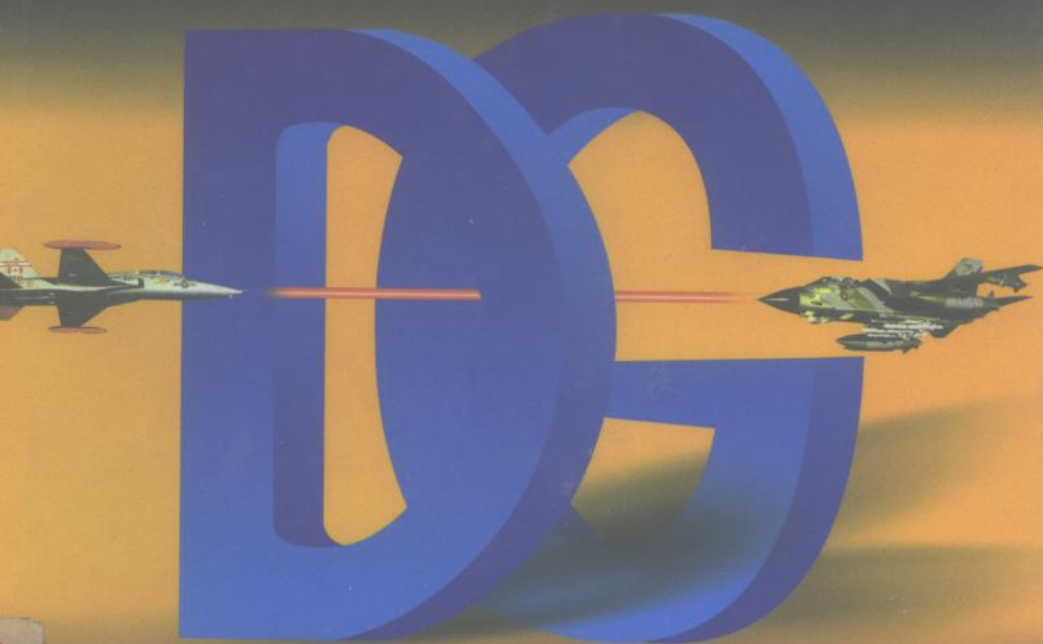


微分对策及其应用

Differential Games and Applications



国防工业出版社

微分对策及其应用

Differential Games and Applications

李登峰 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

微分对策及其应用/李登峰著. —北京:国防工业出版社, 2000.4

ISBN 7-118-02139-3

I. 微... II. 李... III. 微分对策 IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 45809 号

0669 119

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 9 $\frac{1}{2}$ 231 千字

2000 年 4 月第 1 版 2000 年 4 月北京第 1 次印刷

印数:1—1500 册 定价:20.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。

4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允 曾 铎

秘 书 长 崔士义

委 员 于景元 王小谟 尤子平 冯允成
(以姓氏笔划为序)

刘 仁 朱森元 朵英贤 宋家树

杨星豪 吴有生 何庆芝 何国伟

何新贵 张立同 张汝果 张均武

张涵信 陈火旺 范学虹 柯有安

侯正明 莫梧生 崔尔杰

序

对策论是描述现实世界中包含有矛盾、冲突、对抗、合作诸因素的数学模型的数学理论与方法。经典对策理论描述的模型多是静态的。20 世纪 50 年代,由于技术发展的需要,在依萨柯(R. Isaacs)等人的努力下,建立了微分对策的模型、理论及方法;它是一类重要的动态对策模型,并引起了控制理论、军事技术、经济分析等不同领域学者的重视与研究,并在上述领域内取得丰硕研究成果。但是微分对策毕竟是数学领域的一个年轻分支,它的有关文献散见于各种学术期刊及会议论文集或研究报告中,国内外有关的系统论述微分对策的专著甚少,这就促使作者撰写了这本书。

李登峰教授多年从事对策论及微分对策等课程的教学、研究工作,有甚深造诣。他的这本书就是为了向国内读者系统地介绍微分对策的数学概念、理论、方法及应用的一本著作。全书共八章及一个附录,前五章介绍二人微分对策的经典理论,包括追逃问题模型的详细分析;第六章介绍多人微分对策,第七章介绍主从微分对策,这些都是微分对策中稍晚发展起来的热门研究课题;第八章介绍定性微分对策的基本理论;为便于读者阅读,书后的附录介绍了相关的数学结论与知识,书中有大量的例题及相关的模型。我相信,这是一本能将读者引入微分对策这一领域的好入门读物,亦是能给从事该领域理论与应用研究工作的科技人员提供有重要参考价值的文献资料。

微分对策是有广泛应用前景的数学分支,国内研究者较少。我衷心期望李登峰教授的这本书能给关心此领域发展以及准备应用微分对策这一数学工具的读者有所启迪与帮助。

刘 德 铭

1999 年 1 月于国防科学技术大学

前 言

在二次世界大战期间,由于军事上战略战术的需要,美国兰德(Rand)公司在空军的赞助下,以美国依萨柯(R. Isaacs)博士领头开展了对抗双方都能自由决策行动的追逃问题研究。依萨柯的主要工作是1954~1955年间的四份内部研究报告,并于1965年整理出版了世界上第一部微分对策专著《微分对策》。此书的出版标志了微分对策的正式诞生,并立即引起世界各地研究工作者的广泛兴趣。这一期间的微分对策大多数都被当做双方或多方控制问题来研究,但微分对策比控制理论具有更强、更多的对抗性与竞争性,决不能把微分对策看做是控制理论的简单推广。微分对策是处理双方或多方连续动态对抗冲突、竞争或合作问题的一种数学工具,与静态对策一样都是“对策论”的重要组成部分。直到1971年,美国数学家弗里德门(A. Friedman)采用离散近似序列方法建立微分对策值与鞍点存在性理论,才奠定了微分对策坚实的数学理论基础。尽管微分对策的研究时间只有33年,但是现在已经发展成为一个内容十分丰富的学科,成为进行双方或多方对抗、冲突与竞争分析的有效工具,特别是有效解决人与人、人与物(自然界)之间冲突对抗问题的科学方法之一。

微分对策分为定量与定性微分对策两大类。早期主要研究的是二人追逃问题与两车型定性微分对策,后来又研究固定逗留期二人零和微分对策、阵位对策、随机微分对策、多人合作与非合作微分对策等。80年代中后期以来,斯坦伯格(Stackelberg)或主从(leader-follower)微分对策成为一个新的研究热点,特别是激励主从微分对策成为对策论、控制论、系统工程、管理科学、数理经济学等相关学科难度比较大的重要课题。由于对策环境的复杂化与模

糊不确定性,90年代初,人们开始探讨多目标微分对策与模糊微分对策,但目前尚未取得任何实质性成果。

微分对策虽然起源于军事上的需要,但是今天已不仅仅局限于军事冲突问题研究,而被广泛应用于国防现代化建设、生产管理、经济、社会生活等领域的各个方面,成为科学、有效的决策工具。

本书是国内第一部从数学角度系统、详细地研究、阐述微分对策的概念、理论、方法、模型与应用的专著。全书共有八章和一个简短的附录。第一章介绍微分对策的发展简况、分类和解法。第二章讨论微分对策的基本概念和性质。第三章研究固定逗留期微分对策值与鞍点的存在性及构造方法。第四章阐述追逃(生存型)微分对策值与鞍点的存在性及其计算方法。第五章研究固定逗留期微分对策和追逃(生存型)微分对策最优性条件及其三种计算方法,并给出几个军事、经济应用问题的微分对策模型与求解分析。第六章介绍多人合作与非合作微分对策的基本概念、最优性条件及其计算方法。第七章研究主从微分对策的基本理论、模型与求解方法。第八章讨论定性微分对策的基本概念、基本原理以及界栅的构造方法。书中既有基本理论与方法的系统表述、严格论证,又有典型新颖的示范性数值例题和军事、经济应用问题建模分析,还有最新理论、方法与应用研究成果的论述,包括作者自己的一些研究成果。

本书自成体系,具备微积分基本知识的读者就能顺利阅读。少量高深一点的数学理论已列在附录中,必要时可查阅。

读者对象为从事对策论、决策论、管理科学、控制理论、数理经济学、作战指挥、武器战斗使用、反潜、电子对抗、军事冲突分析等方面的理论与应用研究人员,以及高等院校(军事)运筹学、系统工程、决策科学、管理科学、控制理论、数理经济学、兵种战术学、武器战斗使用等专业的教师、硕士生和博士生。

国防科技大学刘德铭教授把作者引入微分对策这个迷人的研究领域。刘教授对该书的写作构想提出了宝贵的意见并详细地审

阅了全书原稿。大连理工大学博士生导师陈守煜教授对该书的撰写及申请资助出版都给予了重要的指导与热心帮助。中国科学院院士、华中理工大学博士生导师张勇传教授在百忙之中评阅了全稿并撰写了精辟的专家评价意见。国防科技图书出版基金评审委员会与国防工业出版社对该书的出版给予了大力支持,在此谨致谢意。该书写作前后历时近两年,妻子费巍承担了全部家务并帮助描绘了全部插图。最后,对帮助和关心过作者的所有老师、同事与亲朋好友们表示衷心地感谢。

由于作者学识与水平有限,书中缺点和错误必定在所难免,敬请广大读者与同行专家学者批评指正。

李 登 峰

1999年2月于海军大连舰艇学院

目 录

第一章 绪论	1
1.1 微分对策发展简况	1
1.2 什么是微分对策	3
1.3 微分对策解的概念	8
1.4 微分对策的分类与解法概述	10
第二章 微分对策的基本概念和性质	15
2.1 δ -对策与上、下 δ -策略	15
2.2 上、下 δ -值的基本性质	22
2.3 微分对策及其值的定义	31
2.4 策略与支付集	38
2.5 几个典型的军事对抗微分对策模型	45
第三章 固定逗留期微分对策	53
3.1 Π -对策与上、下 Π -策略	53
3.2 上、下值的存在性	57
3.3 值的存在性	62
3.4 支付集的非空性	69
3.5 鞍点的存在性	75
3.6 值对初始点的连续性	80
3.7 鞍点的近似构造方法	89
第四章 追逃微分对策	99
4.1 扩展值的定义及其存在性	99
4.2 靠近终端集时追击者的上 δ -策略	103
4.3 靠近终端集时追击者的下 δ -策略	108
4.4 值的存在性	111

4.5	鞍点的存在性	116
4.6	值对初始点的连续性	120
第五章	微分对策最优性条件与求解方法	125
5.1	依萨柯方程及求解方法	125
5.2	合成策略与极大极小值原理	133
5.3	哈密顿—雅可比方程及其解法	142
5.4	固定逗留期微分对策最优性条件	146
5.5	生存型微分对策最优性条件	153
5.6	微分对策数值解的梯度迭代法	160
5.7	几个固定逗留期微分对策实例分析	170
5.8	几个追逃微分对策实例分析	180
第六章	多人微分对策	191
6.1	多人非合作微分对策的基本概念	192
6.2	多人非合作微分对策均衡策略及其判定定理	195
6.3	哈密顿—雅可比方程组及其解法	198
6.4	多人非合作微分对策最优性条件	204
6.5	军备竞赛微分对策模型及其开环均衡策略	210
6.6	线性二次型多人微分对策闭环均衡策略	213
6.7	多人合作微分对策的基本概念与性质	218
第七章	主从微分对策	226
7.1	主从微分对策基本概念与性质	226
7.2	主从微分对策最优性条件	231
7.3	线性二次型主从微分对策模型及解法	235
7.4	地区积累率问题的主从微分对策模型	237
第八章	定性微分对策	242
8.1	什么是定性微分对策	242
8.2	界栅基本理论及其构造方法	245
8.3	几个定性微分对策实例分析	250
附录	几个基本的数学引理	269
	参考文献	271

Contents

Chapter 1 Introduction	1
1.1 Brief Introduction of Development for Differential Games	1
1.2 What Is a Differential Game	3
1.3 Solution Concepts of Differential Games	8
1.4 Summary of Classification and Solving Methods for Differential Games	10
Chapter 2 Basic Concepts and Properties of Differential Games	15
2.1 δ -Games and Upper and Lower δ -Strategies	15
2.2 Basic Properties of Upper and Lower δ -Values	22
2.3 Definition of a Differential Game and of Its Value	31
2.4 Strategies and Payoff Sets	38
2.5 Several Typical Differential Game Models in Military Conflict Problems	45
Chapter 3 Differential Games of Fixed Duration	53
3.1 Π -Games and Upper and Lower Π -Strategies	53
3.2 Existence of Upper and Lower Values	57
3.3 Existence of Value	62
3.4 Nonempty Payoff Sets	69
3.5 Existence of a Saddle Point	75
3.6 Continuity of the Value at the Initial Point	80
3.7 Approximate Construction Method of a Saddle Point	89

Chapter 4 Differential Games of Pursuit and Evasion	99
4.1 Definition of Extended Value and Its Existence	99
4.2 Pursuer's Upper δ -Strategies Near the Terminal Set	103
4.3 Pursuer's Lower δ -Strategies Near the Terminal Set	108
4.4 Existence of Value	111
4.5 Existence of a Saddle Point	116
4.6 Continuity of the Value at the Initial Point	120
Chapter 5 Optimality Conditions and Solving Methods of Differential Games	125
5.1 The Isaacs Equation and Its Solving Method	125
5.2 Synthesized Strategies and the Max-Min Principle for Saddle Points	133
5.3 The Hamilton-Jacobi Equation and Its Solving Method	142
5.4 Optimality Conditions for Differential Games of Fixed Duration	146
5.5 Optimality Conditions for Differential Games of Survival	153
5.6 Gradient Method of Numerical Solution for Differential Games	160
5.7 Several Real Examples for Differential Games of Fixed Duration and Their Analyses	170
5.8 Several Real Examples for Differential Games of Pursuit and Evasion and Their Analyses	180
Chapter 6 Many Person Differential Games	191
6.1 Basic Concepts of Many Person Noncooperative Differential Games	192
6.2 Equilibrium Strategies of Many Person Noncoope-	

rative Differential Games and Their Theorems	195
6.3 The Hamilton-Jacobi Equations and Their Solving Method	198
6.4 Optimality Conditions of Many Person Noncoope- rative Differential Games	204
6.5 Differential Game Model of an Arms Race and Its Open-Loop Equilibrium Strategy	210
6.6 Closed-Loop Equilibrium Strategy of Linear- Quadratic Many Person Differential Games	213
6.7 Basic Concepts and Properties of Many Person Cooperative Differential Games	218
Chapter 7 Leader-Follower Differential Games	226
7.1 Basic Concepts and Properties of Leader-Follower Differential Games	226
7.2 Optimality Conditions of Leader-Follower Differential Games	231
7.3 Linear-Quadratic Leader-Follower Differential Game Model and Its Solution	235
7.4 Leader-Follower Differential Game Model of Regio- nal Accumulating Rate Problems	237
Chapter 8 Qualitative Differential Games	242
8.1 What Is a Qualitative Differential Game	242
8.2 Barrier Theory and Its Construction Method	245
8.3 Several Real Examples of Qualitative Differen- tial Games and Their Analyses	250
Appendix Some Basic Mathematical Lemmas	269
References	271

第一章 绪 论

军事、经济、政治乃至社会生活的各个方面都充满着对抗与竞争。对策论与微分对策正是解决这些对抗与竞争问题的有力工具。它们之间虽有一定的相互联系,比如,都具有一些共同的基本要素:局中人、策略、对策值、局势等,但又有着本质区别。就它们所解决的问题而言,在某种意义上,对策论是静态的^[1],而微分对策是动态的。对策论中的理论与方法已不能简单套用于解决微分对策所面临的问题。因此,微分对策不能看做是对策论的简单拓展。

1.1 微分对策发展简况

20 世纪 50 年代初以来,由于制导系统拦截飞行器的引入、人造卫星的发射、航天技术中有关机动追击等军事问题的需要,美国著名的兰德(Rand)公司在空军赞助下,以美国数学家依萨柯(R. Isaacs)博士为领导,开展了对抗双方都能自由决策行动的追逃问题研究。起初,他们利用对策论的理论、方法做对抗分析,但进展艰难,收获甚少。于是,他们把现代控制理论中的一些概念、原理与模式引入对策论,并取得了突破性进展,撰写了四篇研究报告,这是微分对策的最初研究成果。1965 年,依萨柯整理出版了《微分对策》^[2]一书,这是世界上第一部微分对策专著,标志着微分对策的诞生。此后,微分对策的研究引起了世界各国的普遍关注,特别是美国 and 苏联。由于美国 and 苏联军备竞赛的需要,空战、核导弹与人造卫星的拦截、电子战,甚至“星球大战”等方面,都提出了各种类型的微分对策问题,使得军事微分对策得到更迅速的发展。

然而,在绝大多数微分对策问题中,几乎都把它们看做一类双边或多边的最优控制问题而进行求解。直到1971年,美国科学家弗里德门(A. Friedman)采用两个近似离散对策序列^[3]精确地定义了微分对策,建立了微分对策值与鞍点存在性理论,才奠定了微分对策坚实的数学理论基础,使其渐趋完善。

自从依萨柯这一部著作问世后短短的30多年,微分对策理论与应用有了很大的发展。除了确定性定量微分对策和定性微分对策不断发展完善外,随机微分对策^[4]、多人合作与非合作微分对策、位置对策(positional game)、斯坦伯革(Stackelberg)或主从(leader-follower)微分对策等方面也取得了较大的发展。

我国对微分对策的研究起步较晚,且研究人员不多。国防科学技术大学刘德铭教授多年来一直从事对策论、微分对策的研究与教学工作,取得了丰硕的理论与应用成果^{①[1]}。沙基昌教授将微分对策与兰彻斯特(Lanchester)战斗方程结合起来研究火力分配等问题,其中的理论、模型与方法已经成为沙教授创立的数理战术学^②的重要组成部分。以中国科学院院士张嗣瀛教授为代表的东北大学微分对策研究群体,取得了许多重要成果。张嗣瀛教授从现代控制理论的观点、理论与方法出发,研究了双边控制的微分对策,提出并建立了“定量极值原理”与“定性极值原理”^[5]。董志荣教授在研究舰艇对抗问题基础上,从现代控制理论的观点与框架出发,编写了二人零和定量微分对策与追逃定性微分对策的若干军事应用模型^③。但迄今为止,国内尚未有一本从数学角度系统地论述微分对策的专著。

微分对策虽然起源于军事上的需要,但是今天已被广泛应用于社会、经济生活的各个方面,例如,生产、投资、库存与维修、商业

① 刘德铭, 对策论及其应用(上、下册). 长沙:国防科学技术大学研究生讲义, 1985。

② 沙基昌, 数理战术学初探. 长沙:国防科学技术大学讲义, 1991。

③ 董志荣编, 微分对策的基本原理及其在军事对抗中的应用.《国外舰船技术》火控技术类编辑室, 1983。