为速度的函数，$a=f(v)$。将 a 的函数关系代入 $a=\frac{dv}{dt}$，得到 $dv=f(v)dt$ 或 $\frac{dv}{f(v)}=dt$，再积分得速度与时间的关系 $v=h(t)$。再把 v 的关系式代入 $v=\frac{ds}{dt}$，给出 $ds=h(t)dt$，积分得位移与时间的关系 $s=g(t)$。

3. 给定加速度为位移的函数，$a=f(s)$。将 a 的函数关系代入 $ads=vdv$，得 $f(s)ds=vdv$，积分得速度与位移的关系 $v=h(s)$。再将 v 的关系式代入 $v=\frac{ds}{dt}$，得 $h(s)=\frac{ds}{dt}$ 或 $\frac{ds}{h(s)}=dt$。积分得位移为时间的函数 $s=g(t)$。

4. 加速度为常数，$a=a_c$。可不再用积分，而直接用方程 12-8, 12-9 或 12-10。

例题 12-1

一个很小的炮弹以初速度为 60m/s 垂直朝下射入流体内。若流体阻力使炮弹产生 $a=(-0.4v^3)\,\mathrm{m/s^2}$ 的减速度，此处 v 的单位为 m/s。求炮弹发射 4 秒后的速度 v 和位置 s。

解

因为给定 a 为速度的函数，$a=(-0.4v^3)\,\mathrm{m/s^2}$，要得到速度 v 为时间的函数，必须利用 $a=\frac{dv}{dt}$，因为此方程把 v, a 和 t 联系起来。(为什么不利用方程 12-8，$v=v_1+a_ct$？)若朝下的方向为正，则用初始条件 $t=0$ 时，$v=60\,\mathrm{m/s}$，积分上式，则得①

$(+\downarrow)$

$$a=\frac{dv}{dt}=-0.4v^3$$

$$\int_{60}^{v}\frac{dv}{-0.4v^3}=\int_0^t dt$$

$$\frac{1}{0.8}\cdot\frac{1}{v^2}\Big|_{60}^{v}=t$$

$$\frac{1}{0.8}\left[\frac{1}{v^2}-\frac{1}{60^2}\right]=t$$

$$v=\left\{\left[\frac{1}{60^2}+0.8t\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\mathrm{m/s}$$

此处取正根，因为炮弹向下运动。当 $t=4\mathrm{s}$,

① 采用积分常数而不用积分上下限，也可得到同样的结果。例如，积分 $dt=\frac{dv}{-0.4v^3}$，得 $t=\frac{1}{0.8v^2}+C$。利用条件 $t=0$, $v=60$ m/s，积分常数为 $C=-\frac{1}{0.8}\left(\frac{1}{60^2}\right)$。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$v=0.559\text{m/s}$$ 答案

知道了速度是时间的函数后，从 $v=\frac{ds}{dt}$ 可得到位置 s 与时间的函数关系，因为此方程把 s, v 和 t 联系起来。利用初始条件 $t=0$ 时，$s=0$，则有

$(+\downarrow)$
$$v=\frac{ds}{dt}=\left[\frac{1}{(60)^2}+0.8t\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\int_0^s ds=\int_0^t\left[\frac{1}{(60)^2}+0.8t\right]^{-\frac{1}{2}}dt$$

$$s=\frac{2}{0.8}\left[\frac{1}{(60)^2}+0.8t\right]^{\frac{1}{2}}\Bigg|_0^t$$

$$s=\frac{1}{0.4}\left\{\left[\frac{1}{(60)^2}+0.8t\right]^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{60}\right\}\text{m}$$

当 $t=4\text{s}$，

$$s=4.43\text{m}$$ 答案

例题 12-2

小孩在悬崖的边缘垂直向上抛一个球，如图 12-3 所示。若球向上的初速度为 15m/s，球离悬崖底 40m 的高处开始上抛，求 (*a*) 球达到的最大高度 s_B，(*b*) 球恰好与地面相碰时的速率。球在整个运动时间，由于重力作用朝下的等加速度为 9.81m/s^2。略去空气阻力的影响。

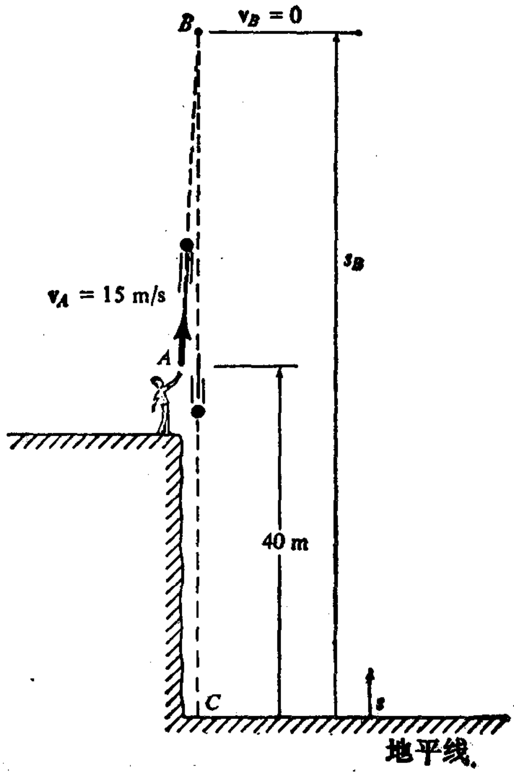


图 12-3

解

(*a*) 位置的坐标轴 $s=0$ 取在悬崖的底部，如图所示。在最大高度 s_B 处，速度 $v_B=0$。而且，球是从 $s_A=+40\text{m}$ 处往上抛。因为球在 $t=0$ 时向上抛，此时速度 $v_A=+15\text{m/s}$（正号是因为与正的位移方向相同）。整个运动过程，加速度为常数，$a_c=-9.81\text{m/s}^2$（取负号是因为与正的速度或正的位移方向相反）。因为贯穿着整个运动 a_c 是常数，因此可用方程 12-10，使位移与点 A 和 B 的速度有关。即，

$(+\uparrow)$
$$v_B^2=v_A^2+2a_c(s_B-s_A)$$
$$0=(15)^2+2(-9.81)(s_B-40)$$

所以

$$s_B=51.5\text{m}$$ 答案

(*b*) 在点 B 和 C(图12-3)之间应用方程 12-10, 可得到球刚好触地时的速度 v_C,

(+↑)
$$v_C^2 = v_B^2 + 2a_c(s_C - s_B)$$
$$= 0 + 2(-9.81)(0 - 51.5)$$
$$v_C = -31.8\text{m/s}$$
答案

因为球朝下运动, 所以取负根。

同样, 我们可在点 A 和 C 之间应用方程 12-10,

(+↑)
$$v_C^2 = v_A^2 + 2a_c(s_C - s_A)$$
$$= 15^2 + 2(-9.81)(0 - 40)$$
$$v_C = -31.8\text{m/s}$$
答案

例题 12-3

一个金属质点受磁场作用, 在流体中垂直地从板 A 移到板 B, 如图 12-4 所示。若质点在 C 处, $s=100$mm 的静止位置开始释放, 测得加速度 $a=(4s)\text{m/s}^2$, 其中 s 的单位为米, 求(*a*)质点达到板 B, $s=200$mm 时的速度, (*b*)从 C 移到 B 所需时间。

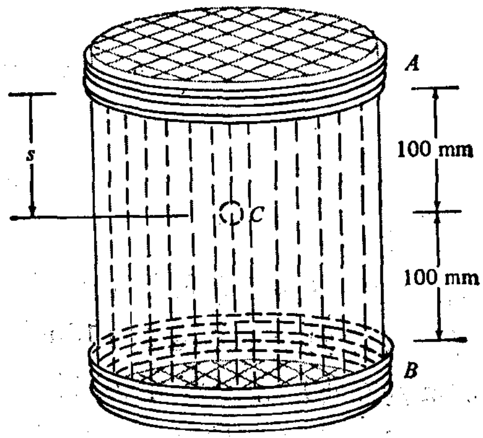


图 12-4

解

(*a*) 已知加速度是位移的函数, 利用 $vdv = ads$, 可得到速度为位移的函数关系。为什么? 注意初始条件 $s=100\text{mm}=0.1\text{m}$ 时, $v=0$, 则有

(+↓)
$$vdv = ads$$
$$\int_0^v vdv = \int_{0.1}^s 4sds$$
$$\frac{1}{2}v^2\Big|_0^v = \frac{4}{2}s^2\Big|_{0.1}^s$$
$$v = 2(s^2 - 0.01)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

当 $s=200\text{mm}=0.2\text{m}$ 时

$$v_B = 0.3464\text{m/s} = 346.4\text{mm/s}$$
答案

因质点朝下运动, 即, 在 $+s$ 的方向, 所以取正根。

(*b*) 从方程(1)已知速度是位移的函数, 利用 $v=\frac{ds}{dt}$, 和 $t=0$ 时, $s=0.1$m, 可得到质点从 C 移到 B 所需时间。

(+↓)
$$ds = vdt = 2(s^2 - 0.01)^{\frac{1}{2}}dt$$
$$\int_{0.1}^s \frac{ds}{(s^2 - 0.01)^{\frac{1}{2}}} = \int_0^t 2dt$$

$$\ln\left(s+\sqrt{s^2-0.01}\right)\Big|_{0.1}^{s}=2t\Big|_0^t$$

$$\ln\left(s+\sqrt{s^2-0.01}\right)+2.30=2t$$

当 $s=200\text{mm}=0.2\text{m}$ 时

$$t=\frac{\ln\left(0.2+\sqrt{(0.2)^2-0.01}\right)+2.30}{2}=0.657\text{s}$$ 答案

例题 12-4

一质点作水平直线运动，速度 $v=(3t^2-6t)\text{m/s}$，方程中 t 的单位为秒。若质点开始位于原点 O，求 (a) $t=0$ 到 $t=3.5\text{s}$ 的时间中质点移动的距离，(b) 在此时间间隔内的平均速度和平均速率，(c) $t=3.5\text{s}$ 时的瞬时加速度。

解

(a) 因为给定的速度是时间的函数，积分 $v=\dfrac{ds}{dt}$，并利用初始条件 $t=0$ 时，$s=0$，可得到位移与时间的关系。

$(+\rightarrow)$

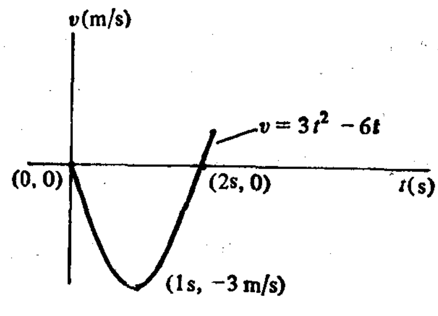
$$ds=vdt=(3t^2-6t)dt$$

$$\int_0^s ds=3\int_0^t t^2dt-6\int_0^t tdt$$

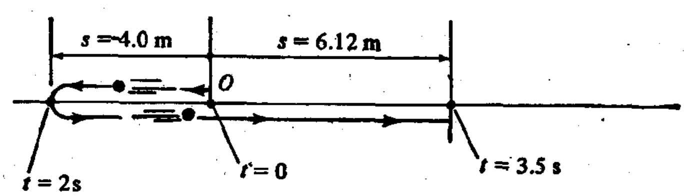
$$s=(t^3-3t^2)\text{m} \tag{1}$$

为了决定 3.5 秒内质点移动的距离，需要研究这个时间内运动的轨迹。速度的函数图形见图 12-5a，可见在 $0\leqslant t<2s$ 时，速度是负的，这意味着质点向左移动；对于 $t>2s$，速度是正的，质点向右移动。因 $t=2\text{s}$ 时速度改变符号，此时质点运动的方向相反。从方程(1)可算出 $t=0$，$t=2\text{s}$ 和 $t=3.5\text{s}$ 时，质点的位置为

$$s|_{t=0}=0,\quad s|_{t=2s}=-4\text{m},\quad s|_{t=3.5s}=6.12\text{m}$$



(a)



(b)

图 12-5

质点移动的轨迹见图 12-5b。因此，3.5 秒内所走的路程为

$$s_T=4+4+6.12=14.12\text{m}$$ 答案

(b) 从 $t=0$ 到 $t=3.5\text{s}$，质点的位移为

$$\Delta s=s|_{t=3.5s}-s|_{t=0}=6.12-0=6.12\text{m}$$

所以平均速度为

$$v_{平均}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{6.12}{3.5-0}=1.75\text{m/s}$$ 答案

平均速率是以移动的距离 s_T 来定义的,因此

$$(v_{sp})_{平均}=\frac{s_T}{\Delta t}=\frac{14.12}{3.5-0}=4.03\text{m/s}$$

(*c*) 已知速度为时间的函数后,可得加速度为

$(+\rightarrow)$
$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(3t^2-6t)=6(t-1)\text{m/s}^2$$

当 $t=3.5$s 时

$$a=6(3.5-1)=15\text{m/s}^2$$ 答案

习 题

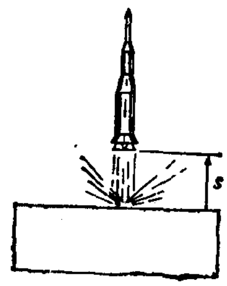
12-1. 汽车从静止开始跑了 100 m 后,达到 75 km/h 的速率。求汽车的等加速度。

12-2. 汽车在 100 km/h 的速率时突然刹车,产生 4 m/s² 的等减速运动。求使汽车停住所需的时间和停止前汽车跑的距离。

12-3. $t=0$ 时,汽车的速率为 25 m/s,等减速度为 3 m/s²。求 $t=4$s 时, 汽车的速度。在 4 秒钟内汽车跑了多少路程?使汽车停止需要多少时间?

*12-4. 一质点通过流体沿着直线朝下运动, 速率为 $v=(4t)$m/s, t 的单位为秒。若质点从 $s=0$ 时的静止位置开始运动,求 $t=2$ s 时质点的位置。

12-5. 一个导弹垂直发射,它的高度由 $s=(2t^3+2.5t^2+14t)$m确定, t的单位为秒。求 $t=5$s 时,导弹的位置、速度和加速度。



题 12-5

12-5*a*. 解题 12-5。给定 $s=(5t^3-2t^2+6t)$ft。

12-6. 汽车开始以 25 m/s 的速率向右运动。若它的等减速度为 3 m/s² (方向向左),求 $t=4$ s 时的速度。在此时间间隔内的位移为多少?

12-7. 质点沿着直线运动,其位置由 $s=(10t^2+20)$mm 确定,其中 t 的单位为秒。求(*a*) $t=0$ 到 $t=5$ s 的时间间隔内质点的位移,(*b*)在此时间内质点的平均速度,和(*c*) $t=1$ s 的加速度。

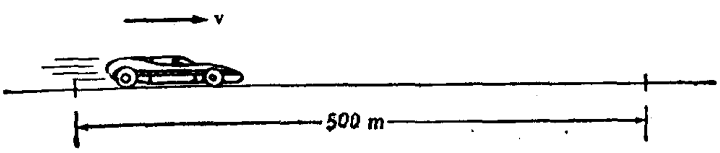
*12-8. 软木塞从香槟酒瓶垂直向上冲出。若从瓶顶上升然后降到原来的高度所需的全部时间为 8 s。求软木塞离开瓶子时的初速度。软木塞在这一段时间所走的整个路程?注意:事实上,有空气阻力作用在轻质物体上,例如软木塞,对其运动有可观的影响,在分析中应当计及。此问题将在第十三章讨论。

12-9. 质点沿着直线运动,其位置由 $s=(0.4t^3-16t^2+3)$mm 确定, t 的单位为秒。从 $t=0$ 开始, 求(*a*)速度降到零时,质点所走的路程和(*b*)加速度为零时,时间是多少?

12-10. 质点沿着直线运动,在 2 秒内,它从初始位置 $s_A=+0.5$m 移到 $s_B=-1.5$ m。在接下去 4 秒内, 从 s_B 移到 $s_C=2.5$m。求在 6 秒钟内质点的平均速度和平均速率。

12-10*a*. 解题 12-10。给定 $s_A=2$ ft, $s_B=-4$ ft 和 $s_C=3$ ft。

12-11. 一个很小的金属质点受磁场的吸引,通过流体朝下运动,它的位置由 $s=(10t^3-2t)$mm 确定, t 的单位为秒。求(*a*)质点从 $t=1$ s 到 $t=3$ s 所移动的位移和(*b*) $t=5$ s 时,质点的速度和加速度。



题 12-12

*12-12. 原来静止的赛跑车以 4 m/s^2 的等加速度运动。当达到最大速率为 200 km/h 后开始等减速运动直至停止。若运动的距离为 500 m,求减速度和运动经过的总时间。

12-13. 火车开始以 40 km/h 的速率沿着直线轨道运动。在头 5 秒内它以等减速度 0.6 m/s^2 运动,后 8 秒内以等减速度 a_c 运动。要使火车在第 13 秒末停止,问 a_c 应当多少?

12-14. 原来处于静止的汽车沿着直线运动, 在 60m 内以等加速度达到 15 m/s 的速度。然后以另一等加速度运动,在 $s=200$ m 时, 最后达到速度为 35 m/s。求在整个 200m 的距离内, 汽车的平均速度和平均加速度。

12-15. 在同一瞬间,两汽车 A 和 B 从停靠线上启动。A 汽车的等加速度为 $a_A=8\ m/s^2$,而 B 汽车的加速度为 $a_B=(2t^{3/2})\ m/s^2$,t 的单位为秒。求 A 达到 $v_A=120$ km/h 的速率时,两汽车之间的距离。

12-15a. 解题 12-15。给定 $a_A=10\ ft/s^2$, $a_B=(1.5t^{1/2})\ ft/s^2$ 和 $v_A=70$ mi/h(1mi=5280 ft)。

*12-16. 质点以加速度为 $a=(3t^2-2)\ mm/s^2$ (t 的单位为秒)沿着直线运动。$t=0$ 时, 质点在原点的左边 100 mm; $t=2$ s 时,在原点的左边 500 mm。若正的位置是从原点的右边度量,求 $t=4$ s 时,质点的位置。

12-17. 炮弹从原点开始通过流体朝下运动,速度为 $v=2600(1-e^{-0.3t})$ mm/s,t 的单位为秒。求头 2 秒时炮弹的位移。

12-18. 质点以加速度 $a=(kt^3+4)\ mm/s^2$(t 的单位为秒)作直线水平运动。已知: $t=1$ s 时, $v=120$ mm/s 和 $t=2$ s 时,$v=-100$ mm/s。求常数 k 和计算 $t=3$ s 时质点的速度。正方向朝向右方。

12-19. 质点以加速度 $a=(5/s)\ m/s^2$ (s 的单位为米)沿直线运动。若质点在 $s=1$ m 的静止位置开始运动,求 $s=2$ m 时质点的速度。

*12-20. 质点在液体内向下运动的速率为位移的函数,$v=(125-s)$ mm/s,s 的单位为毫米。求(a) A 点处质点的减速度,A 点离原来位置为 $s_A=100$ mm。(b) 在停止前质点走的路程,和(c) 质点停止运动所需要的时间。

*12-20a. 解题 12-20。给定 $v=(6-s)$ ft/s,s 的单位为 ft,$s_A=3$ ft。

12-21. 当物体发射到地球表面以上的高空时,必须考虑重力加速度随地球表面以上的高度 y 的变化。略去空气阻力,此加速度由公式 $a=-g_0[R^2/(R+y)^2]$决定。式中 g_0 为海平面处的等重力加速度,R 为地球的半径,朝上的方向为正方向。若 $g_0=9.81\ m/s^2$ 和 $R=6356$ km,求炮弹从地球表面垂直射出使它不再落到地球上来的最小的初速度(逸出速度)。提示: 这要求 $y\to\infty$ 时,$v=0$。

12-22. 按照题 12-21 重力加速度 a 相对于高度 y 的变化, 导出质点自由下落的速度与地表以上高度 y 的关系式。假设在地球表面上的高度 y_0 的静止位置释放质点。若从高度 $y_0=500$ km 的静止位置释放质点,问质点碰到地球时的速度为多少? 采用题 12-21 的数据。

12-23. 若计及大气阻力的影响,自由落体的加速度 $a=9.81[1-v^2(10^{-4})]\ m/s^2$,$v$ 的单位为 m/s,正方向朝下。若物体在很高的高度的静止位置释放, 求(a) $t=5$ s 时的速度和(b)物体可达到的最终速度或最大速度(当 $t\to\infty$)。

§12-3 图 解 法

一个时间间隔内,质点的位置、速度或加速度,在某些情况下很难得到连续的数学表达式,这时可采用图解法得到一些曲线或图形来描述运动规律。

已给 s-t 图,作 v-t 和 a-t 图 倘若在几个时间间隔 t 内可以由实验决定质点的位置 s,则可以画出质点的 s-t 图。图 12-6a 表示的图形是由一段抛物线和二段直线组成。纵坐标表示任一瞬间质点离原点的位置。因为速度 $v=\dfrac{ds}{dt}$(方程 12-2), 沿着 s-t 图的各点量出其"斜率"即可画出 v-t 图。(图解的意思是采用直尺和量角器测出斜率。)例如, 在 s-t 图上三线段的中点(t_1,

s_1), (t_2, s_2)和(t_3, s_3)测量斜率得 v_1, v_2 和 v_3, 画在图 12-6b 上。以同样的方式，由质点的加速度 $a=\dfrac{dv}{dt}$(方程 12-5)，可得 a-t 图(加速度与时间的关系曲线)，图 12-6c。此时，加速度 a_1, a_2 和 a_3 从测量图12-6b 中 v-t 图的点(t_1, v_1)，(t_2, v_2)和(t_3, v_3)的斜率得到。

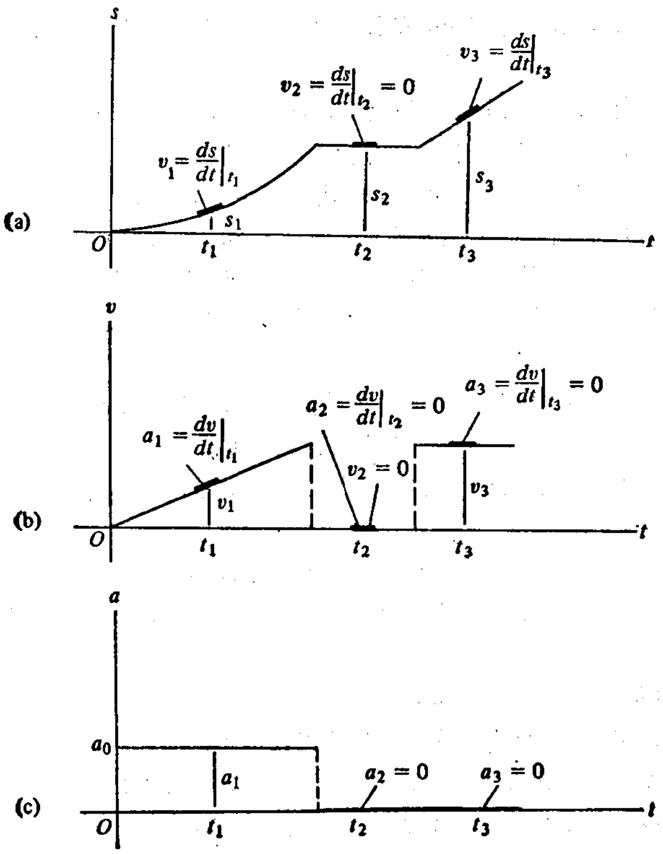


图 12-6

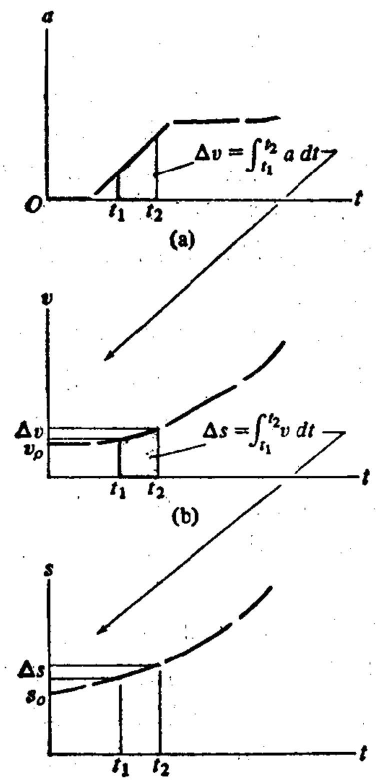


图 12-7

已给 a-t 图，作 v-t 图和 s-t 图 若给的是 a-t 图，如图 12-7a 所示，可采用积分得 v-t 和 s-t 图。例如，由 $a=\dfrac{dv}{dt}$或 $dv=adt$，则 v-t 图上两点之间 $\Delta v=v_2-v_1=\int_{t_1}^{t_2}adt$。因此，对有限时间 $\Delta t=t_2-t_1$，图 12-7b 的速率的改变量 Δv 等于图 12-7a 所示的阴影面积$\int_{t_1}^{t_2}adt$。(从图解法的意义讲，任何很小的面积都可近似地等于梯形或长方形的面积)。同样，$v=\dfrac{ds}{dt}$或 $ds=vdt$，这样 $\Delta s=s_2-s_1=\int_{t_1}^{t_2}vdt$。这个方程的图解法表示在时间间隔 $\Delta t=t_2-t_1$ 内，v-t 图下面的小面积，如图 12-7b 阴影面积所示，代表相同时间间隔 Δt 内质点的位移 Δs(见图 12-7c)。

采用这个方法，一是从已知质点的初速度 v_0 和初始位置s_0 开始，然后加上(代数相加)a-t 图和 v-t 图曲线下确定的微小面积增量Δv 和 Δs，一是对 v-t图和s-t 图确定连续的点$v_1=v_0+\Delta v$，$s_1=s_0+\Delta s$，等等。注意，面积必须代数相加，因为在 t 轴以上的面积相当 v 或 s 的增加(正面积)，而在 t 轴之下的面积表示 v 或 s 的减少(负面积)。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com